

АНОТАЦІЯ

Караєв А.О. Ефективні методи аналізу аксіально-симетричних крайових задач теорії потенціалу та теорії пружності. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 105 – прикладна фізика і наноматеріали. Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, Навчально-науковий інститут комп'ютерної фізики та енергетики –, Харків, 2023.

Все більше ускладнення сучасної техніки, інженерних споруд та апаратури вимагає проведення комплексних наукових досліджень з фізики, механіки, хімії з метою з'ясування працездатності, надійності та міцності обладнання. Хоча натурні експерименти є необхідними для прийняття адекватних інженерних рішень, їх проведення є досить коштовною та не завжди безпечною процедурою. Тому на перший фланг сучасних наукових розробок виходять методи віртуального моделювання, комп'ютерної фізики та обчислювальної математики.

Значна кількість сучасного технічного обладнання при проектуванні вимагає кваліфікованих обчислень характеристик фізичних та механічних полів, що забезпечують високу надійність, міцність, стійкість руху елементів обладнання, що розглядаються. Хоча лише натурний експеримент дає змогу підтвердити або спростувати теоретичні моделі фізичних явищ, проведення таких експериментів в багатьох випадках є коштовною та не завжди безпечною процедурою. Тому головним в сучасних наукових дослідженнях стають віртуальні, або комп'ютерні експерименти, що дають змогу отримати необхідні фізичні характеристики шляхом проведення числових розрахунків. Для проведення розрахунків фізичних полів використовують математичні моделі у вигляді диференціальних рівнянь та їх систем із заданими початковими та граничними умовами.

Слід зауважити, що існує багато математичних моделей для розрахунку фізичних полів, які засновані на використанні диференціальних рівнянь

еліптичного типу. К таким формулюванням приводять задачі вивчення руху рідини в резервуарах, визначення статичних та динамічних характеристик пружного тіла, задачі електростатики та ін. Однією з важливих науково-технічних проблем в галузі ракетно-космічної техніки є забезпечення стійкості ракет-носіїв на різних етапах польоту, включаючи маневри при низьких рівнях гравітації. Вказані задачі можна розв'язувати з використанням теорії потенціалу з подальшим зведенням до сингулярних інтегральних рівнянь. Це дає значні переваги у порівнянні з методами, що використовують різного роду сітки, які охоплюють розрахункову область в цілому, оскільки використання вказаних сингулярних інтегральних рівнянь потребує лише дискретизації межі розрахункової області. Але труднощі виникають при числовому аналізі, що пов'язано з наявністю особливостей різного типу в досліджуваних інтегралах.

Тому актуальними питаннями є розроблення нових ефективних комп'ютерних технологій для проведення віртуальних випробувань на основі комп'ютерного експерименту. Це вимагає створення нових числових схем та обчислювальних методів. Сучасний стан розвитку комп'ютерної техніки дозволяє досліджувати складні механічні системи та знаходити характеристики фізичних полів різної природи з використанням удосконалених математичних формулювань.

В дисертаційній роботі розв'язано важливу науково-технічну проблему, яка полягає в розробленні сучасного ефективного обчислювального методу для аналізу практично важливих крайових задач теорії потенціалу та теорії пружності з урахуванням аксіальної симетрії.

Сформульовано неперервні та дискретні математичні моделі для проведення розрахунків фізичних полів в задачах визначення вібрацій вільної поверхні в оболонках обертання, розв'язання крайових задач електродинаміки, теорії пружності в аксіально-симетричному формулюванні.

Побудовано коректні та точні алгоритми числового моделювання задач прикладної фізики у напрямках гідродинаміки, електродинаміки та теорії пружності.

Створено математичний апарат для коректного обчислення сингулярних інтегралів матриць теорії потенціалу та теорії пружності (задач з еліптичним диференціальним оператором);

Побудовані математичні моделі для дослідження вільних коливань рідини в жорстких резервуарах за різні рівні заповнення, різні рівні гравітаційного поля, у тому числі при малих рівнях гравітації;

Удосконалено метод сингулярних елементів для розв'язання задач визначення динамічних характеристик складених оболонок, частково заповнених рідиною.

Розроблено нову математичну модель для вивчення гравітаційно-капілярних хвиль.

Розроблено математичну модель просторового репрезентативного елементу для вивчення осереднених механічних властивостей композитів та нанокompозитів, з врахуванням класичних та некласичних умов на поверхнях взаємодії матеріалів матриці та включення на основі методу граничних елементів.

