

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

Кваліфікаційна наукова  
праця на правах рукопису

**Свистунов Олег Олександрович**

УДК 621.373.826

**ДИСЕРТАЦІЯ**

**«ДИНАМІКА ЛАЗЕРНИХ ПУЧКІВ ТЕРАГЕРЦОВОГО ДІАПАЗОНУ  
З ФАЗОВИМИ СИНГУЛЯРНОСТЯМИ»**

Спеціальність 105 – Прикладна фізика та наноматеріали

Галузь знань 10 – Природничі науки

Подається на здобуття ступеня доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

\_\_\_\_\_ О. О. Свистунов

Науковий керівник: Маслов Вячеслав Олександрович, доктор фізико-математичних наук, професор.

Харків – 2025

## АНОТАЦІЯ

Свистунов О. О. Динаміка лазерних пучків терагерцового діапазону з фазовими сингулярностями. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 105 – Прикладна фізика та наноматеріали (10 – Природничі науки). – Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна Міністерства освіти і науки України, Харків, 2025.

Дисертаційну роботу присвячено встановленню фізичних закономірностей просторової динаміки лазерних пучків безперервного випромінювання терагерцового (ТГц) діапазону в випадку їх поширення та фокусування в вільному просторі. Для розв'язання цих задач були використанні методи сучасної радіофізики та обчислювальної електродинаміки.

Наведений огляд літератури показує, що дослідження вихрових пучків ТГц діапазону на даний час викликає значний інтерес. Такі лазерні пучки, що поєднують у собі переваги терагерцових хвиль і орбітальний кутовий момент, необхідні для вирішення важливих фундаментальних і прикладних завдань у галузі терагерцової та квантової оптики, візуалізації зображень з надвисокою роздільною здатністю, терагерцових комунікаційних систем зв'язку, захоплення та обертання мікрооб'єктів, вивчення лінійних та нелінійних відгуків матеріалів, прискорення та маніпулювання електронними згустками, виявлення астрофізичних джерел.

Існує два принципи генерації вихрових пучків: один – за допомогою пристроїв модуляції хвильового фронту для перетворення хвильового фронту звичайних ТГц хвиль; а при іншому безпосередньо збуджують ці вихрові пучки з використанням деяких лазерів накачування та/або речовин. Обмеженням на використання пристроїв заснованих на першому принципі є відсутність достатньої кількості існуючих і бажаних матеріалів в терагерцовому діапазоні, а

також для цих пристроїв присутня відносно вузька смуга пропускання терагерцових хвиль. У той час як при іншому принципі генерації можна працювати за відносно високої потужності лазера накачування з широкою смугою пропускання, незважаючи на відносно низьку ефективність перетворення. Однак, усі ці дослідження в більшості випадків проведені з використанням широкосмугового випромінювання генераторів субпікосекундних імпульсів на основі фемтосекундних лазерів, що призводить до високої складності виготовлення лазерних систем та взаємодія якого з речовиною значно відрізняється від взаємодії при безперервному випромінюванні.

Дослідження поширення вихрових лазерних пучків у вільному просторі є важливим для розуміння особливостей їх взаємодії з навколишнім середовищем. Такі пучки характеризуються наявністю орбітального моменту імпульсу, який впливає на їх поведінку під час поширення. У вільному просторі вихори можуть демонструвати стабільність структури хвильового фронту, що дозволяє зберігати їх унікальні властивості на великих відстанях.

Фокусування вихрових лазерних пучків у терагерцовому діапазоні є складним і водночас перспективним напрямом досліджень. Сфокусовані пучки мають унікальні властивості, які можна використовувати для створення надщільних фокусів, компактних фокусів з розмірами менше дифракційної межі, оптичних голок, світлових тунелів, фокусів з плоскою вершиною, матриць фокусів та інших. Фокусування дозволяє значно збільшити інтенсивність випромінювання у заданій області, що є критично важливим для таких застосувань, як матеріалознавство, біомедичні дослідження та спектроскопія.

Останнім часом дедалі більшу увагу дослідників привертають лазерні пучки вищого порядку. Такі пучки можуть бути корисні в задачах отримання компактних фокусів з розмірами менше дифракційної межі та високої роздільної здатності. Для більш детального вивчення можливостей таких застосувань

необхідне дослідження розподілів інтенсивності у фокальній області високоапертурної системи фокусування.

У другому розділі дисертації на основі дифракційних інтегралів Релея-Зоммерфельда вперше отримано аналітичні вирази для опису непараксіальної дифракції у вільному просторі мод діелектричного та металевого резонаторів терагерцового лазера у процесі їх взаємодії зі спіральною фазовою пластиною з різними топологічними зарядами ( $n = 0, 1$  і  $2$ ).

Вивчені фізичні особливості просторово-енергетичних характеристик отриманих вихрових пучків при їх поширенні в різних зонах дифракції. Показано, що спіральна фазова пластина для лазерного пучка, збудженого лінійно поляризованою модою  $EH_{11}$  діелектричного резонатора, з просторової структури із максимумом інтенсивності в центрі ( $n = 0$ ) формує кільцеву структуру ( $n = 1, 2$ ). Для лазерних пучків, утворених азимутально поляризованою  $TE_{01}$  модою та радіально поляризованою  $TM_{01}$  модою, їх початковий кільцевий профіль ( $n = 0$ ) перетворюється в профіль із максимумом інтенсивності в центрі ( $n = 1$ ), а надалі знову в кільцевий ( $n = 2$ ). За таких умов хвильовий фронт лазерного пучка, збудженого  $EH_{11}$  модою, перетворюється зі сферичного в спіральний з однією ( $n = 1$ ) та двома ( $n = 2$ ) точками сингулярності на осі, тоді як для фазової структури лазерних пучків, утворених  $TE_{01}$  та  $TM_{01}$  модами, з'являється область з двома та трьома точками фазової сингулярності поза віссю, відповідно.

Наведено, що у вільному просторі спіральна фазова пластина для лазерного пучка, збудженого лінійно поляризованою модою  $TE_{11}$  металевого резонатора, з профілю з максимумом інтенсивності в центрі ( $n = 0$ ) утворює асиметричне кільце з двома максимумами ( $n = 1, 2$ ). Для лазерних пучків, сформованих азимутально поляризованою  $TE_{01}$  модою та радіально поляризованою  $TM_{01}$  модою, початкова поперечна кільцева структура інтенсивності поля ( $n = 0$ ) трансформується в структуру з максимальною інтенсивністю випромінювання в

центрі ( $n = 1$ ), а потім знову в кільцеву ( $n = 2$ ). Фазовий фронт променя для основної поперечної  $E_y$  компоненти пучка, збудженого модою  $TE_{11}$ , змінюється зі сферичного на спіральний з однією ( $n = 1$ ) та двома ( $n = 2$ ) точками сингулярності. В той же час для хвильового фронту  $E_x$  компоненти лазерного пучка спостерігається утворення трьох ( $n = 1$ ) та чотирьох ( $n = 2$ ) гвинтових витків. Тоді як у фазовому профілі поперечних компонент пучків, утворених  $TE_{01}$  та  $TM_{01}$  модами, спостерігається область з двома та трьома позаосьовими точками сингулярності фази, відповідно.

Розподіли фази для поперечних компонент лазерних пучків, збуджених модами діелектричного та металевого резонаторів з однорідною поляризацією, мають чітко сформовану вихрову структуру, як в зоні Френеля, так і в дальній зоні. Однак, для лазерних пучків, збуджених модами з неоднорідною поляризацією, розподіли фази набувають стійкої структури тільки в дальній зоні.

В третьому розділі дисертаційної роботи вперше отримано аналітичні вирази для опису компонент полів випромінювання у фокальній області лінзи для лазерного пучка, утвореного модами хвилевідного діелектричного та металевого резонаторів терагерцового лазера, у процесі їх взаємодії в вільному просторі зі спіральною фазовою пластиною.

Показано, що у фокальній області лінзи за відсутності спіральної фазової пластини, досліджуваний лазерний пучок, збуджений модою  $EH_{11}$  діелектричного резонатора, має максимум інтенсивності випромінювання на осі. Введення топологічного заряду призводить до появи мінімуму інтенсивності випромінювання на осі, а також до збільшення розміру фокальної плями. Для лазерного пучка, сформованого модами  $TE_{01}$  та  $TM_{01}$  діелектричного резонатора, з топологічними зарядами  $n = 0$  і  $n = 2$  розподіл інтенсивності зберігає кільцеву форму, а при  $n = 1$  профіль пучка перетворюється на гаусоподібний. Хвильовий фронт із збільшенням топологічного заряду у фокальній області лінзи для компонент лазерних пучків, збуджених модами  $EH_{11}$ ,  $TE_{01}$  і  $TM_{01}$ , перетворюється

з сферичного на спіральний з різною кількістю гвинтових витків на осі. Представлені результати досліджень залежності відносного внеску потужності кожної компоненти поля лазерних пучків, збуджених даними модами, при різних значеннях топологічного заряду в випадку гострого фокусування.

Наведено, що лазерний пучок, сформований модою  $TE_{11}$  металевого резонатора, при топологічному заряді  $n = 0$  та  $2$  утворює фокальну пляму з максимумом в центрі, а при значенні  $n = 1$  фокусується в кільце. Хвильовий фронт  $E_x$  компоненти вихрового пучка в поперечному перерізі із зарядом  $n = 1$  має три спіральних витка, а хвильовий фронт для вихрового пучка із зарядом  $n = 2$  має вже чотири спіральні витки. В той же час хвильовий фронт  $E_y$  компоненти вихрового пучка в поперечному перерізі із зарядом  $n = 1$  має один спіральний виток, а хвильовий фронт для пучка із зарядом  $n = 2$  має два спіральні витки. Для лазерного пучка, сформованого модою  $TE_{01}$  металевого резонатора, з топологічними зарядами при  $n = 1$  профіль інтенсивності пучка перетворюється на гаусоподібний, а при  $n = 0$  і  $n = 2$  розподіл інтенсивності зберігає кільцеву форму. Хвильовий фронт для обох компонент вихрового пучка в поперечному перерізі з зарядом  $n = 1$  має два спіральні витки, а хвильовий фронт пучка для  $n = 2$  профіль має три спіральні витки.

Четвертий розділ дисертаційної роботи присвячений теоретичному та експериментальному встановлення фізичних особливостей структури поля лазерних пучків вищого порядку, збуджених комбінованими  $TE_{0n}+EH_{2n}$  та  $EH_{-1n}+EH_{3n}$  модами ( $n = 1, 2, 3$ ) діелектричного резонатора терагерцового лазера, при їх поширенні та фізичних властивостей лазерних пучків, утворених даними модами, при їх помірному та гострому фокусуванні у вільному просторі. Показано, що сумарна інтенсивність поля пучка, утвореного цими комбінованими модами, визначається усіма трьома компонентами. Центральні максимуми поля лазерних пучків значно зміщуються від геометричних фокусів досліджуваних лінз зі збільшенням свого порядку  $n$ . Наведено, що поперечний

розподіл сумарної інтенсивності поля пучка, сформованого модою  $TE_{01q}+EH_{21q}$  діелектричного хвилевідного резонатора, в області максимальної інтенсивності сфокусованих пучків випромінювання зберігає кільцеподібний вигляд як при помірному, так і при гострому фокусуванні.

Вихрові пучки з їх стабільністю при поширенні у вільному просторі є перспективними для створення систем бездротового зв'язку у терагерцовому діапазоні, забезпечуючи високу пропускну здатність і стійкість до перешкод. Сфокусовані вихрові пучки дозволяють створювати компактні фокуси з розмірами менше дифракційної межі, оптичні голки, фокуси з плоскою вершиною, та інші. Це відкриває нові можливості для створення наноструктур, збору мікрочастинок або роботи з біологічними об'єктами. Дослідження фокусування таких пучків сприяють розробці високочутливих сенсорів, що здатні виявляти незначні зміни в середовищі або характеристиках об'єктів. Дослідження фокусування терагерцових пучків, збуджених модами вищого порядку, сприяє появі передових технологій у таких галузях як медицина, комунікації, матеріалознавство, квантова фізика і криптографія, в тому числі у сфері нових методів кодування даних у квантових комунікаціях.

**Ключові слова:** діелектричний хвилевідний резонатор, металевий хвилевідний резонатор, терагерцовий лазер, вихрові пучки, спіральна фазова пластина, комбіновані моди, неоднорідна поляризація, поширення випромінювання, гостре та помірне фокусування.

## ABSTRACT

Svystunov O. O. Dynamics of laser beams of the terahertz range with phase singularities. Qualifying scientific work as a manuscript.

Thesis submitted for obtaining the Doctor of Philosophy degree in specialty 105 – Applied Physics and Nanomaterials (10 – Natural Sciences). V. N. Karazin Kharkiv National University of the Ministry of Education and Science of Ukraine, Kharkiv, 2025.

The dissertation work is devoted to establishing the physical regularities of spatial dynamics of laser beams of continuous radiation of the terahertz (THz) range in the case of their propagation and focusing in free space. To solve these problems, methods of modern radiophysics and computational electrodynamics were used.

The literature review shows that the study of vortex beams in the THz range is currently of considerable interest. Such laser beams, combining the advantages of terahertz waves and orbital angular momentum, are necessary for solving important fundamental and applied problems in the field of terahertz and quantum optics, ultrahigh-resolution imaging, terahertz communication systems, capturing and rotating microobjects, studying linear and nonlinear responses of materials, accelerating and manipulating electron bunches, and detecting astrophysical sources.

There are two principles of vortex beam generation: one is by using wavefront modulation devices to convert the wavefront of conventional THz waves; and the other is directly exciting these vortex beams using some pump lasers and/or substances. The limitation to the use of devices based on the first principle is the lack of a sufficient number of existing and desirable materials in the terahertz range, and also for these devices there is a relatively narrow bandwidth of terahertz waves. While with the other generation principle it is possible to operate at a relatively high power of the pump laser with a wide bandwidth, despite the relatively low conversion efficiency. However, all these studies in most cases were carried out using broadband radiation from subpicosecond pulse generators based on femtosecond lasers, which leads to high



complexity of manufacturing laser systems and the interaction of which with matter is significantly different from the interaction with continuous radiation.

The study of the propagation of vortex laser beams in free space is important for understanding the features of their interaction with the environment. Such beams are characterized by the presence of orbital angular momentum, which affects their behavior during propagation. In free space, they demonstrate the stability of the phase front structure, which allows them to preserve their unique properties over large distances.

Focusing vortex laser beams in the terahertz range is a complex and at the same time promising area of research. Focused beams have unique properties that can be used to create ultra-dense foci, compact foci with dimensions smaller than the diffraction limit, optical needles, light tunnels, flat-top foci, foci matrices, and others. Focusing allows for a significant increase in the radiation intensity in a given area, which is critically important for applications such as materials science, biomedical research, and spectroscopy.

Recently, higher-order laser beams have attracted increasing attention of researchers. Such beams can be useful in obtaining compact foci with sizes smaller than the diffraction limit and high resolution. To study the possibilities of such applications in more detail, it is necessary to study the intensity distributions in the focal region of a high-aperture focusing system.

In the second section of the dissertation, based on Rayleigh-Sommerfeld diffraction integrals, analytical expressions were first obtained to describe the non-paraxial diffraction in free space of the modes of dielectric and metallic resonators of a terahertz laser during their interaction with a spiral phase plate with different topological charges ( $n = 0, 1, \text{ and } 2$ ).

The physical features of the spatial and energetic characteristics of the obtained vortex beams during their propagation in different diffraction zones have been studied. It is shown that a spiral phase plate for a laser beam excited by a linearly polarized  $EH_{11}$

mode of a dielectric resonator forms a ring structure ( $n = 1, 2$ ) from a spatial structure with an intensity maximum in the center ( $n = 0$ ). For laser beams formed by an azimuthally polarized  $TE_{01}$  mode and a radially polarized  $TM_{01}$  mode, their initial ring profile ( $n = 0$ ) is transformed into a profile with an intensity maximum in the center ( $n = 1$ ), and then again into a ring ( $n = 2$ ). Under such conditions, the wavefront of a laser beam excited by the  $EH_{11}$  mode transforms from spherical to helical with one ( $n = 1$ ) and two ( $n = 2$ ) singularity points on the axis, while for the phase structure of laser beams generated by the  $TE_{01}$  and  $TM_{01}$  modes, a region with two and three phase singularity points off-axis appears, respectively.

It is shown that in free space, a spiral phase plate for a laser beam excited by a linearly polarized  $TE_{11}$  mode of a metal resonator forms an asymmetric ring with two maxima ( $n = 1, 2$ ) from a profile with a maximum intensity in the center ( $n = 0$ ). For laser beams formed by an azimuthally polarized  $TE_{01}$  mode and a radially polarized  $TM_{01}$  mode, the initial transverse annular structure of the field intensity ( $n = 0$ ) is transformed into a structure with a maximum radiation intensity in the center ( $n = 1$ ), and then again into an annular one ( $n = 2$ ). The phase front of the beam for the main transverse  $E_y$  component of the beam excited by the  $TE_{11}$  mode changes from spherical to helical with one ( $n = 1$ ) and two ( $n = 2$ ) singularity points. At the same time, for the wavefront of the  $E_x$  component of the laser beam, the formation of three ( $n = 1$ ) and four ( $n = 2$ ) helical turns is observed. While in the phase profile of the transverse components of the beams formed by the  $TE_{01}$  and  $TM_{01}$  modes, a region with two and three off-axis phase singularities is observed, respectively.

The phase distributions for the transverse components of laser beams excited by modes of dielectric and metallic resonators with uniform polarization have a clearly formed vortex structure, both in the Fresnel zone and in the far zone. However, for laser beams excited by modes with inhomogeneous polarization, the phase distributions acquire a stable structure only in the far zone.

In the third section of the dissertation, analytical expressions were first obtained to describe the components of the radiation fields in the focal region of the lens for a laser beam formed by the waveguide modes of the dielectric and metallic resonators of a terahertz laser during their interaction in free space with a spiral phase plate.

It is shown that in the focal region of the lens in the absence of a spiral phase plate, the studied laser beam excited by the  $EH_{11}$  mode of the dielectric resonator has a maximum of radiation intensity on the axis. The introduction of a topological charge leads to the appearance of a minimum of radiation intensity on the axis, as well as to an increase in the size of the focal spot. For a laser beam formed by the  $TE_{01}$  and  $TM_{01}$  modes of the dielectric resonator, with topological charges  $n = 0$  and  $n = 2$ , the intensity distribution retains a ring shape, and at  $n = 1$  the beam profile becomes Gaussian. The wave front with an increase in the topological charge in the focal region of the lens for the components of the laser beams excited by the  $EH_{11}$ ,  $TE_{01}$  and  $TM_{01}$  modes turns from spherical to helical with a different number of helical turns on the axis. The results of studies of the dependence of the relative contribution of the power of each component of the field of laser beams excited by these modes at different values of the topological charge in the case of tight focusing are presented.

It is shown that the laser beam formed by the  $TE_{11}$  mode of a metal resonator forms a focal spot with a maximum in the center at topological charges  $n = 0$  and  $2$ , and at the value  $n = 1$  it focuses into a ring. The wave front  $E_x$  of the vortex beam component in the cross section with charge  $n = 1$  has three spiral turns, and the wave front for the vortex beam with charge  $n = 2$  has already four spiral turns. At the same time, the wave front  $E_y$  of the vortex beam component in the cross section with charge  $n = 1$  has one spiral turn, and the wave front for the beam with charge  $n = 2$  has two spiral turns. For a laser beam formed by the  $TE_{01}$  mode of a metal resonator with topological charges at  $n = 1$ , the beam intensity profile becomes Gaussian, and at  $n = 0$  and  $n = 2$  the intensity distribution retains a ring shape. The wavefront for both components of the vortex beam

in the cross section with charge  $n = 1$  has two spiral turns, and the beam wavefront for  $n = 2$  has three spiral turns.

The fourth section of the dissertation is devoted to the theoretical and experimental establishment of the physical features of the structure of the laser beam field excited by the combined  $TE_{0n}+EH_{2n}$  and  $EH_{-1n}+EH_{3n}$  ( $n = 1, 2, 3$ ) modes of the dielectric resonator of a terahertz laser during their propagation in free space and the physical properties of the laser beams formed by these modes during their moderate and tight focusing. It is shown that the total intensity of the beam field formed by these combined modes is determined by all three components. The central maxima of the laser beam field are significantly shifted from the geometric foci of the studied lenses with an increase in their order  $n$ . It is shown that the transverse distribution of the total intensity of the beam field formed by the  $TE_{01q}+EH_{21q}$  mode of the dielectric waveguide resonator in the region of maximum intensity of the focused radiation beams retains a ring-shaped appearance both at moderate and at tight focusing.

