

АНОТАЦІЯ

Іванов С.С. Математичне моделювання задач цифрової обробки зображень на основі чисельного інтегрування швидко осцилюючих функцій. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії з прикладної математики. – ННІ «УІПА» Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, Харків, 2025.

Дисертаційна робота присвячена математичному моделюванню задач цифрової обробки зображень з використанням нових інформаційних операторів, розробці нових методів обчислення інтегралів від швидко осцилюючих функцій двох та трьох змінних загального виду у випадку, коли інформація про функції задається значеннями на лініях, площинах; дослідженню якості побудованих кубатурних формул.

Метою дисертаційної роботи є створення нових математичних моделей та методів для розв’язання задач цифрової обробки зображень із залученням кубатурних формул наближеного обчислення інтегралів від швидко осцилюючих функцій декількох змінних загального виду з використанням нових інформаційних операторів.

Об’єкт дослідження є процес математичного моделювання задач цифрової обробки зображень.

Предметом дослідження є моделі та методи інтегрування швидко осцилюючих функцій двох та трьох змінних загального виду з використанням нових інформаційних операторів.

У *вступі* обґрунтовується актуальність теми дослідження, яка безпосередньо впливає з необхідності мати нові математичні моделі, нові методи обчислень в галузі цифрової обробки сигналів та зображень. Описується проблематика чисельного інтегрування швидко осцилюючих функцій багатьох змінних в залежності від типу задання інформації про функції. Визначені мета і завдання дослідження, а також об’єкт і предмет дослідження.

У *першому розділі* наведено фундаментальну основу для дослідження, визначаючи актуальність теми, мету, завдання, об'єкт та предмет дослідження. В цьому розділі представлено огляд математичних моделей та методів розв'язання задач цифрової обробки зображень, які ґрунтуються на чисельному інтегруванні швидко осцилюючих функцій багатьох змінних, а саме на використанні кубатурних формул обчислення коефіцієнтів Фур'є функції двох та трьох змінних в залежності від типу задання вхідної інформації. Сформульовано проблематику отримання оцінок похибок наближення на класі, зокрема класі диференційовних функцій, у випадку, коли інформація по функції задається слідами функцій на лініях, площинах.

У *другому розділі* представлені математичні методи та моделі, в основі яких закладене використання оптимальних за порядком точності кубатурних формул наближеного обчислення інтегралів від швидко осцилюючих функцій трьох змінних загального виду. Презентується набір обчислювальних методів для чисельного інтегрування функцій трьох змінних для випадку, коли інформація про функції задається їх значеннями на лініях, площинах. Отримані оцінки похибки на класі диференційовних функцій, доведено, що запропоновані кубатурні формули мають високу точність обчислення, є оптимальними за порядком точності.

Третій розділ присвячений математичному моделюванню процесу цифрової обробки зображень на основі наближеного обчислення інтегралів від швидко осцилюючих функцій двох змінних у випадку, коли інформація по функції задається їх значеннями на лініях. В розділі представлено кубатурні формули обчислення інтегралів від швидко осцилюючих функцій двох змінних загального виду. Отримано оцінки похибки наближення на класі диференційовних функцій, показано, що розроблені кубатурні формули є оптимальними за порядком точності. Представлено кубатурну формулу наближеного обчислення подвійних інтегралів від швидко осцилюючих функцій загального виду, яка використовує економні схеми інтерполяції. Кубатурна формула має високу точність наближення та використовує менше значень функції в порівнянні з класичними формулами.

Четвертий розділ зосереджений на тестуванні кубатурних формул наближеного обчислення інтегралів від швидко осцилюючих функцій багатьох змінних загального виду в залежності від типу задання інформації про функції. Метою тестування є перевірка теоретичних тверджень, а також дослідження потенційної спроможності запропонованих обчислювальних алгоритмів. Чисельні експерименти підтвердили теоретичні результати.

У *висновках* наведено основні результати наукової роботи щодо вирішення поставлених наукових задач дослідження.

В дисертації отримані наступні *наукові результати*:

1. *Вперше* запропоновані моделі та методи розв'язання задач цифрової обробки зображень на основі чисельного інтегрування швидко осцилюючих функцій багатьох змінних загального виду з використанням нових інформаційних операторів.

2. Вперше розглянуто математичні моделі процесу обробки зображень з використанням кубатурної формули наближеного обчислення інтегралів від швидко осцилюючих функцій трьох змінних загального виду у випадку, коли інформація про функції задається їх значеннями на площинах. Доведено, що запропонована формула, є оптимальною за порядком точності на класі диференційовних функцій.

3. Вперше розглянуто математичні моделі процесу обробки зображень з використанням кубатурних формул наближеного обчислення інтегралів від швидко осцилюючих функцій двох змінних загального виду у випадку, коли інформація про функції задається їх значеннями на лініях. Доведено, що запропоновані формули, які в своїй побудові використовують кусково-сталі та кусково-лінійні сплайни в якості допоміжних функцій, є оптимальними за порядком точності на класі диференційовних функцій.

4. Вперше запропоновано математичні моделі процесу обробки зображень на основі кубатурної формули, яка забезпечує ефективне наближення інтегралів від швидкоосцилюючих функцій загального виду з точки зору кількості використаних значень.

Достовірність теоретичних дисертаційних досліджень підтверджено чисельними експериментами та тестуванням кубатурних формул щодо їх потенційної спроможності. Експериментальні результати показали високу ефективність розроблених обчислювальних методів для наближеного обчислення інтегралів від швидко осцилюючих функцій багатьох змінних загального виду з використанням нових інформаційних операторів. Розроблені алгоритми дозволяють розширити перелік кубатурних формул для чисельного інтегрування функцій багатьох змінних, зокрема для інтегрування швидко осцилюючих функцій багатьох змінних загального виду у випадку, коли інформація про функції задається їх значеннями на площинах, лініях, а також значно підвищити точність обчислень.

Практичне значення одержаних результатів у галузі математичного моделювання задач цифрової обробки зображень полягає в наступному:

- розширено клас математичних моделей та розроблено нові методи розв’язання задач цифрової обробки зображень із залученням кубатурних формул наближеного обчислення інтегралів від швидко осцилюючих функцій багатьох змінних, зокрема загального виду, на випадок, коли інформація про функції задається їх значеннями на лініях, площинах;
- розроблені математичні методи та моделі, які ґрунтуються на використанні оптимальних за порядком точності кубатурних формул наближеного обчислення інтегралів від швидко осцилюючих функцій загального виду;
- досліджено якість кубатурних формул, які дозволяють досягати заданої точності з меншою кількістю даних, зокрема значень функцій в точках, порівняно з класичними методами, що робить їх перспективними для використання в процесі математичного моделювання задач цифрової обробки зображень.

Результати дисертаційної роботи використані в науковій роботі кафедри інформаційних комп’ютерних технологій і математики ННІ «УІПА» ХНУ імені В.Н. Каразіна (акт про впровадження 24.02.2024 р.).

Ключові слова: Математичне моделювання процесів, цифрова обробка зображень, оптимальне чисельне інтегрування, швидко осцилюючі функції, нові інформаційні оператори (інтерлінація, інтерфлетація), відновлення функцій двох та трьох змінних, суми Фур'є.