Проведено числове дослідження задачі електростатики.

Досліджені коливання рідини в коаксіальних та тороїдальних оболонках, частково заповнених рідиною.

Метод граничних елементів поширений на задачі про плескання в круглих тороїдальних і коаксіальних циліндричних оболонках. Відмінною рисою таких оболонок обертання є кільцева форма їх вільних поверхонь. Розроблений метод дозволяє проводити чисельне моделювання вільних коливань рідини як для різної ширини кільця, так і для різних рівнів наповнення. Отримано аналітичний розв'язок коливань вільної рідини в коаксіальних циліндричних оболонках. Особливу увагу приділено граничному випадку нескінченно малої щілини.

Запропоновані математичні методи використано для аналізу та вирішення задач власних коливань палива у резервуарах з рідиною з наявною аксіальною симетрією у полі сили тяжіння із впливом капілярних ефектів.

Це дозволило створити основи комп'ютерної технології для дослідження динамічних характеристик складених паливних баків ракет-носіїв на різних стадіях польоту, як при значних перевантаженнях, так і при мікрогравітації, в тому числі, з урахуванням плескання палива. Порівняно з відомими аналогами та програмними комплексами запропонований метод дозволяє здійснювати більш точний динамічний аналіз паливних баків, при дослідженні коливань врахувати взаємний вплив деформацій пружних стінок баків та змінних під час місії форми вільної поверхні, рівня заповнення баків пального та рівня гравітації.

Одержані в дисертації результати можуть бути використані під час проектування елементів ракетно-технічної техніки, при відстроюванні елементів конструкцій, що містять рідину, від небажаних резонансних частот.

Запропоновано узагальнення методу для неосесиметричних граничних задач для рівняння Лапласа. Задіяні граничні умови Неймана, Діріхле та мішані граничні умови, у припущенні їх періодичної поведінки. Такі задачі виникають як допоміжні в багатьох практичних застосуваннях. Серед них проблеми, пов'язані з чисельним моделюванням коливань заповнених рідиною пружних оболонок обертання, зв'язані коливання пружних круглих пластин, покривають вільну поверхню рідини в контейнерах, зростання тріщини в пружному середовищі та ін. Спільною рисою цих проблем є необхідність отримання числового розв'язку рівняння Лапласа за різних граничних умов. Оскільки ці проблеми є допоміжними, необхідно отримати їх числові розв'язки з високою точністю. В роботі розроблено новий варіант МГЕ для осесиметричної розрахункової області із заданими періодичними функціями для граничних умов. Побудовано метод, який дозволяє узагальнити запропонований підхід до розв'язання неаксіально-симетричних задач. Цей метод ґрунтується на застосуванні розроблених автором підходів до обчислення спеціальних еліптичних інтегралів, що присутні у ядрах операторів, та ефективного підходу для обчислення зовнішніх інтегралів, які мають логарифмічні особливості.

Результати дисертаційного дослідження, а саме теоретичний матеріал та розроблені методи та алгоритми були впроваджені у навчальний процес

кафедри інформаційних технологій в фізико-енергетичних системах навчально-наукового інституту комп'ютерної фізики та енергетики Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна при проведенні лекційних, лабораторних та практичних занять з курсів «Методи скінченних та граничних елементів» для студентів 1 курсу магістратури спеціальності 105 – «Прикладна фізика та наноматеріали»

Ряд результатів та рекомендацій прикладних досліджень дисертаційній роботі використано в Інституті проблем машинобудування ім. А. Підгорного при виконанні спільного українсько-індійського проекту «Сучасні обчислювальні методи для аналізу плескань в паливних», договору про співпрацю між Весекським технологічним інститутом, та в рамках гранту УНТЦ «Об'єктно-орієнтовані розрахункові моделі і програми для прогнозування пружних та фононних властивостей тривимірних нанокompозитів і метаматеріалів».

Ключові слова: гравітаційно-капілярні хвилі, коливання рідини в оболонках, потоки рідини, напружено-деформований стан пружних тіл, електростатика, крайові задачі, аксіально-симетричні моделі, методи скінченних та граничних елементів, паливні баки ракет-носіїв, циліндричні оболонки, оболонки обертання, коаксіальні оболонки, композити та нанокompозити, включення.