Vortex beams, with their stability when propagating in free space, are promising for creating wireless communication systems in the terahertz range, providing high bandwidth and resistance to interference. Focused vortex beams allow the creation of compact foci with dimensions smaller than the diffraction limit, optical needles, flat-top foci, and others. This opens up new opportunities for creating nanostructures, collecting microparticles, or working with biological objects. Research on focusing such beams contributes to the development of highly sensitive sensors that can detect minor changes in the environment or characteristics of objects. Research on focusing terahertz beams excited by higher-order modes contributes to the emergence of advanced technologies in such fields as medicine, communications, materials science, quantum physics, and cryptography, including in the field of new methods of data encoding in quantum communications.

**Keywords:** dielectric waveguide resonator, metallic waveguide resonator, terahertz laser, vortex beams, spiral phase plate, combined modes, inhomogeneous polarization, radiation propagation, moderate and tight focusing.

## СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

### *Наукові праці в наукових фахових виданнях України:*

1. Гурін О. В., Дегтярьов А. В., Дубінін М. М., Маслов В.О., Мунтян К. І., Рябих В. М., Свистунов О. О., & Сенюта В. С. Гостре та помірне фокусування комбінованих мод терагерцового лазера. *Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Радіофізика та електроніка»*. 2023. Т. 38. С. 7–15.

<https://doi.org/10.26565/2311-0872-2023-38-01>

*(Особистий внесок здобувача: участь у проведенні експерименту, обговорення та аналіз результатів, підготовка матеріалів та ілюстрацій, оформлення статті.*

*Особистий внесок Гурін О. В.: проведення експерименту, збір експериментальних даних.*

*Особистий внесок Дегтярьов А. В.: перевірка наукової достовірності отримуваних результатів, перевірка тексту роботи, редагування, обговорення та аналіз результатів.*

*Особистий внесок Дубінін М. М.: перевірка тексту роботи, редагування, обговорення та аналіз результатів, оформлення статті.*

*Особистий внесок Маслов В. О.: перевірка наукової достовірності отримуваних результатів, перевірка тексту роботи, редагування, обговорення та аналіз результатів.*

*Особистий внесок Мунтян К. І.: перевірка тексту роботи, редагування, оформлення статті, обговорення та аналіз результатів.*

*Особистий внесок Сенюта В. С.: проведення експерименту, збір експериментальних даних.)*

2. Дегтярьов А. В., Дубінін М. М., Маслов В. О., Мунтян К. І., Свистунов О. О. Поширення вихрових лазерних пучків металевого резонатора. *Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Радіофізика та електроніка»*. 2024. Т. 40, С. 57–67. <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2024-40-05>.

*(Особистий внесок здобувача: написання розрахункових програм, обговорення та аналіз результатів, підготовка матеріалів та ілюстрацій, оформлення статті.*

*Особистий внесок Дегтярьов А. В.: перевірка наукової достовірності отримуваних результатів, перевірка тексту роботи, редагування, обговорення та аналіз результатів.*

*Особистий внесок Дубінін М. М.: перевірка тексту роботи, редагування, допомога в написанні розрахункових програм, обговорення та аналіз результатів, оформлення статті.*

*Особистий внесок Маслов В.О.: перевірка наукової достовірності отримуваних результатів, перевірка тексту роботи, редагування, обговорення та аналіз результатів.*

*Особистий внесок Мунтян К. І.: перевірка тексту роботи, редагування, оформлення статті, обговорення та аналіз результатів.)*

***Наукові праці в періодичних наукових виданнях, що входять міжнародних наукометричних баз:***

3. Degtyarev A. V., Dubinin M. M., Maslov V. A., Muntean K. I., Svistunov O. O. Free-space propagation of terahertz laser vortex beams. *RadioPhys. Radio Astron.* 2024. Vol. 29, №2. P. 127–136. <https://doi.org/10.15407/rpra29.02.127>.

4. Degtyarev A. V., Dubinin M. M., Maslov V. A., Muntean K. I., Svistunov O. O. Propagation of vector vortex beams excited by a terahertz laser dielectric

resonator. *Telecommunications and Radio Engineering*. 2024. Vol. 83. №8. P. 57–67. <https://doi.org/10.1615/TelecomRadEng.2024052443>

5. Degtyarev A. V., Dubinin M. M., Gurin O. V., Maslov V. O., Muntean K. I., Ryabykh V. N., Svystunov O. O. Properties of focused combined modes of terahertz laser. *Semiconductor Physics, Quantum Electronics & Optoelectronics*. 2024. Vol. 27. №2. P. 216–223. <https://doi.org/10.15407/spqeo27.02.216>

6. Degtyarev A. V., Dubinin M. M., Maslov V. A., Muntean K. I., Svystunov O. O. Evolution of vector vortex beams formed by a terahertz laser metal resonator. *East Eur. J. Phys.* 2024. Vol. 2. №3. P. 121–129. <https://doi.org/10.26565/2312-4334-2024-2-10>

7. Degtyarev A. V., Dubinin M. M., Maslov V. O., Muntean K. I., Svystunov O. O. Tight focusing of terahertz vortex beams formed by laser dielectric resonator. *Semiconductor Physics, Quantum Electronics & Optoelectronics*. 2024. Vol. 27. №3. P. 328–336. <https://doi.org/10.15407/spqeo27.03.328>

***Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:***

8. Degtyarev Andrey, Dubinin Mykola, Maslov Vyacheslav, Muntean Konstantin, Svystunov Oleg. Features of focusing combined modes of dielectric waveguide resonator. XIX International scientific conference electronics and applied physics APHYS 2023, October, Kyiv, P.11–13.

9. Degtyarev A.V., Dubinin M.M., Maslov V.O., Muntean K.I., Svystunov O.O. Propagation properties of vector vortex beams for the terahertz laser dielectric resonator. Proc. IEEE Int. Conf. Electronics and Nanotechnology (ELNANO-2024), Kyiv. [https://www.aconf.org/conf\\_199429/program.html](https://www.aconf.org/conf_199429/program.html)

10. М. Дубінін, В. Маслов, К. Мунтян, О. Свистунов. Поширення терагерцових вихрових пучків в вільному просторі. VIII Всеукраїнська науково-практична конференція. Перспективні напрямки сучасної електроніки,

інформаційних і комп'ютерних систем, м. Дніпро 22–24 листопада 2023 р, Україна, С. 195–196.

11. Degtyarev A.V., Dubinin M.M., Maslov V.O., Muntean K.I., Svystunov O.O. Propagation of terahertz laser vortex beams from a metal waveguide resonator. 2024 IEEE 5th KhPI Week on Advanced Technology, October 7–11, 2024, Kharkiv, Ukraine. P. 1–5. <https://doi.org/10.1109/KhPIWeek61434.2024.10878064>

12. М. Дубінін М., Маслов В., Мунтян К., Свистунов О. Гостре фокусування терагерцових лазерних вихрових пучків. VIII Всеукраїнська науково-практична конференція Перспективні напрямки сучасної електроніки, інформаційних і комп'ютерних систем MEICS–2024, 27–29 листопада 2024 р., м. Дніпро, Україна, С. 201–202.



## ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....	19
ВСТУП.....	20
<b>РОЗДІЛ 1. ВИХРОВІ ПУЧКИ В ТЕРАГЕРЦОВОМУ ДІАПАЗОНІ.</b>	
ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ І ВИБІР НАПРЯМКУ ДОСЛІДЖЕННЯ.....	31
1.1. Методи генерації терагерцового вихрового пучка.....	32
1.1.1. Генерація вихрового пучка пристроями модуляції хвильового фронту .....	33
1.1.2. Використання терагерцових голограмм.....	40
1.1.3. Пряме збудження спіральності вихрових пучків.....	42
1.2. Поширення та фокусування вихрових пучків.....	45
1.3. Можливі застосування вихрових пучків .....	47
1.4. Висновки до розділу 1.....	51
<b>РОЗДІЛ 2. ПОШИРЕННЯ ВИХРОВИХ ТЕРАГЕРЦОВИХ ЛАЗЕРНИХ ПУЧКІВ, ЗБУДЖЕНИХ МОДАМИ ХВИЛЕВІДНИХ РЕЗОНАТОРІВ.....</b>	
2.1. Поширення вихрових лазерних пучків, збуджених модами діелектричного резонатора, у вільному просторі .....	53
2.1.1. Теоретичні співвідношення .....	53
2.1.2. Результати розрахунків та їх аналіз .....	59
2.2. Поширення вихрових лазерних пучків, збуджених модами металевого резонатора, у вільному просторі .....	69
2.2.1. Теоретичні співвідношення.....	69
2.2.2. Результати розрахунків та їх аналіз.....	72
2.3. Висновки до розділу 2.....	88

РОЗДІЛ 3. ФОКУСУВАННЯ ВИХРОВИХ ТЕРАГЕРЦОВИХ ЛАЗЕРНИХ ПУЧКІВ, СФОРМОВАНИХ МОДАМИ ХВИЛЕВІДНИХ РЕЗОНАТОРІВ.....	90
3.1. Фокусування вихрових лазерних пучків, сформованих модами діелектричного резонатора .....	91
3.1.1. Теоретичні співвідношення.....	91
3.1.2. Результати розрахунків та їх аналіз.....	99
3.2. Фокусування вихрових лазерних пучків, сформованих модами металевого резонатора .....	116
3.2.1. Теоретичні співвідношення.....	116
3.2.2. Результати розрахунків та їх аналіз.....	121
3.3. Висновки до розділу 3.....	132
 РОЗДІЛ 4. ГОСТРЕ ТА ПОМІРНЕ ФОКУСУВАННЯ ЛАЗЕРНИХ ПУЧКІВ, СФОРМОВАНИХ КОМБІНОВАНИМИ МОДАМИ ТЕРАГЕРЦОВОГО ЛАЗЕРА .....	134
4.1. Теоретичні співвідношення .....	135
4.2. Результати розрахунків та їх аналіз.....	138
4.3. Експериментальна установка.....	144
4.4. Порівняння результатів розрахунків та експериментів .....	148
4.5. Висновки до розділу 4.....	151
ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ.....	152
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	156
ДОДАТОК А. СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ.....	172
ДОДАТОК Б. РОЗПОДІЛИ ПОЛЯ ПОВЗДОВЖНЬОЇ КОМПОНЕНТИ У ВИПАДКУ ПОШИРЕННЯ ПУЧКІВ В ВІЛЬНОМУ ПРОСТОРІ.....	176
ДОДАТОК В. ПОРІВНЯННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ РОБОТИ З РОЗРАХУНКАМИ ІНШИМИ МЕТОДАМИ.....	180

## ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

ТГц – терагерцовий

СПФ – спіральна фазова пластина

ОКМ – орбітальний кутовий момент

ІЧ – інфрачервоний

АПЕ – ахроматичний поляризаційний елемент

ДОЕ – дифракційний оптичний елемент

РК – рідкокристалічний

FWHM – (від англ. full width at half maximum) повна ширина на половині максимуму

## ВСТУП

**Обґрунтування вибору теми дослідження.** В останні роки терагерцові (ТГц) хвилі привернули до себе велику увагу завдяки своїм унікальним властивостям. Терагерцові пучки з різними поляризаційними векторними характеристиками демонструють нові особливості розподілу світлового поля і дедалі ширші перспективи застосування.

Розвиток технологій дозволив значно просунутися у вивченні цього діапазону спектра, відкриваючи широкі перспективи для його використання в науці та промисловості. Також, окрім розробки ефективних джерел і детекторів терагерцового діапазону [1 – 3], розвиток оптики для нього також є необхідним, щоб забезпечити можливість специфічного контролю та маніпулювання випромінюванням за допомогою його амплітуди, фази, поляризації і навіть орбітального кутового моменту (ОКМ). ТГц вихрові пучки поєднують у собі переваги хвиль цього діапазону та ОКМ. Зокрема, такі хвилі мають висококогерентну неіонізуючу природу, мале розсіювання і високу проникаючу та роздільну здатність, в той час як орбітальний момент надає хвилі додатковий ступінь свободи. Відповідно, ТГц вихрові пучки мають великий потенціал для багатьох напрямків досліджень. Наприклад, дані пучки з ОКМ можуть збільшити пропускну здатність ТГц зв'язку завдяки необмеженій кількості власних станів кутового моменту [4 – 7]. Крім того, ці вихрові пучки перспективні для прискорення та маніпулювання електронними згустками, оскільки вони можуть забезпечувати більш короткі електронні згустки та вищу роздільну здатність, космічне мікрохвильове фонове випромінювання і т. д. [20 – 23].

Методи генерації ТГц вихрових пучків можна поділити на два напрямки. Перший являє собою використання пучків з ОКМ з деякими модуляторами хвильового фронту, що є досить простим способом, аналогічно застосуванню

модуляторів хвильового фронту в оптичній та інфрачервоній (ІЧ) області. Спіральна фазова пластина з товщиною, що азимутально змінюється, є одним з найбільш відомих оптичних елементів для формування вихрових пучків. Працюючи шляхом безпосереднього накладання спірального фазового зсуву на лазерний пучок, що падає на неї, вона дозволяє перетворити майже 100 % енергії падаючого випромінювання в вихровий пучок.

А при іншому безпосередньо збуджують вихрові пучки з використанням деяких лазерів накачування та/або речовин. Однак, усі ці дослідження в більшості випадків проведені з використанням широкосмугового випромінювання генераторів субпікосекундних імпульсів на основі фемтосекундних лазерів, що призводить до високої складності виготовлення лазерних систем та взаємодія якого з речовиною значно відрізняється від взаємодії при безперервному випромінюванні.

Молекулярні лазери з оптичним накачуванням залишаються поки що єдиним компактним джерелом безперервного терагерцового випромінювання, які можуть дискретно перестроюватися у всьому терагерцовому діапазоні і мають малу ширину спектральної лінії ( $\Delta\nu < 10$  кГц). В даний час різко зріс інтерес до цих джерел у зв'язку з можливістю використання як джерела накачування квантово-каскадних лазерів середнього ІЧ-діапазону, що безперервно перестроюються. У більшості лазерів з оптичним накачуванням застосовуються хвилевідні діелектричні та металеві резонатори, що дозволяє при порівняно невеликих розмірах резонатора отримувати досить високі потужності (до 1 Вт) в безперервному режимі. Серед мод таких резонаторів моди з лінійною поляризацією поля та мода з азимутальною поляризацією мають найнижчі втрати енергії, а повздовжня компонента моди з радіальною поляризацією може вносити істотний внесок у формування фокальної плями у випадку гострого фокусування випромінювання.

Дослідження поширення вихрових лазерних пучків у вільному просторі є важливим для розуміння особливостей їх взаємодії з навколишнім середовищем. Наявність орбітального моменту імпульсу таких пучків впливає на їх поведінку під час поширення. У вільному просторі ці лазерні пучки демонструють стабільність структури фазового фронту, що дозволяє зберігати їх унікальні властивості на великих відстанях.

Особливу увагу приділяють вивченню взаємодії даних пучків з перешкодами, неоднорідними середовищами та їх здатності до самокорекції. Це відкриває перспективи для використання вихрових лазерних пучків у задачах дистанційного зондування, бездротової передачі енергії та інформації, а також у створенні високоточних оптичних систем. Поглиблене розуміння поширення таких пучків у вільному просторі є ключовим для забезпечення їх ефективного застосування у практичних умовах.

Фокусування вихрових лазерних пучків у терагерцовому діапазоні є складним і водночас перспективним напрямом досліджень. Сфокусовані пучки мають унікальні властивості, які можна використовувати для створення надщільних фокусів, компактних фокусів з розмірами менше дифракційної межі, оптичних голок, світлових тунелів, фокусів з плоскою вершиною, матриць фокусів та інших. Фокусування дозволяє значно збільшити інтенсивність випромінювання у заданій області, що є критично важливим для таких застосувань, як матеріалознавство, біомедичні дослідження та спектроскопія.

Особливості фокусування вихрових пучків пов'язані з їх фазовою структурою, яка може викликати утворення спіральних профілів у фокальній площині. Дослідження зосереджуються як на помірному фокусуванні, що дозволяє отримувати більш рівномірні розподіли інтенсивності, так і на гострому фокусуванні, яке забезпечує високу густину енергії в малій області. Залежно від умов, таких як тип оптичної системи та параметри пучка, можна досягати різних конфігурацій фокусів, що робить ці пучки універсальними для широкого спектра

задач. Дослідження фокусування ускладнюється впливом дифракції, абераций оптичних елементів та можливих неоднорідностей середовища.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами, грантами.**

Робота виконувалася на кафедрі квантової радіофізики Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна в рамках держбюджетної науково-дослідної теми «Електродинаміка вихрових лазерних пучків терагерцового діапазону» (номер державної реєстрації 0124U000466, виконавець).

**Мета і завдання дослідження.** *Мета* даної роботи полягає у встановленні фізичних закономірностей просторової динаміки лазерних пучків безперервного випромінювання терагерцового діапазону в випадку їх поширення та фокусування в вільному просторі. Для досягнення цієї мети були поставлені та виконані наступні **задачі дослідження:**

- теоретично та чисельно вивчити поведінку мод хвилевідного діелектричного та металевого резонаторів терагерцового лазера в різних зонах дифракції у процесі їх взаємодії зі спіральною фазовою пластиною;
- теоретично та чисельно вивчити поведінку мод хвилевідного діелектричного та металевого резонаторів терагерцового лазера, сформованих спіральною фазовою пластиною, у фокальній області лінзи при їх гострому та помірному фокусуванні;
- теоретично та експериментально дослідити фізичні особливості структури поля комбінованих мод вищого порядку діелектричного резонатора терагерцового лазера у випадку їх поширення та помірному і гострому фокусуванні у вільному просторі.

**Об'єктом дослідження** є фізичні процеси поширення та фокусування лазерних пучків безперервного випромінювання в терагерцовому діапазоні частот.

**Предмет дослідження** – закономірності поширення та фокусування лазерних пучків безперервного випромінювання в терагерцовому діапазоні частот.

**Методи дослідження.** В роботі для вирішення поставлених завдань при вивченні поширення лазерних пучків, збуджуваних модами хвилевідних резонаторів, в різних зонах дифракції та в випадку їх помірною і гострого фокусування були використані дифракційні інтегральні перетворення Релея-Зоммерфельда. Для підтвердження достовірності результатів проведено порівняння розрахунків полів у випадку їх поширення методом розкладання поля за плоскими хвилями, у випадку гострого фокусування – інтегральним перетворенням Річардса-Вольфа.

Для експериментального вивчення досліджуваних явищ в роботі застосовуються добре відомі методи вимірювань ТГц діапазону.

### **Наукова новизна отриманих результатів.**

У роботі отримано такі нові результати для лазерних пучків безперервного випромінювання в терагерцовому діапазоні частот:

1. На основі дифракційних інтегралів Релея-Зоммерфельда вперше отримано аналітичні вирази для опису непараксильної дифракції у вільному просторі мод діелектричного та металевого резонаторів терагерцового лазера у процесі їх взаємодії зі спіральною фазовою пластиною з різними топологічними зарядами ( $n = 0, 1$  і  $2$ ).

2. Вперше чисельно встановлені фізичні особливості просторово-енергетичних характеристик вихрових лазерних пучків безперервного випромінювання терагерцового діапазону, сформованих спіральною фазовою пластиною, при їх поширенні у вільному просторі:

– показано, що спіральна фазова пластина для лазерного пучка, збудженого лінійно поляризованою модою  $EH_{11}$  діелектричного резонатора, з просторової структури із максимумом інтенсивності в центрі ( $n = 0$ ) формує кільцеву



структуру ( $n = 1, 2$ ). Для лазерних пучків, утворених азимутально поляризованою  $TE_{01}$  модою та радіально поляризованою  $TM_{01}$  модою, їх початковий кільцевий профіль ( $n = 0$ ) перетворюється в профіль із максимумом інтенсивності в центрі ( $n = 1$ ), а надалі знову в кільцевий ( $n = 2$ ). За таких умов хвильовий фронт лазерного пучка, збудженого  $EH_{11}$  модою, перетворюється зі сферичного в спіральний з однією ( $n = 1$ ) та двома ( $n = 2$ ) точками сингулярності на осі, тоді як для фазової структури лазерних пучків, утворених  $TE_{01}$  та  $TM_{01}$  модами, з'являється область з двома та трьома точками фазової сингулярності поза віссю, відповідно;

– наведено, що у вільному просторі спіральна фазова пластина для лазерного пучка, збудженого лінійно поляризованою модою  $TE_{11}$  металевого резонатора, з просторового профілю з максимумом інтенсивності в центрі ( $n = 0$ ) утворює асиметричне кільце з двома максимумами ( $n = 1, 2$ ). Для лазерних пучків, сформованих азимутально поляризованою  $TE_{01}$  модою та радіально поляризованою  $TM_{01}$  модою, початкова поперечна кільцева структура інтенсивності поля ( $n = 0$ ) трансформується в структуру з максимальною інтенсивністю випромінювання в центрі ( $n = 1$ ), а потім знову в кільцеву ( $n = 2$ ). Фазовий фронт для основної поперечної  $E_y$  компоненти випромінювання, збудженого модою  $TE_{11}$ , змінюється зі сферичного на спіральний з однією ( $n = 1$ ) та двома ( $n = 2$ ) точками сингулярності. В той же час для хвильового фронту  $E_x$  компоненти лазерного пучка спостерігається утворення трьох ( $n = 1$ ) та чотирьох ( $n = 2$ ) гвинтових витків. У фазовому профілі поперечних компонент пучків, утворених  $TE_{01}$  та  $TM_{01}$  модами, спостерігається область з двома та трьома позаосьовими точками сингулярності фази, відповідно;

– показано, що розподіли фази для поперечних компонент лазерних пучків, збуджених модами діелектричного та металевого резонаторів з однорідною поляризацією, мають чітко сформовану вихрову структуру, як в зоні Френеля, так

і в дальній зоні. Однак, для лазерних пучків, збуджених модами з неоднорідною поляризацією, розподіли фази набувають стійкої структури тільки в дальній зоні.

3. Вперше отримано аналітичні вирази для опису компонент полів випромінювання, утворених модами хвилевідного діелектричного та металевого резонаторів терагерцового лазера, у процесі їх взаємодії зі спіральною фазовою пластиною, у фокальній області лінзи.

4. Вперше чисельно встановлені фізичні особливості просторово-енергетичних характеристик вихрових лазерних пучків випромінювання з різною просторовою поляризацією поля, які збуджуються модами резонатора лазера на основі круглого діелектричного та металевого хвилеводів, при їх помірному та гострому фокусуванні:

– показано, що у фокальній області лінзи за відсутності спіральної фазової пластини досліджуваній пучок, збуджений  $EH_{11}$  модою діелектричного резонатора, має максимум інтенсивності випромінювання на осі. Введення фазової пластини призводить до появи мінімуму інтенсивності випромінювання на осі, а також до збільшення розміру фокальної плями. Для лазерного пучка, утвореного модами  $TE_{01}$  та  $TM_{01}$ , з топологічними зарядами  $n = 0$  і  $n = 2$  розподіл інтенсивності зберігає кільцеву форму, а при  $n = 1$  профіль пучка перетворюється на гаусоподібний. У фокальній області лінзи хвильовий фронт із збільшенням топологічного заряду для лазерного пучка, збуджених  $EH_{11}$ ,  $TE_{01}$  і  $TM_{01}$  модами, перетворюється зі сферичного на спіральний з різною кількістю гвинтових витків на осі. Показаний однаковий вклад поперечних компонент поля в загальну потужність випромінювання для лазерного пучка, збудженого  $TE_{01}$  модою і суттєвий внесок повздовжньої компоненти поля в загальну потужність випромінювання для лазерного пучка, збудженого  $TM_{01}$  модою;

– наведено, що лазерний пучок, сформований модою  $TE_{11}$  металевого резонатора, при топологічному заряді  $n = 0$  та  $2$  утворює фокальну пляму з

максимумом в центрі, а при значенні  $n = 1$  фокусується в кільце. Хвильовий фронт  $E_x$  компоненти вихрового пучка в поперечному перерізі із зарядом  $n = 1$  має три спіральних витка, а хвильовий фронт для вихрового пучка із зарядом  $n = 2$  має вже чотири спіральні витки. В той же час хвильовий фронт  $E_y$  компоненти вихрового пучка в поперечному перерізі із зарядом  $n = 1$  має один спіральний виток, а хвильовий фронт для пучка із зарядом  $n = 2$  має два спіральні витки. Для лазерного пучка, сформованого модою  $TE_{01}$  металевого резонатора, з топологічним зарядом  $n = 1$  профіль пучка перетворюється на гаусоподібний, а при топологічних зарядах  $n = 0$  і  $n = 2$  розподіл інтенсивності пучка зберігає кільцеву форму. Хвильовий фронт для обох компонент вихрового пучка в поперечному перерізі з зарядом  $n = 1$  має два спіральні витки, а хвильовий фронт пучка з зарядом  $n = 2$  має три спіральні витки.

5. Вперше теоретично та експериментально встановлені фізичні особливості структури поля лазерних пучків вищого порядку, збуджених комбінованими  $TE_{0n}+EH_{2n}$  та  $EH_{-1n}+EH_{3n}$  модами ( $n = 1, 2, 3$ ) з лінійною поляризацією діелектричного резонатора терагерцового лазера, при їх поширенні у вільному просторі та фізичних властивостей лазерних пучків, утворених даними модами, при їх помірному та гострому фокусуванні:

- показано, що сумарна інтенсивність поля лазерного пучка, збудженого комбінованими  $TE_{0n}+EH_{2n}$  та  $EH_{-1n}+EH_{3n}$  модами, визначається усіма трьома компонентами. Центральні максимуми поля даних пучків значно зміщуються від геометричних фокусів досліджуваних лінз зі збільшенням свого порядку  $n$ ;

- наведено, що поперечний розподіл сумарної інтенсивності поля лазерного пучка, утвореного  $TE_{01q}+EH_{21q}$  модою діелектричного хвилевідного резонатора, в області максимальної інтенсивності сфокусованих пучків випромінювання зберігає кільцеподібний вигляд як при помірному, так і при гострому фокусуванні.

### **Практичне значення отриманих результатів.**

Досліджені в дисертації фізичні особливості поширення терагерцових вихрових лазерних пучків можуть забезпечити ефективний метод передачі інформації у високошвидкісних системах ТГц зв'язку та виконання завдань, пов'язаних з томографією, із дослідженням властивостей матеріалів, знаходженням астрофізичних джерел, що робить їх дуже перспективними в сучасних технологіях. Виявлені нові особливості поширення лазерних пучків у вільному просторі мають самостійне значення, можуть знайти подальше практичне застосування при створенні елементної бази пасивних та керуючих випромінюванням компонентів та пристроїв ІЧ та ТГц діапазонів хвиль.

Результати досліджень фокусування терагерцових лазерних вихрових пучків необхідні для розв'язання задач, що пов'язані з взаємодією електромагнітних хвиль з речовиною: діагностика поверхні матеріалів, тонких плівок, біологічних об'єктів, розробка високочутливих сенсорів, створення оптичних пасток для маніпулювання мікро- та наночастинками.

Використання ТГц-випромінювання, збудженого модами вищого порядку, дозволяє покращити якість отримання зображень надвисокої роздільної здатності, високоефективно передавати інформацію та розширювати можливості взаємодії ТГц-випромінювання з матеріалами. В цілому, дослідження фокусування терагерцових пучків, збуджених модами вищого порядку, сприяє появі передових технологій у таких галузях як медицина, комунікації, матеріалознавство, квантова фізика і криптографія, в тому числі у сфері нових методів кодування даних у квантових комунікаціях.

Результати роботи можуть бути передані для використання до організацій: Інститут фізики НАН України, Радіоастрономічний інститут НАН України, Інститут радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова НАН України, Інститут електронної фізики НАН України, Міжнародний центр "Інститут прикладної оптики" НАН України, Інститут фізики плазми ННЦ "Харківський фізико-

технічний інститут”, Київський національний університет ім. Тараса Шевченка, Харківський національний університет радіоелектроніки, Національний університет “Львівська політехніка”.

### **Особистий внесок здобувача.**

Всі наукові публікації виконано у співавторстві. В роботах [111–114, 139] брав участь у формулюванні та розв’язанні задач, розробці та програмній реалізації чисельних алгоритмів, а також у проведенні обробки та аналізу результатів розрахунку і їх інтерпретації. В [150, 151] автором теоретично та експериментально проведено аналіз фізичних особливостей гострого та помірного фокусування лазерних пучків випромінювання, утворених комбінованими модами. Результати робіт [115 – 117, 152] представлені на конференціях здобувачем особисто.

**Апробація матеріалів дисертації.** Матеріали дисертаційної роботи були представлені та доповідалися на наступних конференціях:

- Degtyarev Andrey, Dubinin Mykola, Maslov Vyacheslav, Muntean Konstantin, Svystunov Oleg. Features of focusing combined modes of dielectric waveguide resonator. XIX International scientific conference electronics and applied physics APHYS 2023, October, Kyiv, P.11–13.
- Degtyarev A.V., Dubinin M.M., Maslov V.O., Muntean K.I., Svystunov O.O. Propagation properties of vector vortex beams for the terahertz laser dielectric resonator. Proc. IEEE Int. Conf. Electronics and Nanotechnology (ELNANO-2024), Kyiv. [https://www.aconf.org/conf\\_199429/program.html](https://www.aconf.org/conf_199429/program.html)
- М. Дубінін, В. Маслов, К. Мунтян, О. Свистунов. Поширення терагерцових вихрових пучків в вільному просторі. VIII Всеукраїнська науково-практична конференція. Перспективні напрямки сучасної електроніки, інформаційних

і комп'ютерних систем, м. Дніпро 22–24 листопада 2023 р, Україна, С. 195–196.

- Degtyarev A.V., Dubinin M.M., Maslov V.O., Muntean K.I., Svystunov O.O. Propagation of terahertz laser vortex beams from a metal waveguide resonator. 2024 IEEE 5th KhPI Week on Advanced Technology, October 7–11, 2024, Kharkiv, Ukraine. P. 1–5.

<https://doi.org/10.1109/KhPIWeek61434.2024.10878064>

- Дубінін М., Маслов В., Мунтян К., Свистунов О. Гостре фокусування терагерцових лазерних вихрових пучків. VIII Всеукраїнська науково-практична конференція Перспективні напрямки сучасної електроніки, інформаційних і комп'ютерних систем MEICS-2024, 27-29 листопада 2024 р., м. Дніпро, Україна, С. 201–202.

**Публікації.** Основні результати дисертації опубліковані в 7 наукових працях, з них 2 статі у наукових фахових виданнях України [114, 151], 5 – в наукових працях в періодичних наукових виданнях, що входять міжнародних наукометричних баз [111, 112, 113, 139, 150], та в 5 тезах міжнародних наукових конференцій [115, 116, 117, 140, 152].

**Структура і обсяг дисертації.** Дисертація складається зі анотації, вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел та додатків. Повний обсяг дисертації становить 188 сторінок, з яких основний текст викладено на 135 сторінках. Робота містить 76 ілюстрацій, 1 таблицю. Список використаних джерел містить 167 найменувань.

## РОЗДІЛ 1

### ВИХРОВІ ПУЧКИ В ТЕРАГЕРЦОВОМУ ДІАПАЗОНІ. ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ І ВИБІР НАПРЯМКУ ДОСЛІДЖЕННЯ

В останні роки, окрім розробки ефективних джерел і детекторів терагерцового (ТГц) діапазону [1 – 3], розвиток ТГц оптики також є необхідним, щоб забезпечити можливість специфічного контролю та маніпулювання таким випромінюванням за допомогою його амплітуди, фази, поляризації і навіть орбітального кутового моменту (ОКМ). Зростання інтересу до вихорів викликане також гвинтовими дислокаціями хвильового фронту, що виникають у них: азимутальна зміна фази світлового поля в околицях такої дислокації становить  $2\pi l$  щодо осі поширення, де  $l$  — число витків на хвильовому фронті на одиницю довжини хвилі, зване також топологічним зарядом сформованого пучка. Такі вихрові пучки поєднують у собі переваги ТГц хвиль та ОКМ. Зокрема, ТГц хвилі мають висококогерентну неіонізуючу природу, відмінні довжини хвиль і високу проникаючу здатність, в той час як ОКМ надає речовині додатковий ступінь свободи. Відповідно, ТГц вихрові пучки мають великий потенціал для багатьох напрямків досліджень. Наприклад, ці промені з ОКМ можуть збільшити пропускну здатність ТГц зв'язку завдяки необмеженій кількості власних станів ОКМ [4 – 7]. Такі промені можна застосовувати для виявлення терагерцових нелінійностей в деяких матеріалах, таких як графен [8]. Оскільки елементарні обертальні та вібраційні збудження багатьох речовин у природі знаходяться у ТГц діапазоні частот [9, 10 – 15], тому дані вихрові промені можуть використовуватися для маніпулювання речовинами, такими як ДНК та білки [4, 16 – 19]. Крім того, ТГц вихрові пучки перспективні для прискорення та маніпулювання електронними згустками, оскільки вони можуть забезпечувати більш короткі електронні згустки та вищу роздільну здатність, космічне

мікрохвильове фонове випромінювання і т. д. [20 – 23]. Завдяки цим чисельним застосування дослідники вже багато років працюють над тим, як ефективно генерувати ТГц вихрові пучки. Однак робіт про генерацію вихорів у ТГц області дуже мало. В основі методів генерації ТГц вихрових пучків положено два принципи, які показано на Рис. 1.1.

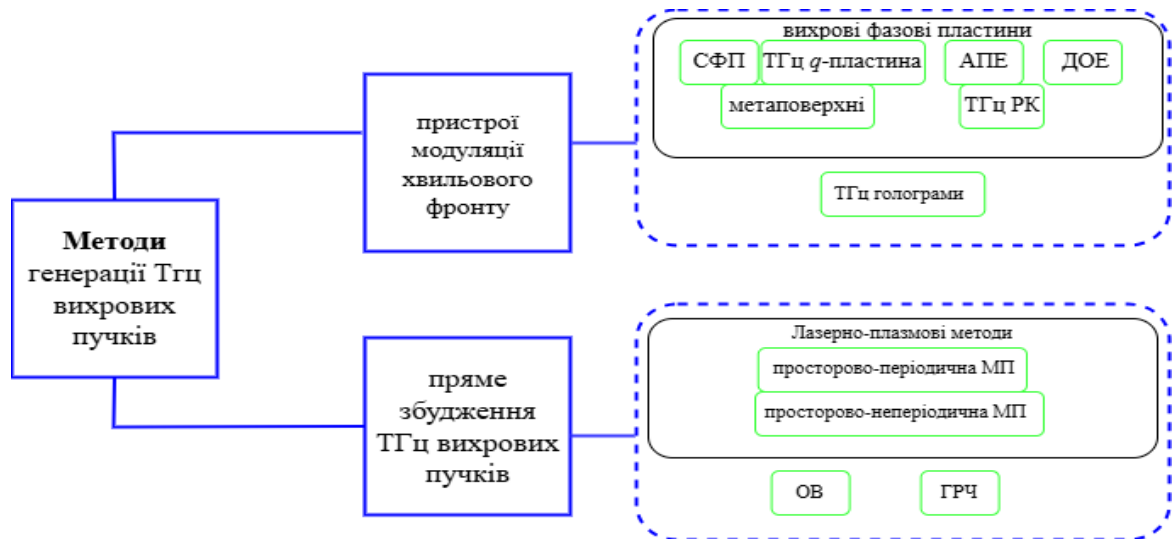


Рис. 1.1. Два принципи генерації ТГц вихрового пучка (СФП: спіральні фазові пластинки, АПЕ: ахроматичні поляризаційні елементи, ДОО: дифракційні оптичні елементи, ТГц РК: ТГц рідкокристалічна роздвоєна поляризаційна решітка, КГ: комп'ютерні голограми, МП : модульована плазма, ОВ: оптичне випрямлення, ГРЧ: генерація різницевої частоти)

### 1.1 Методи генерації терагерцового вихрового пучка

Способи генерації ТГц вихрових пучків можна поділити на два напрямки. Перший являє собою використання пучків з ОКМ з деякими модуляторами хвильового фронту ТГц, що є досить простим способом, аналогічно застосуванню модуляторів хвильового фронту в оптичній та інфрачервоній (ІЧ) області. А при іншому безпосередньо збуджують ТГц вихрові пучки з використанням деяких вихрових лазерів накачування та/або речовин.



### 1.1.1 Генерація вихрового пучка пристроями модуляції хвильового фронту

Існує менше пристроїв модуляції ТГц хвильового фронту в порівнянні з пристроями у видимій та ІЧ-області через брак матеріалів для бажаної ТГц техніки [24]. Однак, дослідники виявили, що для цих пристроїв підходять кілька незвичних матеріалів. Тобто, більшість їх є гнучкими полімерними матеріалами з низькою діелектричною проникністю, поглинанням і дисперсією в ТГц діапазоні [25, 26].

Крім того, деякі спеціальні матеріали, такі як графен [27 – 29] і плазма [30], також можуть застосовуватись у модуляторах ТГц хвильового фронту. Зазвичай існує два способи створення цих пристроїв із згаданих вище матеріалів: один - тільки механічне полірування без будь-яких хімічних процесів [5, 31 – 33], що дуже легко; а інший - за допомогою техніки тривимірного друку [34 – 36], яка є ефективним і недорогим методом з гарною роздільною здатністю. Загалом ці пристрої модуляції ТГц хвильового фронту включають вихрові фазові пластини та технологію ТГц голограми.

Декілька вихрових фазових пластин вже застосовувалися для створення ТГц вихрових пучків, таких як спіральні фазові пластини (СФП), ТГц  $q$ -пластини, ахроматичні поляризаційні елементи (АПЕ), дифракційні оптичні елементи (ДОЕ), метаповерхні та ТГц рідкокристалічна (РК) роздвоєна поляризаційна решітка.

Спіральна фазова пластинка (Рис. 1.2) з топологічним зарядом  $l$  являє собою оптичний елемент з азимутально змінною товщиною  $h = l\lambda\phi/2\pi\Delta n$ , де  $\Delta n$  - різниця показників заломлення матеріалу СФП та навколишнього середовища. Таким чином, СФП працює шляхом безпосереднього накладання спірального фазового зсуву  $\exp(il\phi)$  на лазерний пучок, що падає, дозволяючи перетворити майже 100 % енергії падаючого випромінювання у вихор.

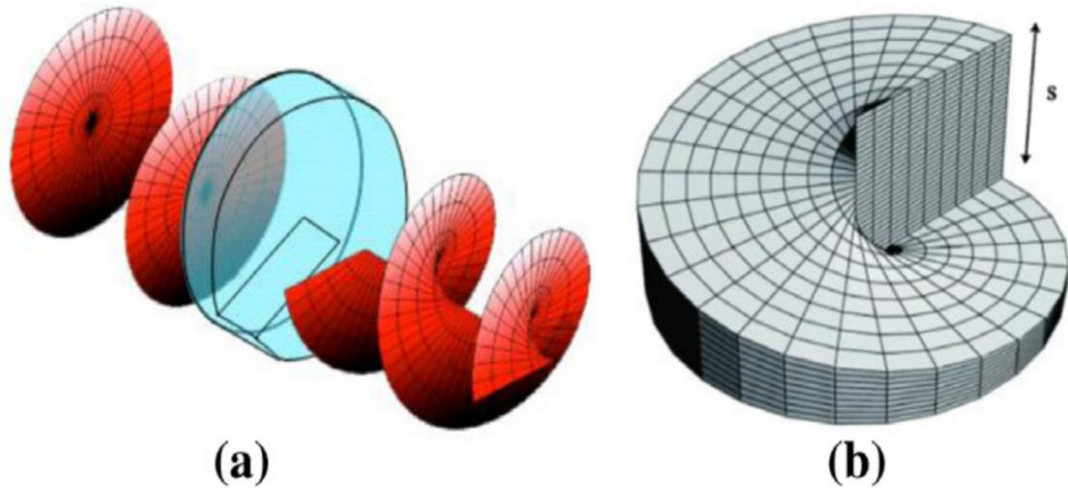


Рис. 1.2. (а) Формування вихору використовуючи спіральну фазову пластину.  
(б) 3D-модель спіральної фазової пластини

Відомо про СФП виготовлених з таких матеріалів: тефлон [34], поліпропілен та поліпропіленоподібні матеріали [32, 33, 35]. Крім поліпропілену та поліпропіленоподібних матеріалів, придатних у техніці 3D-друку, для виготовлення СФП методом механічного полірування використовуються й інші. Крім того, завдяки використанню СФП разом з тефлоновим аксиконом [37, 38], щоб забезпечити градієнти товщини як в радіальному, так і в азимутальному напрямках, гаусів пучок, що падає, був перетворений в пучок Бесселя високого порядку зі спіральною фазовою структурою, який може працювати на центральній частоті 0,3 ТГц чи 0,5 ТГц.

Взагалі, СФП дуже прості і можуть застосовуватися до імпульсів з будь-якими станами поляризації. Більше того, одна СФП можна використовувати для генерації пучків ОКМ із двома сполученими топологічними зарядами, просто перевернувши її. Крім того, за допомогою СФП легко створювати пучки Лагерра–Гауса високого порядку у вільному просторі. Однак розмір СФП з топологічними зарядами високого порядку вимагає більш високого просторового

дозволу. Крім того, вони зазвичай розраховані на певну частоту та певний топологічний заряд. Відтак вони демонструватимуть дисперсію топологічного заряду для широкосмугових джерел. Додатковим обмеженням ступінчастих СФП є дифракція на краях ступенів, що залежить від технології виготовлення та ширини краю ступеня. В даний час широке застосування СФП викликає гостру необхідність у розробці нових матеріалів, що підходять для ТГц діапазону, та у вдосконаленні розроблених методів, що дозволяють уникнути проблеми вузької смуги пропускання, сильного дифракційного ефекту, переривчастого профілю тощо.

$Q$ -пластина (Рис. 1.3) являє собою чисто геометричний фазовий оптичний елемент, за допомогою якого можна генерувати векторні і вихрові пучки з простою і компактною оптичною конструкцією. Це тонка оптична двопронезаломлююча хвильова пластинка з просторово-залежною орієнтацією звичайної та незвичайної осей у поперечній площині [39 – 41]. Ці осі мають певну топологічну структуру, а не однорідну структуру типу напівхвильової пластини. Число  $q$ , що означає швидкість зміни оптичної осі щодо азимутального кута, відображає конкретну геометрію. Зазвичай число  $q$  є цілим чи напівцілим. Цей пристрій в основному використовується в оптиці для генерації деяких структурованих пучків, які неоднорідні, але містять певні фази або особливості поляризації. Для генерації вихрового пучка необхідний оригінальний імпульс поляризації кругової спрямованості, який можна отримати, використовуючи правильно орієнтовану ТГц чвертьхвильову пластинку. Лазерний промінь із круговою поляризацією після проходження через  $q$ -пластину перетворюється на промінь із протилежною круговою поляризацією і, що більш важливо, у гвинтовий хвильовий фронт.

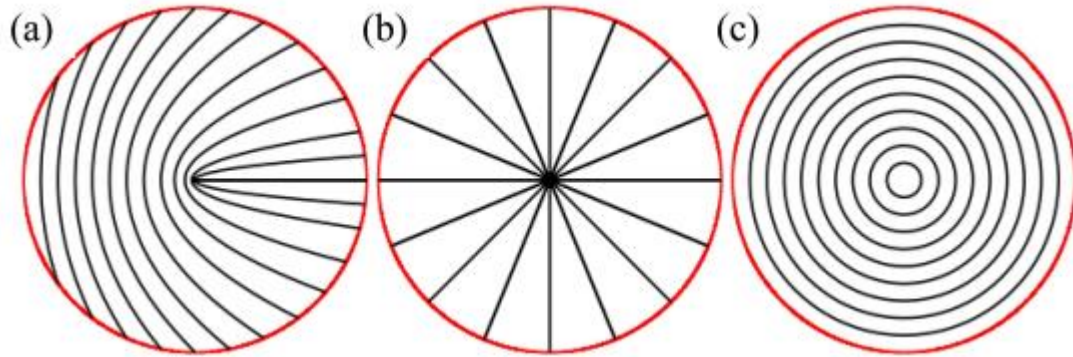


Рис. 1.3. Три приклади  $q$ -пластинок. Дотична до показаних ліній показує локальний напрямок оптичної осі. а)  $q = 1/2$ , що може генерувати гвинтові моди з  $l = \pm 1$ ; (б)  $q = 1$ , (с)  $q = 1$ , які можуть генерувати гвинтові моди з  $l = \pm 2$

Деякі матеріали можуть бути використані для виготовлення ТГц  $q$ -пластинок, наприклад, нематичний РК, полістирол, кристал кварцу і навіть плазма. Зокрема, нематичний РК виявився дуже перспективним кандидатом для  $q$ -пластинок у діапазоні частот від 0,5 ТГц до 2,5 ТГц через виражене оптичне подвійне променезаломлення, контрольований розподіл локальної оптичної осі та чутливість до зовнішнього поля. [42 – 44]. Використовуючи електрооптичний ефект у РК, можна керувати уповільненням  $q$ -пластини на основі РК в реальному часі за допомогою зовнішньої напруги [45]. Альтернативним матеріалом для 3D-друку ТГц  $q$ -пластинок є полістирол, який є високопрозорим матеріалом на частоті 0,15 ТГц або довжиною хвилі 2 мм [35, 46]. Кристал кварцу також може підійти для  $q$ -пластинок. Він має відносно великий коефіцієнт передачі широкого спектрального діапазону від 0,1 ТГц до 2,5 ТГц. Така  $q$ -пластина складається з пластин, що змінюються в просторі, з подвійним променезаломленням, наділених азимутально змінною орієнтацією оптичної осі в площині шляхом механічного полірування, тобто сегментованої напівхвильової пластини.

ТГц  $q$ -пластина компактна, а також має високу стабільність при довгостроковому використанні і практично не потребує обслуговування. Однак

$q$ -пластини вимагають спеціальної поляризації (тобто кругової поляризації), вхідних лазерних мод з малою потужністю та складною геометрією поверхні, що обмежує їх застосування. Їхня ефективність сильно залежить від довжини хвилі падаючих хвиль. Здебільшого заявлені  $q$ -пластини розроблені на основі технології 3D-друку. Структури з уривчастими елементами важко надрукувати з прийнятною якістю [47].

Теоретично радіально поляризований ТГц промінь може бути перетворений на вихровий ТГц імпульс за допомогою АПЕ, який складається з ахроматичної чвертьхвильової пластини та поляризатора з дротяною сіткою з певною орієнтацією швидких осей [48, 49]. Ахроматична чвертьхвильова пластина може бути виготовлена з кремнію з високим опором, який має високий коефіцієнт передачі широкому діапазоні від 1 ТГц до 2,5 ТГц.

Повідомляється, що деякі типи ступінчастих ДОЕ генерують ТГц вихрові пучки, такі як бінарно-фазові спіральні пластини Френеля [50], бінарно-фазові спіральні аксікони (Рис. 1.4) [51], комбінація оптимального фазового елемента та лінзи перетворення Фур'є [52]. Перші два елементи можуть бути використані для генерації недифракційних ТГц вихрових пучків Бесселя. Комбінація останніх використовується для створення таких кругових вихрових пучків Ейрі [52] або ідеальних ТГц вихрових пучків [36]. Зазначимо, що ідеальний вихор теоретично може бути описаний поряд, розкладеним за функціями Бесселя одного порядку та різних масштабів [53]. Як правило, ДОЕ надають гнучкий метод генерації променів ОКМ та дозволяють регулювати дифракційну картину на місці. Знак топологічного заряду визначає напрямок обертання спіралі. Крім того, ДОЕ мають високу ефективність і роздільну здатність і нечутливі до поляризації падаючого лазерного світла. Більшість ДОЕ призначені лише для генерації вихрових пучків Бесселя.

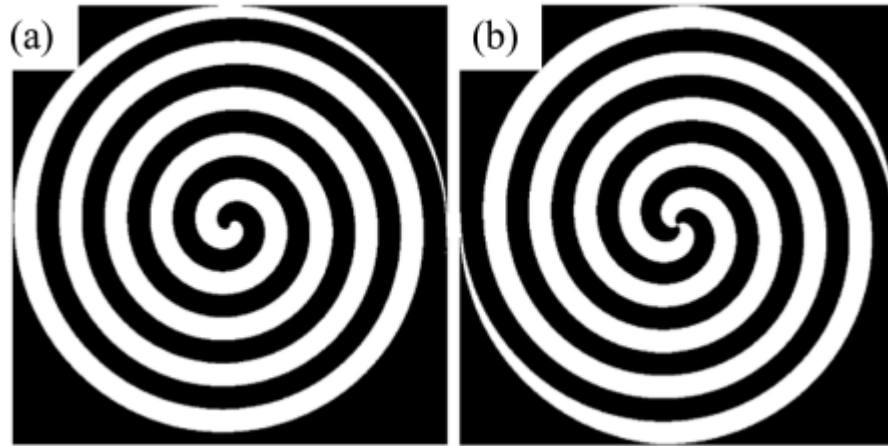


Рис. 1.4. Фазові профілі двох бінарно-фазових спіральних аксиконів  
(a)  $l = \pm 1$ ; (б)  $l = \pm 2$

Метаповерхні це ультратонкі метаматеріали, що складаються з плоских субхвильових блоків, можуть використовуватися для досягнення фазової модуляції. Їх можна розділити на дві категорії залежно від механізму фазової модуляції: резонансні метаповерхні [54 – 56] та геометрично-фазові метаповерхні [48, 57]. Перший може бути спроектований як СФП, а другий спроектований так, щоб поводитися як  $q$ -пластини. Повідомляється про декілька типових метаповерхонь для генерації вихрових ТГц пучків, заснованих на двох вищезгаданих категоріях. Повідомляється про резонансні метаповерхні в ТГц області, такі як структура V-подібних щілинних антен [55, 56], анізотропна хірально метаповерхня [58], генератори на резонансно-тунельних діодах з інтегрованою радіальною лінійно-щілинною антеною [59]. У той час як геометрично-фазові метаповерхні для генерації ТГц вихрового пучка включають кругові субхвильові щілини [57], що відображає метаповерхневу структуру, двокільцеву розподілену щілинну решітку [60] і т. д. На відміну від традиційних об'ємних оптичних елементів можливість гнучкого формування електромагнітного поля шляхом маніпулювання фазою, амплітудою, а також поляризацією за бажанням за допомогою компактної та простої у виготовленні

системи. Ще однією перевагою метаповерхностей є можливість налаштування, яка може бути досягнута шляхом маніпулювання та контролю взаємодії між метаповерхнями та падаючими хвилями для зміни передачі, відбиття та поглинання падаючих хвиль відповідно до бажаних функцій. Більшість метаповерхонь для генерації ТГц вихрових пучків структуровані металевими осередками. Вони мають високі втрати через скін-ефекту в ТГц діапазоні. Особливу увагу слід приділити деяким відповідним, гнучким матеріалам з низькими втратами на ТГц частоті.

ТГц РК роздвоєна поляризаційна решітка може використовуватися для одночасної генерації та поділу чистих ТГц вихрових пучків зі сполученою круговою поляризацією. Проте вона досить громіздка, а процес її виготовлення дуже складний [61]. Фазові розподіли спіральної фази, фази решітки зі спеціальною мікрорельєфною структурою та їх інтегрований розподіл фази показані на Рис. 1.5(a) – 1.5(c) відповідно. Ідеальна хвильова пластина тривимірного РК має пилкоподібний профіль, що складається з полірованої решітки та підкладки, як показано на Рис. 1.5(d).

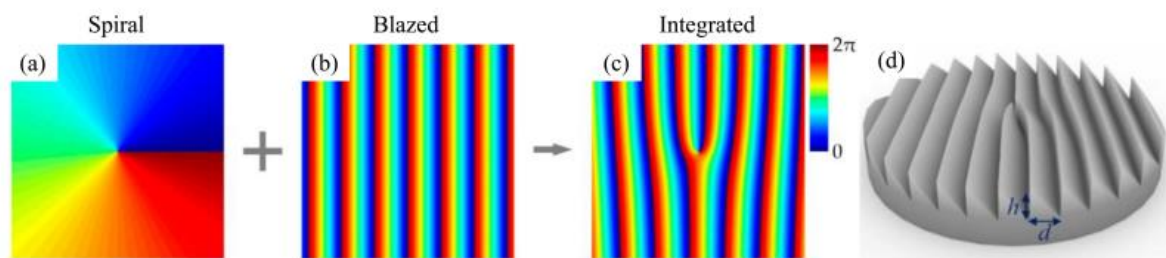


Рис. 1.5. Фазовий розподіл та ідея тривимірної схематичної структури ТГц РК роздвоєної поляризаційної решітки. (a) Звичайний спіральний розподіл фази; (b) введено градієнтний розподіл фази; (c) інтегрований розподіл фази; (d) ідеальна 3D РК роздвоєна поляризаційна решітка

### 1.1.2 Використання ТГц голограмм

Генеровані комп'ютером голограми є локально-періодичними дифракційними решітками, які змінюють як відбиті електромагнітні поля, так і ті, що проходять [62, 63]. Структура голограми може бути спроектована чисельно, а потім надрукована або витравлена на матеріалі підкладки голограми. Голограми нерідко бувають локально бінарними, тобто. структура решітки складається з однієї канавки певної ширини та глибини. Існує два типи голограм для генерації вихрових пучків Бесселя в суб-ТГц діапазоні: голограми амплітудного типу та голограми фазового типу [62], локальна ґраткова структура яких показана на Рис. 1.6.

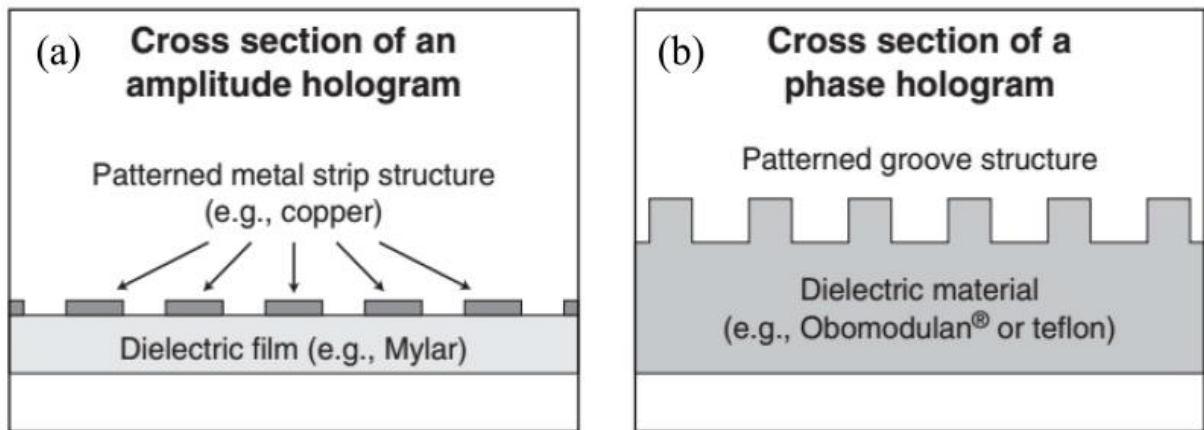


Рис. 1.6. Локальні решітчасті структури. а) амплітудні голограми;  
(б) фазові голограми

У голограмі амплітудного типу її дифракційні решітки складаються з мідних смужок на діелектричній плівці. Розроблений малюнок може бути виготовлений за допомогою фотолітографії та хімічного мокрого травлення [63]. Глибина скін-шару субтерагерцової хвилі всередині міді набагато менше 1 мкм. Таким чином, металеві решітки ефективно відображають все поле, включаючи



промені, що падають на мідну смужку і пройшли через щілини між смужками. Фази та амплітуди модулюються розташуванням щілин та зміною ширини щілин відповідно. Зазвичай доступними сигналами є сигнали перших порядків дифракції, що генеруються голограмами.

Елементи голограми фазового типу складаються із фрезерованих канавок на діелектричній підкладці. Суб-ТГц поле, проходячи через канавки, набуває різниці фаз щодо поля між канавками, що призводить до фазової модуляції поля, яка передається замість амплітудної модуляції. Однак завжди є деякі втрати, обумовлені як відбиттям електричного поля на межі розділу діелектрика, так і загасанням з втратами всередині діелектрика. Профіль канавок фазової голограми може бути бінарним (усі канавки мають прямокутний поперечний переріз), багаторівневим (ступінчастий профіль) або безперервним. Для оптимізації структури решітки потрібне ретельне моделювання.

Просторовий терагерцовий модулятор вимагає набору невеликих блоків, які можуть незалежно керувати передачею або відображенням терагерцового променя в різних положеннях. Отже, прозорість у різних положеннях напівпровідникової пластини можна модулювати незалежно. Такий модулятор забезпечує повністю оптичний або електричний контроль просторової передачі або відбиття вхідної ТГц хвилі; отже, може створювати широкосмугові вихрові ТГц промені. Як показано на Рис. 1.7, промінь, модульований звичайним просторовим світловим модулятором, висвітлює поверхню напівпровідникової кремнієвої пластини товщиною 500 мкм, створюючи відповідну структуру фотогенерованих носіїв. Його власна широкосмугова характеристика призводить до широкої смуги пропускання. (1 – 1,6 ТГц) ТГц вихрових пучків, що генеруються.

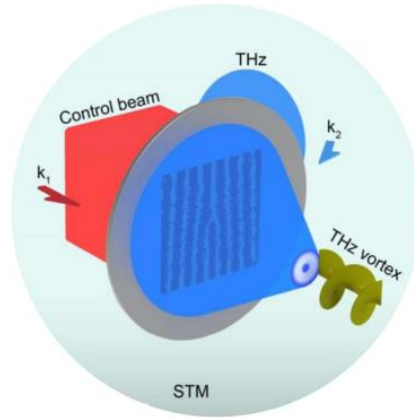


Рис. 1.7. Прототип просторового терагерцового модулятора

### 1.1.3 Пряме збудження спіральності вихрових пучків

На сьогодні є також повідомлення про пряме збудження ОКМ ТГц вихрових пучків. Ці описані методи включають оптичне випрямлення, генерацію різницевої частоти і методи лазерної плазми.

#### *Оптичне випрямлення*

ТГц пучки можна генерувати шляхом оптичного випрямлення ІЧ-лазерного імпульсу в кристалі  $\langle 110 \rangle$  ZnTe. В цілому, оптичне випрямлення добре підходить для генерації інтенсивних ТГц вихорів – можна просто збільшити площу поверхні кристала оптичного випрямлення, збільшивши вхідну енергію лазера та виконати умови фазового синхронізму. Смуга пропускання залежить від частотної характеристики кристала оптичного випрямлення. Проте з допомогою оптичного випрямлення досі вдається генерувати чисті ТГц вихрові імпульси.

#### *Генерація різницевої частоти*

Повідомляється про дві схеми генерації вихрових пучків ТГц за допомогою генерації різницевої частоти. Перший заснований на генерації різницевої частоти між двома колінеарними чірпованими імпульсами ближнього інфрачервоного діапазону з ортогональною поляризацією, пов'язаними з топологічними зарядами

і відносною тимчасовою затримкою [64]. Кристал  $\langle 110 \rangle$  ZnTe використовувався у процесі генерації різницевої частоти при довжині хвилі 800 нм. Імпульси довжиною 800 нм генерувалися колінеарно за допомогою пасивного та передавального пристрою, що складається з поляризатора,  $q$ -пластини, чвертьхвильової пластини, пари клинових пластин та фокальної лінзи. Чирп був введений для ослаблення ТГц випромінювання від оптичного випромінювання, що також призводить до низької ефективності генерації частоти різниці.

У другій установці вихровий пучок (1,56 мкм) і гауссів пучок (1,5 – 1,64 мкм), що генеруються двома оптичними параметричними підсилювачами, фокусуються та просторово перекриваються на кристал для генерації високоякісного ТГц вихрового променя в діапазоні частот 2 – 6 ТГц за допомогою генерації різницевої частоти з м'якою апертурою. Вихідний промінь з першого підсилювача перетворюється у вихор через СФП, що забезпечує азимутальний зсув фази до фундаментального імпульсу гаусса.

Генерований вихровий пучок зазвичай включає небажані радіальні моди Лагера-Гаусса вищого порядку. Коли вихрові пучки та гауссові пучки просторово накладаються, можна виявити, що окремі радіальні моди з кількома кільцями на виході вихору просторово розділені у дальній зоні. Однією з переваг такого способу є можливість налаштування. Спектри ТГц, що генеруються, вихрових пучків обмежені частотними характеристиками використовуваних нелінійних кристалів.

#### *Лазерно-плазмові методи*

На даний момент відомо два типи лазерно-плазмових методів генерації ТГц вихрових пучків, а саме просторово-періодично модульована плазма і просторово-неперіодично модульована плазма.

Просторово-періодично модульована плазма може створювати ТГц вихрові пучки з певним топологічним зарядом, вибираючи відповідний розподіл щільності плазми. Останнім часом було запропоновано кілька схем генерації ТГц

вихрових пучків на основі просторово-періодично модульованої плазми, до яких відносяться хвиляста плазма та вихрова плазма (Рис. 1.8). Зазвичай виділяють два типи вихрової плазми: статичну вихрову плазму та динамічну вихрову плазму. Для створення такої просторово-періодично модульованої плазми досліджено безліч методів, але реалізація такої плазми не є простою і має низьку ефективність.

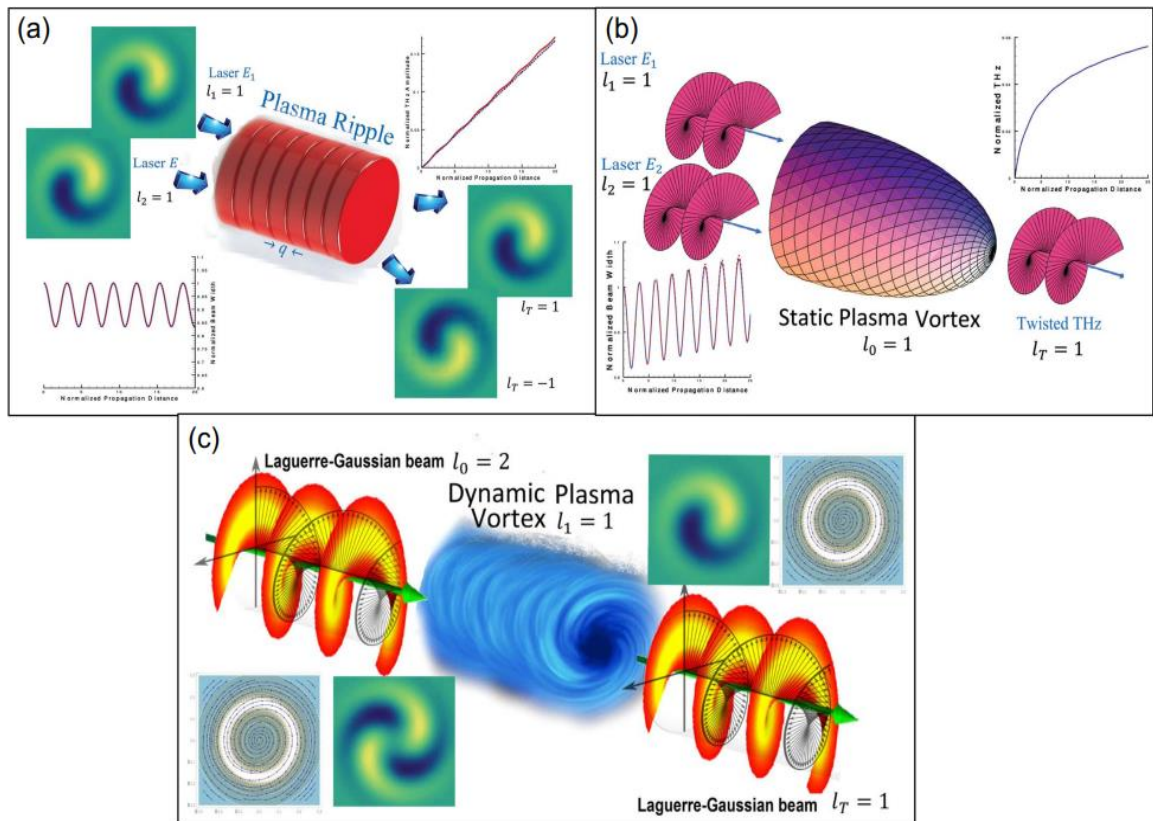


Рис. 8 Результати моделювання генерації ТГц вихрових пучків за допомогою хвильової плазми (а); (б) статичної вихрової плазми та (с) динамічної вихрової плазми

З іншого боку, можна легко створити просторову неперіодично модульовану плазму, а її просторову структуру і довжину можна модулювати за допомогою різних умов фокусування мод лазера накачування і так далі. Досі були досліджені різні довжини хвиль збудження, середовища та умови фокусування з метою максимізації ТГц хвильового випромінювання з лазерно-індукованої

плазми, тоді як було зроблено мало спроб зі штучно модульованими незвичайними просторовими структурами лазерного поля накачування [65, 66]. Виявлено, що такі просторові структури можуть впливати на розподіл густини та просторову форму лазерно-індукованої плазми, тим самим змінюючи інтенсивність і навіть фазові розподіли генерованого ТГц випромінювання.

## **1.2 Поширення та фокусування вихрових пучків**

### *Поширення ТГц вихорів*

Поширення терагерцових вихрових пучків є складним процесом, що потребує детального теоретичного та експериментального вивчення. Однією з ключових задач є підтвердження вже існуючих в оптичному діапазоні методів генерації, детектування та керування такими пучками. На даний час є не так багато робіт в яких поширення ТГц вихорів здійснено за допомогою методів описаних вище. Цікавими виглядають такі статті де здійснено: використання метаповерхонь [67 – 69], СФП [36, 70], поширення в плазмі [71, 74], зонні пластини Френеля [72], оптичне випрямлення [73], ці роботи пропонують різні підходи для формування і трансформації вихрових пучків у терагерцовому діапазоні.

Одним з важливих аспектів поширення терагерцових вихрових пучків є їх здатність проникати через багато матеріалів, які є непрозорими для видимого світла та інших діапазонів електромагнітного спектра. Це забезпечує можливості для використання їх у таких областях, як сканування і виявлення прихованих об'єктів, безпечна перевірка багажу в аеропортах та вивчення структури культурних артефактів.

Крім того, терагерцові вихрові пучки демонструють високу чутливість до змін у фізичних та хімічних властивостях матеріалів, з якими вони взаємодіють. Це відкриває нові горизонти для розвитку терагерцової спектроскопії та мікроскопії, що дозволяють виявляти молекулярні та кристалічні структури з

високою точністю. Наприклад, можливість визначення різних молекул в складних біологічних зразках може бути революційною у сфері медичної діагностики та досліджень.

Технологічні досягнення в області генерації і детектування терагерцових вихрових пучків також сприяють розширенню їх використання. Впровадження нових типів джерел, таких як квантові каскадні лазери, а також вдосконалення детекторів на основі надпровідників та напівпровідників, дозволяють покращити ефективність і точність вимірювань у цьому діапазоні.

Крім того, розуміння процесів взаємодії терагерцових вихрових пучків з різними матеріалами відкриває можливості для нових застосувань, таких як високоточна обробка матеріалів, біомедичні застосування, де необхідне делікатне маніпулювання біомолекулами, і вдосконалені методи безпеки та контролю.

Отже, дослідження поширення терагерцових вихрових пучків є важливим і перспективним напрямком, що вимагає мультидисциплінарного підходу, об'єднуючи знання з фізики, матеріалознавства, електроніки та інженерії. Це сприятиме розвитку нових технологій і застосувань, що змінять наше уявлення про можливості терагерцових хвиль.

#### *Фокусування ТГц вихрових пучків*

Сфокусовані вихрові пучки, які мають спіральний розподіл фаз хвильового фронту, виявляють особливості, відсутні у звичайних гаусових пучках. Коли сфокусований вихровий пучок із заздалегідь визначеною фокальною площиною діє на частинку, орбітальний кутовий момент, що переноситься променем, може бути переданий частинці. Даний процес забезпечує високий ступінь гнучкості для маніпулювання обертанням і переміщенням цієї частинки [75].

Дослідження властивостей гостро сфокусованих вихрових пучків привернули увагу багатьох учених в останні роки, адже воно дозволяє не лише отримати фокусну пляму, яка не розходить на певній відстані, а й змінювати

когерентність падаючого світла [76]. Показано, що розподіл інтенсивності поблизу фокусу, а також відповідний орбітальний кутовий момент, залежать не тільки від числової апертури та початкового кута поляризації, а й від топологічного заряду вихрового пучка [77]. Крім того, гостре фокусування лінійно-, радіально-, та азимутально-поляризованого світла демонструє низку цікавих ефектів, таких як ефект Холла та інші [78 – 81]. Однак всі ці дослідження були проведені в оптичному діапазоні.

Відомо лише декілька робіт, в яких досліджується фокусування вихрових пучків у терагерцовому діапазоні. У роботі [82] було розроблено серію спінтронних терагерцових випромінювачів із спіральною зонною пластиною Френеля для безпосереднього генерування сфокусованих терагерцових вихрових пучків з топологічними зарядами  $l = \pm 1, \pm 2$  і  $\pm 3$  відповідно. ТГц-пристрій складається з терагерцового випромінювача та ТГц-лінзи, яка має високу числову апертуру, що забезпечує субхвильові фокусні плями. Автори роботи [83] запропонували метаповерхню, яку можна використовувати для фокусування падаючих хвиль із довільними поляризаційними станами в вихровий промінь, що несе той самий топологічний заряд.

### **1.3 Можливі застосування ТГц вихрових пучків**

Завдяки появі та постійному розвитку ТГц-оптики та сингулярної оптики стало можливим безліч застосувань ТГц вихрових пучків, таких як оптичні пінцети, оптичні ключі, обертачі клітин та розтягувачі в біомедичній інженерії та медицині. Виходячи за рамки традиційної терагерцової фотоніки, маніпулювання хвильовим фронтом терагерцового випромінювання відкриває нові можливості, які лежать в основі областей застосування бездротового зв'язку терагерцового діапазону, формування зображень із надвисокою роздільною здатністю, маніпулювання хіральними речовинами, прискорення електронних згустків.

### *ТГц бездротовий зв'язок*

Зі зростанням попиту більш широку смугу пропускання і більшу пропускну спроможність системи бездротового зв'язку розширення робочої частоти системи зв'язку до режиму ТГц хвиль неминуче [10, 17, 84 – 86]. Більш того, крім добре відомих фізичних параметрів електромагнітних хвиль, таких як амплітуда, фаза, час, частота і поляризація, завжди існує інтерес до використання нових ступенів свободи, таких як ОКМ, для отримання більш високої ємності даних у бездротовому зв'язку [35]. Зв'язок із використанням таких ортогональних режимів може збільшити пропускну здатність зв'язку за рахунок кількості додаткових просторово-ортогональних режимів [87]. Отже, можна дійти невтішного висновку, що ТГц вихрові імпульси з широкою недостатньо використовуваною смугою пропускання і необмеженою кількістю власних станів ОКМ можуть забезпечити більш високу пропускну здатність каналу і частоту, більшу швидкість передачі даних ( $> 10$  Гбіт/с), найкращий захист від перешкод, відео високої чіткості на майданчиках прямого мовлення для високошвидкісних терагерцових систем бездротового зв'язку [88, 89, 90 – 92].

### *Отримання ТГц зображення з надвисокою роздільною здатністю*

Технології ТГц візуалізації демонструють великий потенціал, коли йдеться про неруйнівний контроль та біомедичне зондування. Однак дозвіл традиційних систем візуалізації ТГц обмежений дифракційною межею. Як правило, існує два основних підходи до покращення просторової роздільної здатності ТГц зображень. Один з них – удосконалення систем візуалізації, а інший – розробка нових методів надвисокої роздільної здатності, включаючи роботу з ТГц вихровими пучками. Просторова роздільна здатність звичайних ТГц зображень зазвичай обмежена субміліметровим масштабом через дифракційну роздільну здатність [10, 93, 94]. ТГц вихрові імпульси можуть подолати обмеження дифракції і отримати надвисоку просторову роздільну в мікрометрах, застосовуючи її до матеріалів з нелінійностями такими як насичуване



поглинання, збудження з підвищенням частоти та стимульоване випромінювання в ТГц діапазоні, що дозволить спостерігати локальні дефекти в кристалічних матеріалах, таких як графен та різні напівпровідники. Така візуалізація з надвисокою ТГц роздільною здатністю відкриє двері для молекулярних наук наступного покоління, біомедицини, перевірок безпеки, неруйнівного виявлення і так далі.

#### *Маніпулювання хіральними речовинами*

Хіральність використовується для опису властивостей симетрії об'єкта. Хіральний об'єкт, який не може бути поєднаний зі своєю копією за допомогою обертань або перетворень, є одним з досить поширених та захоплюючих явищ у мікро- та макросвіті, таких як білок, ДНК, оболонки тощо. Існує два типи хіральності, тобто один лівша, а інший правша. У той час як об'єкти в природі, надають перевагу одній хіральності, наприклад, ДНК є правосторонньою; Майже всі природні амінокислоти є лівосторонніми. Цікаво, що вихрові пучки можуть бути хіральними, несучи ОКМ. З іншого боку, у ТГц діапазоні частот виявлені елементарні збудження багатьох речовин у природі, наприклад, частоти коливань біомакромолекул (наприклад, ДНК, білка тощо) [95], фононні частоти бозе-ейнштейнівської конденсації у твердому стані [95, 96], плазмові частоти тощо. Відповідно, вихрові пучки ТГц викликають все більший інтерес і можуть бути використані в хімії та біології. Наприклад, їх можна використовувати для виготовлення тривимірних хіральних мікроструктур [95, 97–99], які можна використовувати для виявлення хіральності матеріалу за допомогою ОКМ.

#### *Прискорення електронних згустків*

Прискорення та маніпулювання електронними згустками лежать в основі більшості електронних та рентгенівських пристроїв, що використовуються для надшвидкої візуалізації та спектроскопії. ТГц вихрові пучки також є перспективними для прискорення та маніпулювання електронними згустками. Нові концепції, засновані на ТГц-вихрях, можуть покращити напруженість поля,

градієнти поля, лазерну синхронізацію і компактність у порівнянні зі звичайними радіочастотними пристроями, забезпечуючи більш короткі електронні згустки і більш високу роздільну здатність з меншими витратами на інфраструктуру, зберігаючи при цьому високу зарядну ємність та стабільність.

### *Виявлення астрофізичних джерел*

Останнім часом властивості пучків з ОКМ привернули увагу практичних астрономічних додатків [100]. У той же час частоти випромінювання багатьох астрофізичних джерел знаходяться в ТГц діапазоні частот, таких як чорні діри, що обертаються, мазери, можливо, космічне мікрохвильове фонове випромінювання і т. д. [20 – 23]. У спостережній астрономії ТГц вихрові пучки можуть поліпшити роздільну здатність оптичних інструментів з дифракційним обмеженням, долаючи критерій роздільності Релея для накладених променів Лагера-Гаусса. Яскраве розсіяне зоряне світло обмежує отримання висококонтрастних зображень великими кутовими зсувами [101]. Поліпшити можливості прямого спостереження слабких позасонячних планет, прихованих у сяйві яскравого когерентного джерела з висококонтрастним зображенням, можна було б «вдивляючись у темряву» оптичного вихрового коронографа в ТГц області [101 – 103]. Через гравітаційний ефект Фарадея [104] і гравітаційного фазового ефекту Беррі [105, 106] світло, що розповсюджується поблизу чорних дір, які обертаються, веде себе аналогічно світла, що поширюється в неоднорідному анізотропному середовищі [47]. Для виявлення чорних дірок, що обертаються, буде достатньо використовувати наявні ТГц телескопи, за умови, що вони оснащені відповідною діагностичною апаратурою. Таким чином, ТГц вихрові пучки в цих додатках представляють великі перспективи для більш широких досліджень.

## 1.4 Висновок

Таким чином, проведений огляд літератури показує, що у квантовій радіофізиці активно розвивається новий науковий напрямок, пов'язаний із поширенням та фокусуванням лазерних пучків в ТГц діапазоні частот. Методи генерації ТГц вихрових пучків можна поділити на два напрямки. Перший являє собою використання пучків з ОКМ з деякими модуляторами хвильового фронту. А при іншому безпосередньо збуджують вихрові пучки з використанням деяких лазерів накачування та/або речовин. Але, усі ці дослідження в більшості випадків проведені з використанням широкосмугового випромінювання генераторів субпікосекундних імпульсів на основі фемтосекундних лазерів, що призводить до високої складності виготовлення лазерних систем та взаємодія якого з речовиною значно відрізняється від взаємодії при безперервному випромінюванні. Молекулярні лазери з оптичним накачуванням залишаються поки що єдиним компактним джерелом безперервного терагерцового випромінювання. У більшості лазерів з оптичним накачуванням застосовуються хвилевідні діелектричні та металеві резонатори, що дозволяє при порівняно невеликих розмірах резонатора отримувати досить високі потужності (до 1 Вт) в безперервному режимі. Серед мод таких резонаторів моди з лінійною поляризацією поля та мода з азимутальною поляризацією мають найнижчі втрати енергії, а повздовжня компонента моди з радіальною поляризацією може вносити істотний внесок у формування фокальної плями у випадку гострого фокусування випромінювання. У зв'язку з цим актуальним завданням квантової радіофізики є дослідження просторової динаміки таких пучків, що і стало метою досліджень автора, описаних далі у даній роботі.

## РОЗДІЛ 2

### ПОШИРЕННЯ ВИХРОВИХ ТЕРАГЕРЦОВИХ ЛАЗЕРНИХ ПУЧКІВ, ЗБУДЖЕНИХ МОДАМИ ХВИЛЕВІДНИХ РЕЗОНАТОРІВ

Дослідження поширення вихрових терагерцових лазерних пучків є досить важливим для розвитку сучасної науки і технологій. Вихрові пучки, які мають орбітальний кутовий момент, володіють унікальними властивостями, що робить їх перспективними для широкого спектра застосувань. Вивчення поширення таких пучків дозволяє глибше зрозуміти їх взаємодію з різними матеріалами, зокрема з нелінійними середовищами, що має вирішальне значення для створення нових методів візуалізації та діагностики. Крім того, ці дослідження сприяють розвитку технологій з підвищеною роздільною здатністю, що важливо для мікроелектроніки та нанотехнологій.

Результати досліджень поширення вихрових терагерцових пучків можуть сприяти вдосконаленню систем зв'язку та сенсорики, підвищенню ефективності використання енергії, а також створенню нових матеріалів з унікальними властивостями. Таким чином, дослідження в цій галузі мають стратегічне значення для подальшого розвитку наукових та технологічних досягнень, що відкривають нові горизонти у вивченні фізичних явищ та створенні інноваційних технологій.

Як відомо, молекулярні лазери з оптичним накачуванням залишаються поки що єдиним джерелом безперервного терагерцового випромінювання, які можуть дискретно перестроюватися у всьому терагерцовому діапазоні і мають малу ширину спектральної лінії ( $\Delta\nu < 10$  кГц). В даний час різко зріс інтерес до цих джерел у зв'язку з можливістю використання як джерела накачування квантово-каскадних лазерів середнього ІЧ-діапазону, що безперервно перестроюються [107]. У більшості лазерів з оптичним накачуванням застосовуються хвилевідні резонатори, що дозволяє при порівняно невеликих

розмірах резонатора отримувати досить високі потужності (до 1 Вт) в безперервному режимі [108]. Серед мод свого класу для таких резонаторів  $EH_{11}$  мода з лінійною поляризацією поля,  $TE_{01}$  мода з азимутальною поляризацією та  $TM_{01}$  мода з радіальною поляризацією мають найнижчі втрати енергії [109].

Спіральна фазова пластина з товщиною, що азимутально змінюється, є одним з найбільш відомих оптичних елементів для формування вихрових пучків [110]. Завдяки накладанню спірального фазового зсуву на падаючий лазерний пучок, СФП здатна перетворювати майже 100 % його енергії на вихровий пучок.

У даному розділі вперше отримано аналітичні вирази для опису непараксильної дифракції мод хвилевідного резонатора терагерцового лазера ( $\lambda = 0,4326$  мм) при їх взаємодії зі спіральною фазовою пластинкою з різним топологічним зарядом. Для вивчення поширення вихрових лазерних пучків, збуджуваних модами хвилевідних діелектричного та металевого квазіоптичних резонаторів при їх взаємодії зі спіральною фазовою пластинкою в різних зонах дифракції були застосовані дифракційні інтегральні перетворення Релея-Зоммерфельда. Шляхом чисельного моделювання вивчені фізичні особливості отриманих вихрових пучків при їх поширенні у вільному просторі.

Матеріали цього розділу опубліковані в наступних працях автора [111–117]

## **2.1 Поширення вихрових лазерних пучків, збуджених модами діелектричного резонатора, у вільному просторі**

### **2.1.1 Теоретичні співвідношення**

Поширення лазерного випромінювання у вільному просторі вздовж осі  $Oz$  будемо описувати відомими інтегралами Релея-Зоммерфельда [118–120]:

$$\begin{aligned}
E_x(\vec{r}) &= -\frac{1}{2\pi_{\Sigma_0}} \iint E_x^0(\vec{r}_0) \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{\exp(ikR)}{R} \right] dx_0 dy_0, \\
E_y(\vec{r}) &= -\frac{1}{2\pi_{\Sigma_0}} \iint E_y^0(\vec{r}_0) \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{\exp(ikR)}{R} \right] dx_0 dy_0, \\
E_z(\vec{r}) &= \frac{1}{2\pi_{\Sigma_0}} \iint E_x^0(\vec{r}_0) \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\exp(ikR)}{R} \right] dx_0 dy_0 + \frac{1}{2\pi_{\Sigma_0}} \iint E_y^0(\vec{r}_0) \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\exp(ikR)}{R} \right] dx_0 dy_0,
\end{aligned} \tag{2.1}$$

де  $E_x^0$  и  $E_y^0$  – комплексні амплітуди  $x$  та  $y$  компонент вхідного електричного поля,  $\Sigma_0$  – область, в якій задано вхідне поле,  $k = 2\pi / \lambda$  – хвильове число,  $\lambda$  – довжина хвилі,  $\vec{r}_0 = x_0 \vec{e}_{x_0} + y_0 \vec{e}_{y_0}$ ,  $(x_0, y_0)$  – декартові координати у початковій площині,  $\vec{r} = x \vec{e}_x + y \vec{e}_y + z \vec{e}_z$ ,  $(x, y, z)$  – декартові координати у площині спостереження,  $R = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z^2}$ . Використовуючи непараксіальну апроксимацію (2.1), розкладемо  $R$  у ряд, зберігаючи перший і другий його члени у вигляді

$$R \cong r + \frac{x_0^2 + y_0^2 - 2xx_0 - 2yy_0}{2r}, \tag{2.2}$$

де  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ .

При підстановці (2.2) в підінтегральні швидко осцилюючі експоненти в (2.1), а в інші місця  $R \cong r$ , і перейшовши до циліндричних координат, отримаємо вирази для компонент поля в різних зонах дифракції:

$$\begin{aligned}
E_x(\rho, \beta, z) &= -\frac{iz}{\lambda r^2} \exp(ikr) \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} E_x^0(\vec{r}_0) \exp\left(ik \frac{\rho_0^2}{2r}\right) \exp\left(-ik \frac{\rho \rho_0 \cos(\varphi - \beta)}{r}\right) \rho_0 d\rho_0 d\varphi, \\
E_y(\rho, \beta, z) &= -\frac{iz}{\lambda r^2} \exp(ikr) \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} E_y^0(\vec{r}_0) \exp\left(ik \frac{\rho_0^2}{2r}\right) \exp\left(-ik \frac{\rho \rho_0 \cos(\varphi - \beta)}{r}\right) \rho_0 d\rho_0 d\varphi, \\
E_z(\rho, \beta, z) &= \frac{i}{\lambda r^2} \exp(ikr) \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \left[ E_x^0(\vec{r}_0)(\rho \cos \beta - \rho_0 \cos \varphi) + E_y^0(\vec{r}_0)(\rho \sin \beta - \rho_0 \sin \varphi) \right] \times \\
&\quad \times \exp\left(ik \frac{\rho_0^2}{2r}\right) \exp\left(-ik \frac{\rho \rho_0 \cos(\varphi - \beta)}{r}\right) \rho_0 d\rho_0 d\varphi.
\end{aligned} \tag{2.3}$$

Тут  $(\rho, \beta, z)$  – циліндричні координати в площині спостереження та  $(\rho_0, \varphi)$  – полярні координати в області задання вхідного поля,  $r = \sqrt{\rho^2 + z^2}$ .

Моди досліджуваного резонатора збігаються із модами порожнистого круглого діелектричного хвилеводу. Тому в початковій площині задаємо випромінювання у вигляді симетричних лінійно, азимутально та радіально поляризованих  $EH_{11}$ ,  $TE_{01}$  та  $TM_{01}$  мод, відповідно, вирази для декартових компонент електромагнітних полів яких у площині джерела  $z = 0$  мають наступний вигляд [108]:

$$EH_{11} \text{ мода} \quad \begin{cases} E_x^0(\rho_0, \varphi) = 0, \\ E_y^0(\rho_0, \varphi) = A_{11} J_0\left(U_{11} \frac{\rho_0}{a}\right), \end{cases} \quad (2.4)$$

$$TE_{01} \text{ мода} \quad \begin{cases} E_x^0(\rho_0, \varphi) = -B_{01} J_1\left(U_{01} \frac{\rho_0}{a}\right) \sin(\varphi), \\ E_y^0(\rho_0, \varphi) = B_{01} J_1\left(U_{01} \frac{\rho_0}{a}\right) \cos(\varphi), \end{cases} \quad (2.5)$$

$$TM_{01} \text{ мода} \quad \begin{cases} E_x^0(\rho_0, \varphi) = A_{01} J_1\left(U_{01} \frac{\rho_0}{a}\right) \cos(\varphi), \\ E_y^0(\rho_0, \varphi) = A_{01} J_1\left(U_{01} \frac{\rho_0}{a}\right) \sin(\varphi), \end{cases} \quad (2.6)$$

де  $a$  – радіус хвилеводу,  $J_0$  і  $J_1$  – функції Бесселя першого роду нульового та першого порядку,  $U_{11}$  і  $U_{01}$  – корені рівняння  $J_{n-1}(U_{nm}) = 0$ ,  $A_{11} = \frac{1}{a\sqrt{\pi}J_1(U_{11})}$ ,

$B_{01} = \frac{1}{a\sqrt{\pi}J_2(U_{01})}$   $A_{01} = \frac{1}{a\sqrt{\pi}J_1(U_{01})}$  – нормуючі множники для  $EH_{11}$ ,  $TE_{01}$  і  $TM_{01}$

мод, відповідно.

Розглянемо взаємодію даних мод з спіральною фазовою пластиною (СФП) при її довільному значенні топологічного заряду ( $n$ ) [122]. Розташуємо СФП на

виході хвилеводу з отвором однакового діаметру (Рис. 2.1). Комплексна функція пропускання цієї СФП радіусом  $a$  в полярних координатах має вигляд [123]:

$$T_n(\rho_0, \varphi) = \text{circ}\left(\frac{\rho_0}{a}\right) \exp(in\varphi) = \begin{cases} \exp(in\varphi), & \rho_0 \leq a, \\ 0, & \rho_0 > a, \end{cases} \quad (2.6)$$

де  $\text{circ}(\cdot)$  це кругова функція.

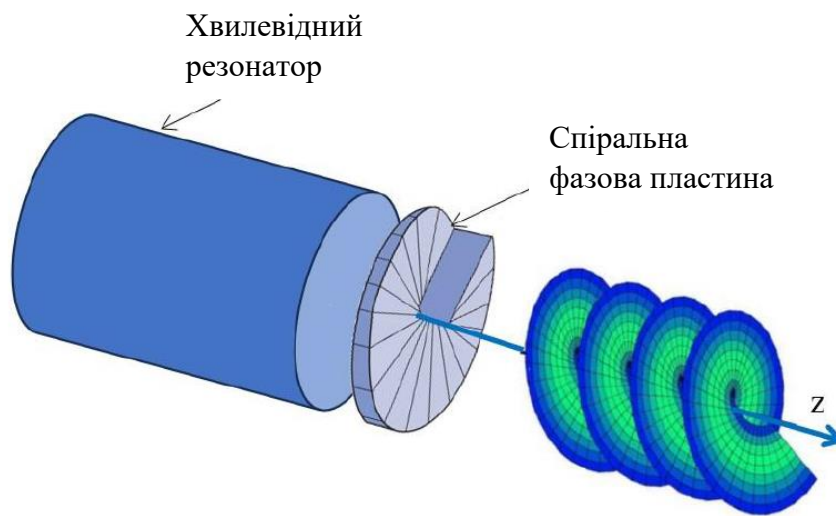


Рис 2.1 Теоретична схема розрахункової моделі

Для спрощення розрахунків інтегрування по куту  $\varphi$  в (2.3) можна виконати, використовуючи відомі співвідношення для цілого  $m \geq 0$  із [119]

$$\int_0^{2\pi} \cos(m\varphi + \varphi_0) \exp[-ix \cos(\varphi - \theta)] d\varphi = 2\pi (-i)^m J_m(x) \cos(m\theta + \varphi_0),$$

$$\int_0^{2\pi} \sin(m\varphi + \varphi_0) \exp[-ix \cos(\varphi - \theta)] d\varphi = 2\pi (-i)^m J_m(x) \sin(m\theta + \varphi_0).$$

Тоді звідси можна отримати таке співвідношення

$$\int_0^{2\pi} e^{-ix \cos(\varphi - \beta)} e^{in\varphi} d\varphi = 2\pi e^{in\beta} (-i)^n J_n(x). \quad (2.7)$$



Використовуючи формулу Ейлера для тригонометричних функцій з урахуванням (7) можна отримати вирази для наступних інтегралів:

$$\int_0^{2\pi} e^{-ix \cos(\varphi-\beta)} e^{in\varphi} \sin m\varphi d\varphi = \frac{\pi}{i} [e^{i(n+m)\beta} (-i)^{n+m} J_{n+m}(x) - e^{i(n-m)\beta} (-i)^{n-m} J_{n-m}(x)], \quad (2.8.1)$$

$$\int_0^{2\pi} e^{-ix \cos(\varphi-\beta)} e^{in\varphi} \cos m\varphi d\varphi = \pi [e^{i(n+m)\beta} (-i)^{n+m} J_{n+m}(x) + e^{i(n-m)\beta} (-i)^{n-m} J_{n-m}(x)]. \quad (2.8.2)$$

У нашому випадку з урахуванням виразів для  $EH_{11}$ ,  $TE_{01}$  та  $TM_{01}$  мод маємо для  $m = 1$

$$\int_0^{2\pi} e^{-ix \cos(\varphi-\beta)} e^{in\varphi} \sin \varphi d\varphi = -\pi e^{in\beta} (-i)^n [e^{i\beta} J_{n+1}(x) + e^{-i\beta} J_{n-1}(x)], \quad (2.9.1)$$

$$\int_0^{2\pi} e^{-ix \cos(\varphi-\beta)} e^{in\varphi} \cos \varphi d\varphi = \pi e^{in\beta} (-i)^{n+1} [e^{i\beta} J_{n+1}(x) - e^{-i\beta} J_{n-1}(x)]. \quad (2.9.2)$$

Тоді підставляючи в (2.3) вираз для комплексної функції пропускання СФП (2.6) та використовуючи формули (2.7) і (2.9.1) отримаємо вирази для компонент поля, що описують непараксіальну дифракцію  $EH_{11}$  моди на СФП с топологічним зарядом  $n$  у вільному просторі:

$$E_x(\rho, \beta, z) = 0,$$

$$E_y(\rho, \beta, z) = \frac{(-i)^{n+1} k z}{r^2} \exp[i(n\beta + kr)] A_{11} G_{10n}(\rho, z), \quad (2.10)$$

$$E_z(\rho, \beta, z) = \frac{(-i)^{n+1} k}{2r^2} \exp[i(n\beta + kr)] A_{11} \{2\rho \sin \beta G_{10n}(\rho, z) + \exp(i\beta) H_{10n+1}(\rho, z) + \exp(-i\beta) H_{10n-1}(\rho, z)\},$$

де введені такі позначення

$$G_{10n}(\rho, z) = \int_0^a J_0 \left( U_{11} \frac{\rho_0}{a} \right) \exp \left( ik \frac{\rho_0^2}{2r} \right) J_n \left( \frac{k\rho\rho_0}{r} \right) \rho_0 d\rho_0,$$

$$H_{10n}(\rho, z) = \int_0^a J_0 \left( U_{11} \frac{\rho_0}{a} \right) \exp \left( ik \frac{\rho_0^2}{2r} \right) J_n \left( \frac{k\rho\rho_0}{r} \right) \rho_0^2 d\rho_0.$$

Також, використовуючи формули (2.9.1) и (2.9.2), отримаємо вирази для компонент поля, що описують непараксіальну дифракцію  $TE_{01}$  моди на СФП. Вони мають наступний вигляд:

$$\begin{aligned} E_x(\rho, \beta, z) &= \frac{(-i)^{n+1} k z}{2r^2} \exp[i(n\beta + kr)] B_{01} [\exp(i\beta) G2_{1n+1}(\rho, z) + \exp(-i\beta) G2_{1n-1}(\rho, z)], \\ E_y(\rho, \beta, z) &= \frac{(-i)^{n+2} k z}{2r^2} \exp[i(n\beta + kr)] B_{01} [\exp(i\beta) G2_{1n+1}(\rho, z) - \exp(-i\beta) G2_{1n-1}(\rho, z)], \\ E_z(\rho, \beta, z) &= \frac{(-i)^{n+1} k \rho}{2r^2} \exp[i(n\beta + kr)] B_{01} [G2_{1n+1}(\rho, z) + G2_{1n-1}(\rho, z)], \end{aligned} \quad (2.11)$$

де введено наступні позначення

$$G2_{1n}(\rho, z) = \int_0^a J_1 \left( U_{01} \frac{\rho_0}{a} \right) \exp \left( ik \frac{\rho_0^2}{2r} \right) J_n \left( \frac{k \rho \rho_0}{r} \right) \rho_0 d\rho_0.$$

Для опису непараксіальної дифракції  $TM_{01}$  моди на СФП також використовуємо формули (2.9.1) и (2.9.2):

$$\begin{aligned} E_x(\rho, \beta, z) &= \frac{(-i)^{n+2} k z}{2r^2} e^{i(n\beta + kr)} A_{01} [e^{i\beta} I1_{1n+1}(\rho, z) - e^{-i\beta} I1_{1n-1}(\rho, z)], \\ E_y(\rho, \beta, z) &= -\frac{(-i)^{n+1} k z}{2r^2} e^{i(n\beta + kr)} A_{01} [e^{i\beta} I1_{1n+1}(\rho, z) + e^{-i\beta} I1_{1n-1}(\rho, z)], \\ E_z(\rho, \beta, z) &= -\frac{(-i)^{n+1} k}{2r^2} e^{i(n\beta + kr)} A_{01} \left\{ \rho \sin \beta [e^{i\beta} I1_{1n+1}(\rho, z) + e^{-i\beta} I1_{1n-1}(\rho, z)] \right. \\ &\quad \left. + 2I2_{1n}(\rho, z) + i \rho \cos \beta [e^{i\beta} I1_{1n+1}(\rho, z) - e^{-i\beta} I1_{1n-1}(\rho, z)] \right\} \end{aligned} \quad (2.12)$$

де введено наступні позначення

$$\begin{aligned} I1_{1n}(\rho, z) &= \int_0^a J_1 \left( U_{01} \frac{\rho_0}{a} \right) J_n \left( \frac{k \rho \rho_0}{r} \right) \exp \left( ik \frac{\rho_0^2}{2r} \right) \rho_0 d\rho_0, \\ I2_{1n}(\rho, z) &= \int_0^a J_1 \left( U_{01} \frac{\rho_0}{a} \right) J_n \left( \frac{k \rho \rho_0}{r} \right) \exp \left( ik \frac{\rho_0^2}{2r} \right) \rho_0^2 d\rho_0. \end{aligned}$$

## 2.1.2 Результати розрахунків та їх аналіз

Отримані вирази було використано для проведення розрахунків поздовжнього та поперечного розподілів інтенсивності поля ( $I = |E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2$ ), а також поперечних розподілів інтенсивності ( $I = |E_i|^2, i = x, y$ ) та фази ( $\varphi = \arctg(\text{Im}(E_i) / \text{Re}(E_i))$ ) поля компонент лазерних пучків випромінювання, що збуджуються у зоні Френеля та у дальній зоні дифракції симетричними азимутально, лінійно та радіально поляризованими  $TE_{01}$ ,  $EH_{11}$  і  $TM_{01}$  модами хвилевідного резонатора терагерцового лазера при їх взаємодії зі спіральною фазовою пластинкою. Довжина хвилі випромінювання була обрана в середній частині терагерцового діапазону  $\lambda = 0,4326$  мм (лінія генерації лазера з оптичним накачуванням на молекулі мурашиної кислоти  $\text{НСООН}$ ) [124]. Діаметр хвилеводу обраний рівним  $2a = 35$  мм. Спіральна фазова пластина з апертурою однакового діаметра розміщувалася на виході хвилеводу. При цьому топологічний заряд  $n$  змінювався від нуля до двох.

На Рис. 2.2(а1), 2.2(б1) показані результати чисельного моделювання поздовжнього розподілу інтенсивності поля в зоні Френеля ( $z = 100 - 1000$  мм) та приклад поперечного розподілу інтенсивності поля моди  $EH_{11}$  у цій зоні дифракції для  $z = 708$  мм (де число Френеля дорівнює 1) у разі відсутності СПФ на виході хвилеводу. Як бачимо максимум розподілу поздовжньої інтенсивності даної моди спостерігається на відстані 500 мм. Діаметр пучка на відстані 708 мм для  $EH_{11}$  моди розрахований по формулі [146]:

$$d_{\sigma} = 2 \sqrt{\frac{2 \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \rho^2 I(\rho, \beta, z) \rho d\rho d\beta}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} I(\rho, \beta, z) \rho d\rho d\beta}} \quad (2.12)$$

складає  $d_\sigma = 48.7 \lambda$ . Поперечний профіль поля має відому гауссоподібну форму та сферичний фазовий фронт. Встановлення СПФ на виході хвилеводу з відмінним від нуля топологічним зарядом призводить у зоні Френеля до зміни профілю інтенсивності пучка на кільцевий (Рис. 2.2(б2), 2.2(б3)). Діаметр пучка збільшується до  $d_\sigma = 96.6 \lambda$  при  $n = 1$  і  $d_\sigma = 161.0 \lambda$  при  $n = 2$ .

Така поведінка зміни профілю пучка обумовлена тим, що як видно з позначень для інтегральних виразів компонент поля (2.10) дані компоненти мають максимум на осі при відсутній СПФ на виході хвилеводу. При встановленні СПФ для будь-якої величини топологічного заряду ( $n \neq 0$ ) вирази для цих компонент мають нульове значення на осі.

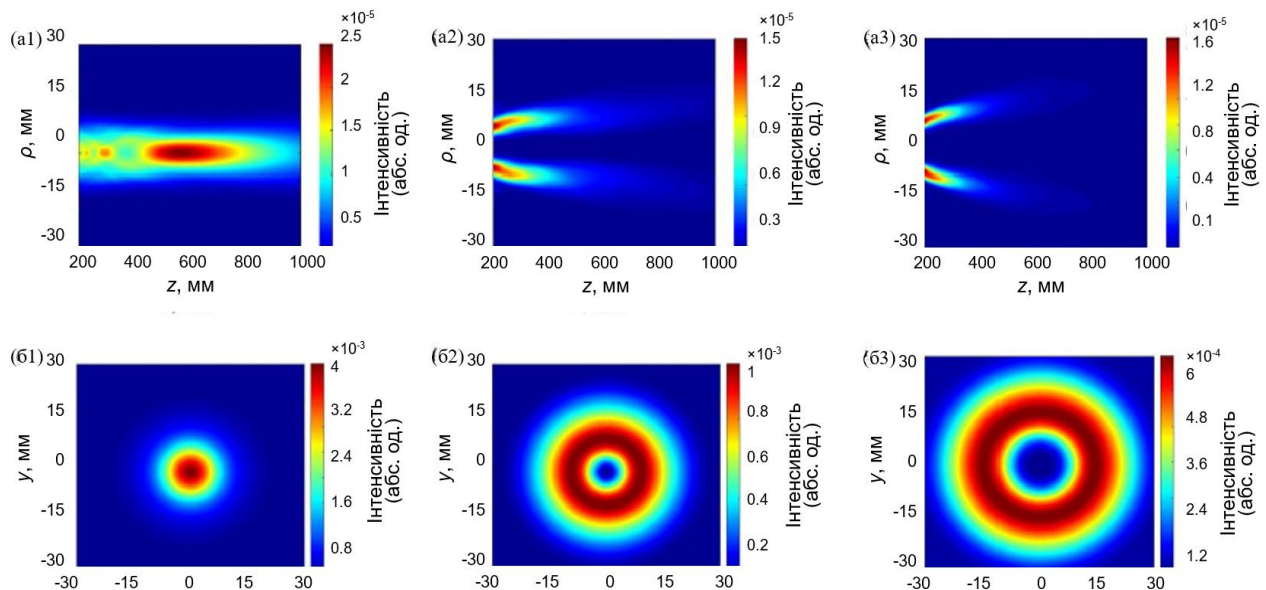


Рис 2.2 Розрахункові поздовжні (a1 – a3) та поперечні (б1 – б3) розподіли сумарних інтенсивностей поля лазерних пучків, що збуджуються модою  $EH_{11}$ , в зоні Френеля.

Перший, другий і третій стовпці позначають  $n = 0$ ,  $n = 1$  і  $n = 2$  відповідно

Хвильовий фронт пучка з сферичного перетворюється на вихровий і має одну точку фазової вихрової сингулярності на осі як в зоні Френеля, так і в дальній зоні, що відповідає  $z = 6000$  мм (Рис. 2.3). Однак, при  $n = 1$  хвильовий фронт має одну гвинтову лінію, а при  $n = 2$  дві.

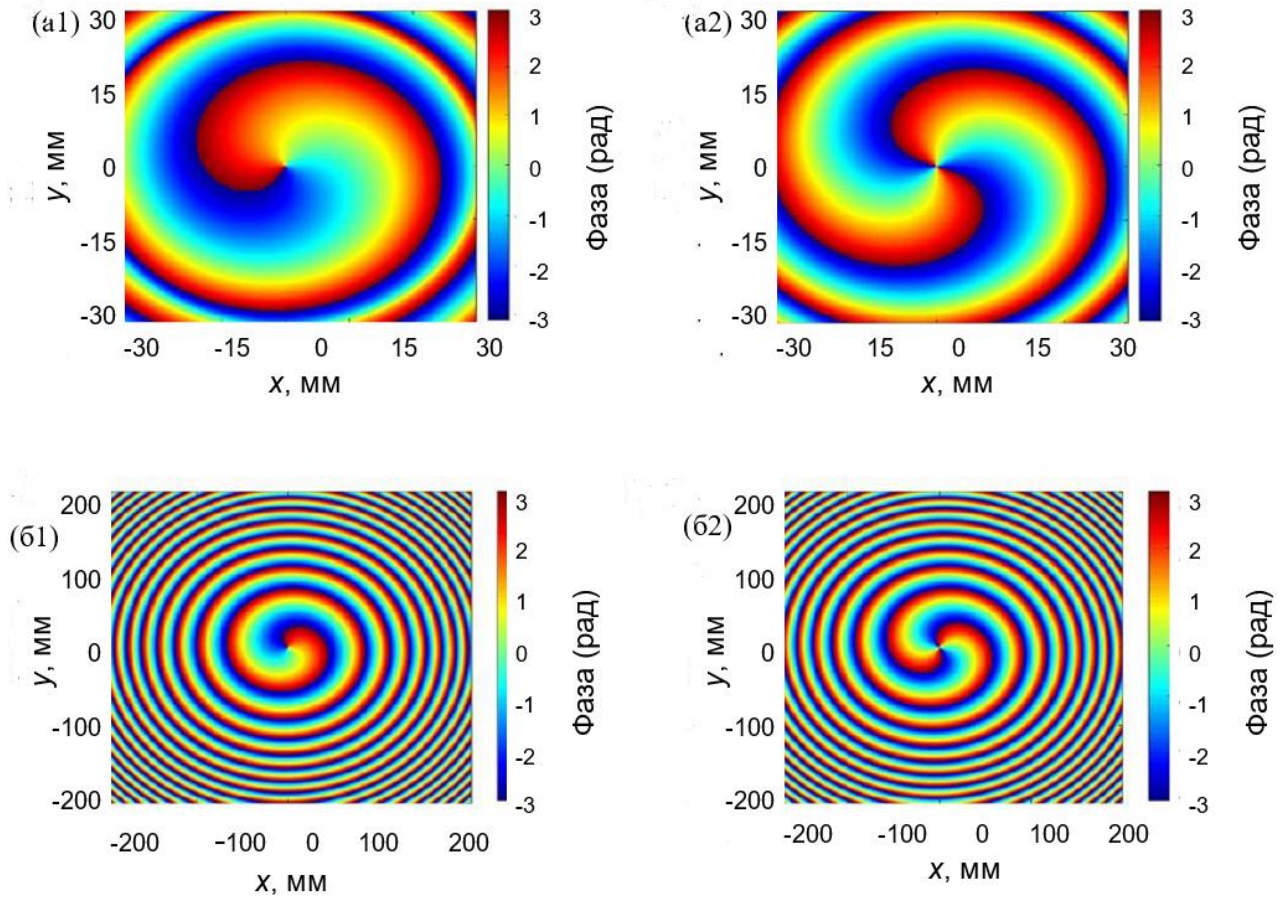


Рис 2.3 Розрахункові поперечні фазові розподіли  $E_y$  компоненти поля лазерних пучків, що збуджуються модою  $EH_{11}$ , у зоні Френеля (a1, a2) та в дальній зоні (б1, б2).

Перший і другий стовпці позначають  $n = 1$  і  $n = 2$  відповідно

Як відомо з роботи [125] вклад повздовжньої  $E_z$  компоненти для лазерних пучків, збуджених  $EH_{11}$ ,  $TE_{01}$  та  $TM_{01}$  модами в загальний вклад розподілу інтенсивність незначний та будуть показані в додатку Б. Як показано в додатку інтенсивність поля цієї компоненти в зоні Френеля має симетричну форму, а фаза утворює гвинтоподібну структуру. Тоді як в дальній зоні інтенсивність поля зберігає свою симетричну форму, а фазовий профіль стає гвинтовим. На Рис. 2.4 показано повздовжні розподіли інтенсивності лазерного пучка, збудженого модою  $EH_{11}$ , в дальній зоні. Очевидно, що кільцевий профіль інтенсивності зберігається.

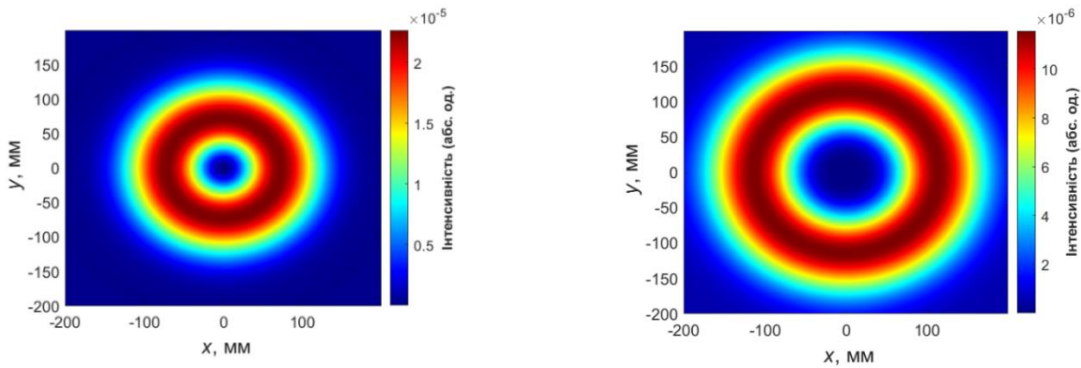


Рис 2.4 Розрахункові поперечні розподіли сумарної інтенсивності поля лазерних пучків, що збуджуються модою  $EH_{11}$ , в дальній зоні. Перший та другий стовпець позначають  $n = 1$  і  $n = 2$  відповідно

Розглянемо особливості поведінки поздовжніх та поперечних сумарних розподілів інтенсивностей та фази, а також розподіли окремих компонент поля лазерного пучка, утвореного азимутально поляризованої  $TE_{01}$  модою в зоні Френеля та дальній зоні. Встановлення СПФ на виході хвилеводу для цього пучка призводить при зміні величини топологічного заряду від нуля до одиниці до перетворення профілю сумарної інтенсивності пучка з кільцевого в гауссоподібний (Рис. 2.5(а2), 2.5(б2)). Подальше збільшення топологічного заряду повертає профілю пучка початкову кільцеву форму (Рис. 2.5(а3), 2.5(б3)). Діаметр пучка на відстані 708 мм для  $TE_{01}$  моди збільшується від  $d_{\sigma} = 67.5 \lambda$  при відсутності топологічного заряду ( $n = 0$ ) до  $d_{\sigma} = 89.1 \lambda$  при  $n = 2$ .

Така поведінка зміни профілю пучка обумовлена тим, що як видно з позначень для інтегральних виразів компонент поля (2.11) дані компоненти мають мінімум на осі при відсутній СПФ на виході хвилеводу. При встановленні СПФ для величини топологічного заряду  $n = 1$  вирази для цих компонент мають максимальне значення на осі через вплив другої складової даних виразів. Подальша зміна величини топологічного заряду ( $n > 1$ ) призводить до нульового значення цих компонент поля.

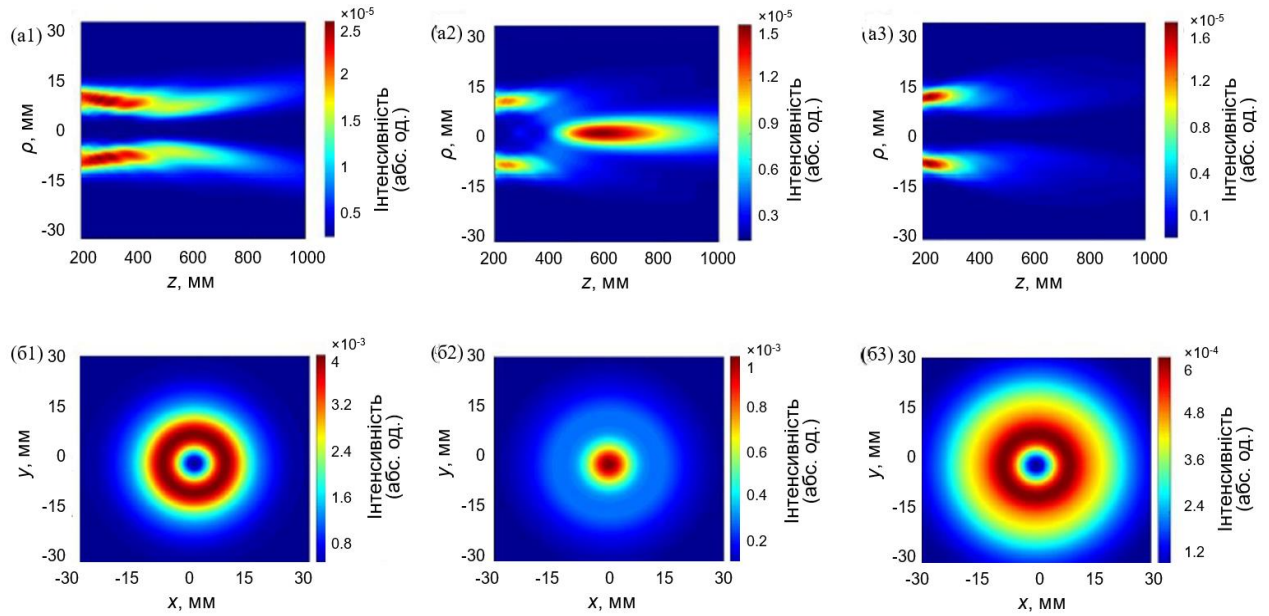


Рис 2.5 Розрахункові поздовжні (a1 – a3) та поперечні (б1 – б3) розподіли сумарних інтенсивностей поля лазерних пучків, що збуджуються модою  $TE_{01}$ , в зоні Френеля.

Перший, другий і третій стовпці позначають  $n = 0$ ,  $n = 1$  і  $n = 2$  відповідно

На Рис. 2.6 показано поперечні розподіли фази для  $E_x$  та  $E_y$  компонент поля лазерного пучка, збудженого  $TE_{01}$  модою в зоні Френеля і в дальній зоні при наявності топологічного заряду.

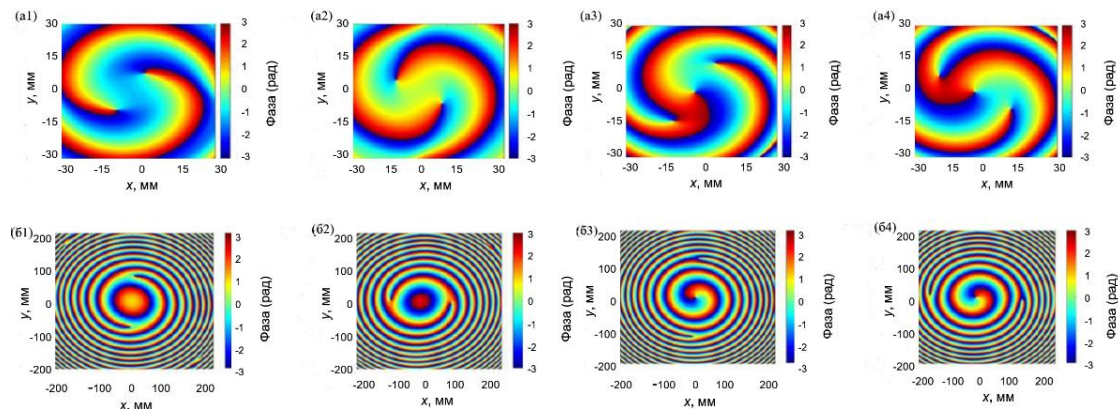


Рис. 2.6 Розрахункові поперечні розподіли фаз для  $E_x$  (перший, третій стовпець) та  $E_y$  (другий, четвертий стовпці) компонент поля лазерних пучків, що збуджуються модою

$TE_{01}$ , у зоні Френеля (a1 – a4) та в дальній (б1 – б4) зоні для

$n = 1$  (перший та другий стовпці) і  $n = 2$  (третій і четвертий стовпці)

Фазовий фронт у цьому разі має вихровий характер. В центрі пучка при  $n = 1$  в зоні Френеля спостерігається поява двох точок фазової сингулярності (Рис. 2.6(a1), 2.6(a2)), а при  $n = 2$  – трьох точок фазової сингулярності (Рис. 2.6(a3), 2.6(a4)). В дальній зоні ці точки сингулярності зберігаються, а вихор повністю сформований (Рис. 2.6(б1) – 2.6(б4)).

Як видно з Рис. 2.7 профіль інтенсивності пучка, сформованого модою  $TE_{01}$ , в дальній зоні при  $n = 1$  стає гауссоподібним, а потім, при збільшенні значення топологічного заряду повертається до кільцеподібної форми.

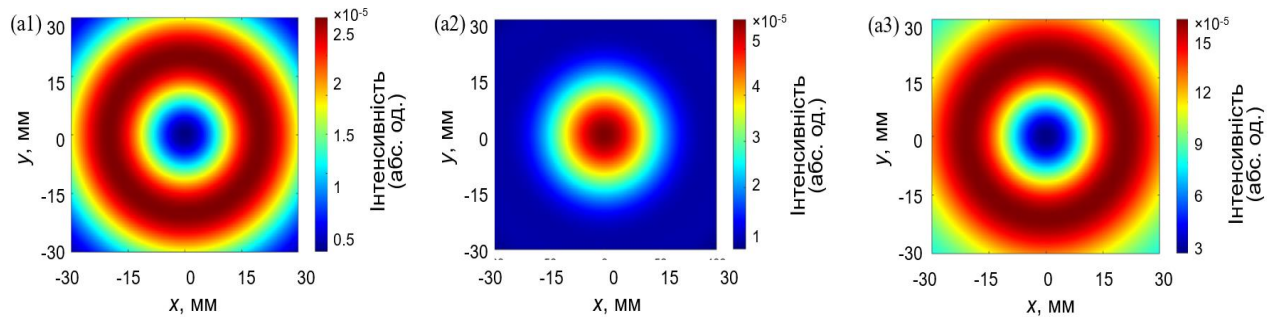


Рис 2.7 Розрахункові поперечні розподіли сумарної інтенсивності поля лазерних пучків, що збуджуються модою  $TE_{01}$ , в дальній зоні. Перший, другий та третій стовпці позначають  $n = 0, 1$  і  $2$  відповідно

На Рис. 2.8 – 2.13 наведено поперечні та поздовжні розподіли інтенсивностей та фази лазерного пучка, збудженого радіально поляризованою модою  $TM_{01}$ , в різних зонах дифракції. Розглянемо результати розрахунків сумарних розподілів інтенсивностей такого пучка в зоні Френеля:



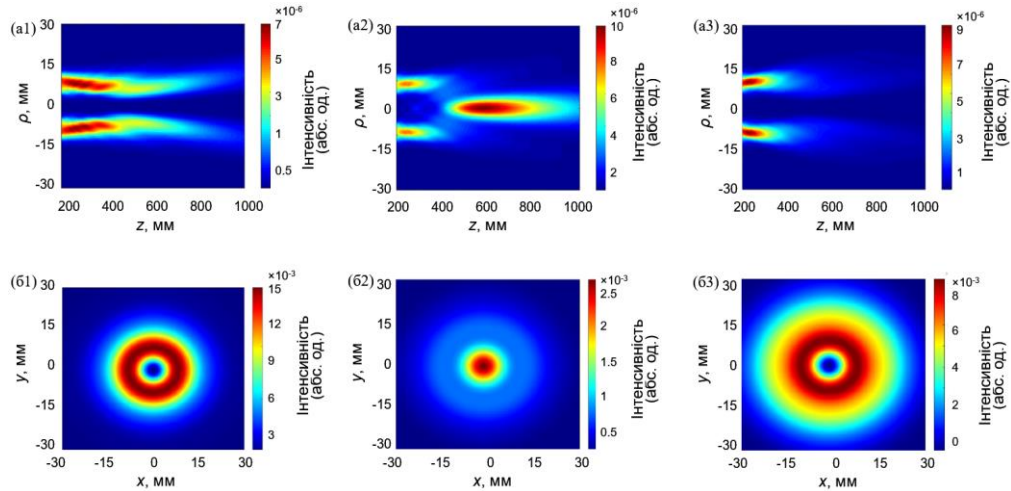


Рис 2.8 Розрахункові поздовжні (a1 – a3) та поперечні (б1 – б3) розподіли сумарних інтенсивностей поля лазерних пучків, що збуджуються модою  $TM_{01}$ , в зоні Френеля.

Перший, другий і третій стовпці позначають  $n = 0$ ,  $n = 1$  і  $n = 2$  відповідно

Як видно з графіків, які представлені на Рис. 2.8, розподіли інтенсивності для цієї моди схожі на розподіли інтенсивності для лазерного пучка, збудженого модою  $TE_{01}$ , тобто, зміна величини топологічного заряду від нуля до одиниці призводить до перетворення профілю сумарної інтенсивності пучка з кільцевого в гауссоподібний.

На Рис 2.9 представлені графіки розподілу інтенсивності для компонент поля даної моди в зоні Френеля. Вони мають чітко виражену антисиметричну форму:

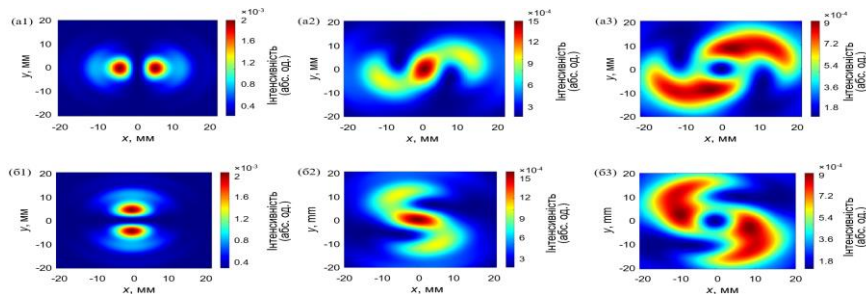


Рис. 2.9. Розрахункові поперечні розподіли інтенсивності поля  $E_x$  (a1 – a3) та  $E_y$  (б1 – б3) компонент лазерних пучків, збуджених модою  $TM_{01}$ , в зоні Френеля для різних значень топологічного заряду. Перший, другий і третій стовпці позначають

$n = 0$ ,  $n = 1$  і  $n = 2$  відповідно

На Рис. 2.10 наведено поперечні розподіли фази  $E_x$  та  $E_y$  компонент лазерних пучків, збуджених модою  $TM_{01}$  в зоні Френеля:

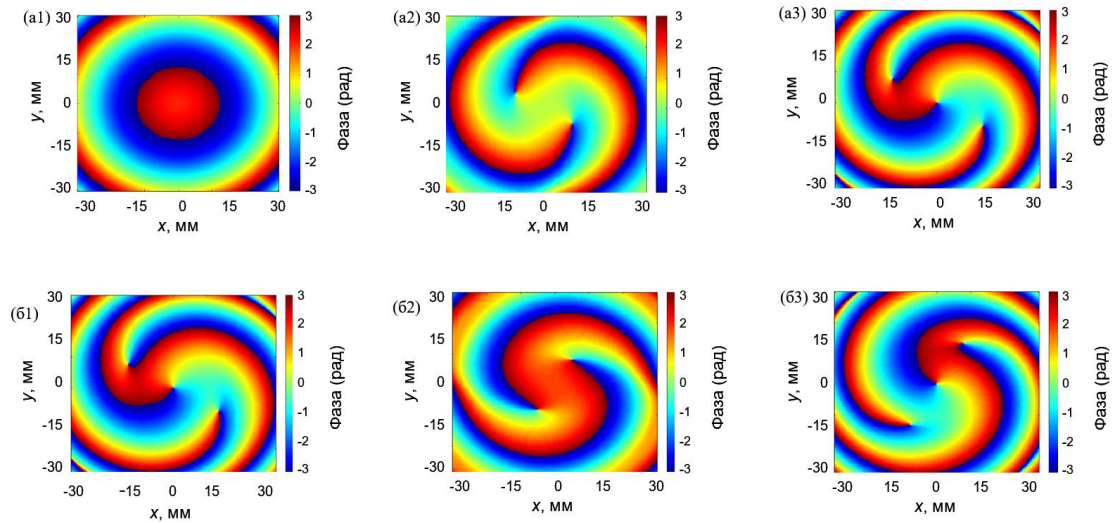


Рис. 2.10. Розрахункові поперечні розподіли фази поля для  $E_x$  (a1 – a3) та  $E_y$  (б1 – б3) компонент лазерних пучків, що збуджуються модою  $TM_{01}$ , у зоні Френеля для різних значень топологічного заряду. Перший, другий і третій стовпці позначають  $n = 0$ ,  $n = 1$  і  $n = 2$  відповідно

Фазовий фронт має вихровий характер. В центрі пучка при  $n = 1$  в зоні Френеля спостерігається поява двох точок фазової сингулярності, а при  $n = 2$  – трьох точок фазової сингулярності.

Розглянемо розподіли поперечної інтенсивності (Рис. 2.11) та фази (Рис. 2.12) вихрових лазерних пучків в дальній зоні де  $z = 6000$  мм.

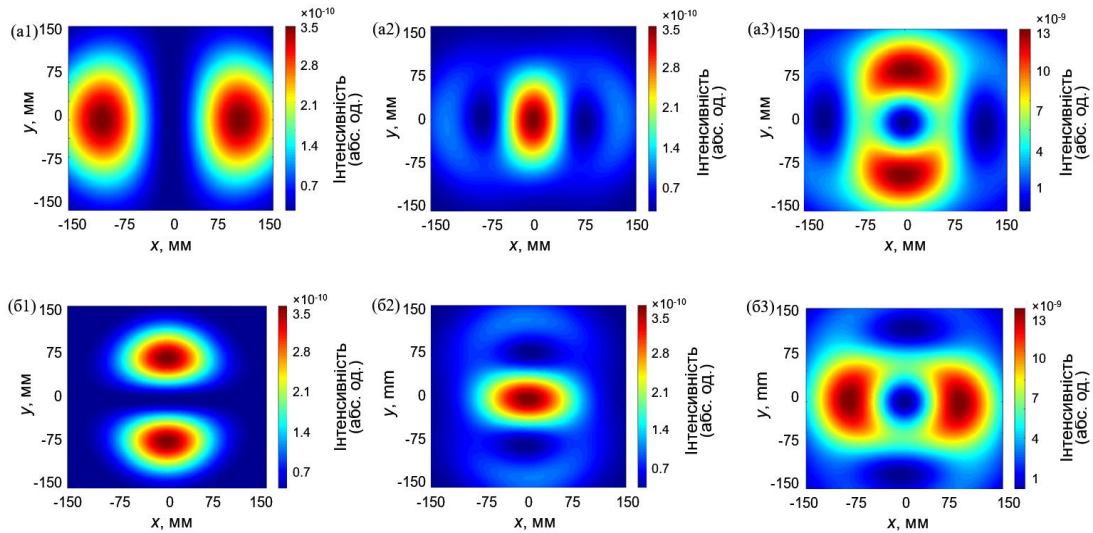


Рис. 2.11. Розрахункові поперечні розподіли інтенсивності поля  $E_x$  (a1 – a3) та  $E_y$  (б1 – б3) компонент лазерних пучків, збуджених модою  $TM_{01}$ , в дальній зоні для різних значень топологічного заряду. Перший, другий і третій стовпці позначають  $n = 0$ ,  $n = 1$  і  $n = 2$  відповідно

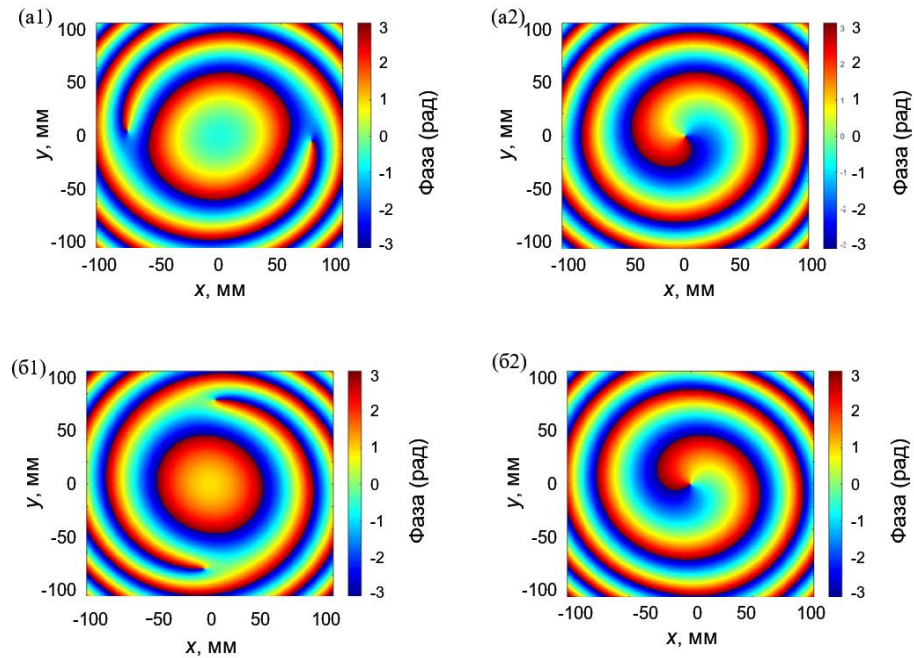


Рис. 2.12. Розрахункові поперечні розподіли фази поля для  $E_x$  (a1 – a2) та  $E_y$  (б1 – б2) компонент лазерних пучків, що збуджуються модою  $TM_{01}$ , у дальній зоні для різних значень топологічного заряду. Перший та другий стовпець відповідають  $n = 1$  і  $n = 2$  відповідно

Як видно з Рис. 2.11 та 2.12 характер розподілів інтенсивності та фази в дальній зоні збігається з розподілами в зоні Френеля, однак в дальній зоні вони розширюються. На Рис. 2.13 представлені поперечні розподіли сумарної інтенсивності поля в дальній зоні. Як і в зоні Френеля, спочатку формується просторова кільцеподібна структура, потім структура з максимумом в центрі і знову кільце.

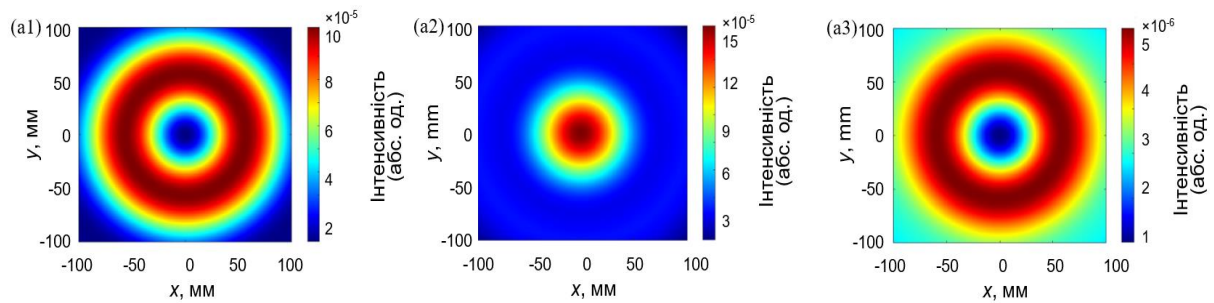


Рис 2.13 Розрахункові поперечні розподіли сумарної інтенсивності поля лазерних пучків, що збуджуються модою  $TM_{01}$ , в дальній зоні. Перший, другий і третій стовпці позначають  $n = 0$ ,  $n = 1$  і  $n = 2$  відповідно

Розподіли інтенсивності та фази поля в зоні Френеля та в дальній зоні для  $E_x$  компоненти лазерного пучка, утвореного модою  $TM_{01}$ , відповідають таким же розподілам для  $E_y$  компоненти пучків, збуджених модою  $TE_{01}$ . А графіки для  $E_y$  компоненти поля лазерного пучка, сформованого модою  $TM_{01}$  відповідають розподілам для  $E_x$  компоненти поля лазерного пучка, збудженого модою  $TE_{01}$ .

## 2.2 Поширення вихрових лазерних пучків, збуджених модами металевого резонатора, у вільному просторі

### 2.2.1 Теоретичні співвідношення

Нормовані декартові компоненти електромагнітних полів для лінійно, азимутально та радіально поляризованих  $TE_{11}$ ,  $TE_{01}$  та  $TM_{01}$  мод набувають такого вигляду в площині джерела ( $z = 0$ ):

$$TE_{11} \text{ мода} \quad \begin{cases} E_x^0(\rho_0, \varphi) = A_{11} J_2\left(U_{11} \frac{\rho_0}{a}\right) \sin(2\varphi), \\ E_y^0(\rho_0, \varphi) = A_{11} [J_0\left(U_{11} \frac{\rho_0}{a}\right) - J_2\left(U_{11} \frac{\rho_0}{a}\right) \cos(2\varphi)], \end{cases} \quad (2.13)$$

$$TE_{01} \text{ мода} \quad \begin{cases} E_x^0(\rho_0, \varphi) = -A_{01} J_1\left(U_{01} \frac{\rho_0}{a}\right) \sin(\varphi), \\ E_y^0(\rho_0, \varphi) = A_{01} J_1\left(U_{01} \frac{\rho_0}{a}\right) \cos(\varphi), \end{cases} \quad (2.14)$$

$$TM_{01} \text{ мода} \quad \begin{cases} E_x^0(\rho_0, \varphi) = B_{01} J_1\left(U_{11} \frac{\rho_0}{a}\right) \cos(\varphi), \\ E_y^0(\rho_0, \varphi) = B_{01} J_1\left(U_{11} \frac{\rho_0}{a}\right) \sin(\varphi), \end{cases} \quad (2.15)$$

де  $a$  – радіус хвилеводу,  $J_0$  і  $J_1$  – функції Бесселя першого роду нульового та першого порядку,  $U_{11}$  і  $U_{01}$  – корені рівняння  $J_{n-1}(U_{nm}) = 0$ ,

$$A_{11} = \frac{U_{11}}{\left(a J_1(U_{11}) \sqrt{2\pi(U_{11}^2 - 1)}\right)}, \quad A_{01} = \frac{1}{a\sqrt{\pi} J_0(U_{10})} \quad \text{і} \quad B_{01} = \frac{1}{a\sqrt{\pi} J_1(U_{11})}$$

є нормуючі множники.

Підставляючи в (2.3) вираз для комплексної функції пропускання СФП (2.6) та використовуючи формули (2.7) і (2.9.1) отримаємо вирази для компонент поля, які описують непараксіальну дифракцію моди  $TE_{11}$  на СФП з топологічним зарядом  $n$  у вільному просторі:

$$\begin{aligned}
E_x(\rho, \beta, z) &= \frac{(-i)^n kz}{2r^2} \exp[i(n\beta + kr)] A_{11} [\exp(i2\beta) H1_{2,n+2}(\rho, z) \\
&\quad - \exp(-i2\beta) H1_{2,n-2}(\rho, z)], \\
E_y(\rho, \beta, z) &= \frac{(-i)^{n+1} kz}{r^2} \exp[i(n\beta + kr)] A_{11} \{ H1_{0,n}(\rho, z) \\
&\quad + \frac{1}{2} [\exp(i2\beta) H1_{2,n+2}(\rho, z) + \exp(-i2\beta) H1_{2,n-2}(\rho, z)] \}, \\
E_z(\rho, \beta, z) &= \frac{(-i)^{n+1} k}{2r^2} \exp[i(n\beta + kr)] A_{11} [G1(\rho, \beta, z) + G2(\rho, \beta, z) \\
&\quad + 2\rho \sin(\beta) H1_{0,n}(\rho, z)],
\end{aligned} \tag{2.16}$$

де введено наступні позначення

$$\begin{aligned}
H1_{0,n}(\rho, z) &= \int_0^a J_0 \left( U_{11} \frac{\rho_0}{a} \right) \exp \left( ik \frac{\rho_0^2}{2r} \right) J_n \left( \frac{k\rho\rho_0}{r} \right) \rho_0 d\rho_0, \\
H1_{2,n}(\rho, z) &= \int_0^a J_2 \left( U_{11} \frac{\rho_0}{a} \right) \exp \left( ik \frac{\rho_0^2}{2r} \right) J_n \left( \frac{k\rho\rho_0}{r} \right) \rho_0 d\rho_0, \\
G1(\rho, \beta, z) &= \int_0^a J_2 \left( U_{11} \frac{\rho_0}{a} \right) \exp \left( ik \frac{\rho_0^2}{2r} \right) \\
&\quad \times \left[ \exp(i\beta) J_{n-2} \left( \frac{k\rho\rho_0}{r} \right) - \exp(-i\beta) J_{n+2} \left( \frac{k\rho\rho_0}{r} \right) \right] \rho_0 d\rho_0, \\
G2(\rho, \beta, z) &= \int_0^a \left[ J_0 \left( U_{11} \frac{\rho_0}{a} \right) + J_2 \left( \chi_{11} \frac{\rho_0}{a} \right) \right] \exp \left( ik \frac{\rho_0^2}{2r} \right) \\
&\quad \times \left[ \exp(i\beta) J_{n+1} \left( \frac{k\rho\rho_0}{r} \right) - \exp(-i\beta) J_{n-1} \left( \frac{k\rho\rho_0}{r} \right) \right] \rho_0^2 d\rho_0.
\end{aligned}$$

Також, використовуючи вищевказані формули, отримуємо вирази для компонент поля, які описують непараксіальну дифракцію моди  $TE_{01}$  на СФП. Вони виглядають наступним чином:

$$\begin{aligned}
E_x(\rho, \beta, z) &= \frac{(-i)^{n+1} k z}{2r^2} \exp[i(n\beta + kr)] B_{01} \left[ \exp(i\beta) H 2_{1,n+1}(\rho, z) \right. \\
&\quad \left. + \exp(-i\beta) H 2_{1,n-1}(\rho, z) \right], \\
E_y(\rho, \beta, z) &= \frac{(-i)^{n+2} k z}{2r^2} \exp[i(n\beta + kr)] B_{01} \left[ \exp(i\beta) H 2_{1,n+1}(\rho, z) \right. \\
&\quad \left. - \exp(-i\beta) H 2_{1,n-1}(\rho, z) \right], \\
E_z(\rho, \beta, z) &= \frac{(-i)^{n+1} k \rho}{2r^2} \exp[i(n\beta + kr)] B_{01} \left[ H 2_{1,n+1}(\rho, z) \right. \\
&\quad \left. + H 2_{1,n-1}(\rho, z) \right],
\end{aligned} \tag{2.17}$$

де введено наступні позначення

$$H 2_{1,n}(\rho, z) = \int_0^a J_1 \left( U_{01} \frac{\rho_0}{a} \right) \exp \left( ik \frac{\rho_0^2}{2r} \right) J_n \left( \frac{k \rho \rho_0}{r} \right) \rho_0 d\rho_0.$$

Для опису непараксiальної дифракції  $TM_{01}$  моди на СФП також використовуємо формули (2.9.1) и (2.9.2):

$$\begin{aligned}
E_x(\rho, \beta, z) &= \frac{(-i)^{n+2} k z}{2r^2} e^{i(n\beta+kr)} A_{01} \left[ e^{i\beta} I 1_{1n+1}(\rho, z) - e^{-i\beta} I 1_{1n-1}(\rho, z) \right], \\
E_y(\rho, \beta, z) &= -\frac{(-i)^{n+1} k z}{2r^2} e^{i(n\beta+kr)} A_{01} \left[ e^{i\beta} I 1_{1n+1}(\rho, z) + e^{-i\beta} I 1_{1n-1}(\rho, z) \right], \\
E_z(\rho, \beta, z) &= -\frac{(-i)^{n+1} k}{2r^2} e^{i(n\beta+kr)} A_{01} \left\{ \rho \sin \beta [e^{i\beta} I 1_{1n+1}(\rho, z) + e^{-i\beta} I 1_{1n-1}(\rho, z)] + \right. \\
&\quad \left. + 2I 2_{1n}(\rho, z) + i \rho \cos \beta [e^{i\beta} I 1_{1n+1}(\rho, z) - e^{-i\beta} I 1_{1n-1}(\rho, z)] \right\}
\end{aligned} \tag{2.18}$$

де введено наступні позначення

$$\begin{aligned}
I 1_{1n}(\rho, z) &= \int_0^a J_1 \left( U_{01} \frac{\rho_0}{a} \right) J_n \left( \frac{k \rho \rho_0}{r} \right) \exp \left( ik \frac{\rho_0^2}{2r} \right) \rho_0 d\rho_0, \\
I 2_{1n}(\rho, z) &= \int_0^a J_1 \left( U_{01} \frac{\rho_0}{a} \right) J_n \left( \frac{k \rho \rho_0}{r} \right) \exp \left( ik \frac{\rho_0^2}{2r} \right) \rho_0^2 d\rho_0.
\end{aligned}$$

## 2.2.2 Результати розрахунків та їх аналіз

За допомогою отриманих виразів проведено розрахунки поздовжнього та поперечного розподілів повної напруженості поля ( $I = |E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2$ ), а також поперечних розподілів інтенсивностей полів ( $I = |E_i|^2, i = x, y$ ) та фази ( $\varphi = \arctg(\text{Im}(E_i) / \text{Re}(E_i))$ ) для окремих  $x, y$  компонент пучків лазерного випромінювання, що збуджуються в зоні Френеля та в дальній зоні асиметричною лінійно поляризованою вздовж осі  $y$   $TE_{11}$  модою, симетричною азимутально поляризованою  $TE_{01}$  модою та асиметричною радіально поляризованою  $TM_{01}$  модою металевого хвилевідного резонатора терагерцового лазера під час їх взаємодії з СФП. Поперечні розподіли інтенсивності та фази поля для поздовжньої складової наведено в додатку Б. Довжина хвилі випромінювання залишилася незмінною ( $\lambda = 0,4326$  мм). Діаметр хвилеводу вибрано  $2a = 35$  мм. На виході хвилеводу розташовувалася СФП з апертурою такого ж діаметру. При цьому топологічний заряд  $n$  змінювався від нуля до двох.

На Рис. 2.14 (а1), 2.14 (б1) показано результати чисельного моделювання поздовжнього розподілу сумарної інтенсивності поля в зоні Френеля ( $z = 100 - 1000$  мм) і поперечного розподілу сумарної інтенсивності поля лазерного пучка, збудженого модою  $TE_{11}$ , для  $z = 708$  мм (де число Френеля дорівнює 1). Результати отримані в припущенні про відсутність СФП на виході хвилеводу. З Рис. 2.14 видно, що максимум у розподілі поздовжньої інтенсивності спостерігається при  $z \approx 500$  мм. Зауважимо, що ефективний діаметр пучка на відстані 708 мм для моди  $TE_{11}$  розраховується за вищевказаною формулою (2.12) і дорівнює  $d_\sigma = 151,3 \lambda$ . Поперечний профіль поля має добре відому гауссоподібну форму та сферичний фазовий фронт. Встановлення СФП на виході хвилеводу з ненульовим топологічним зарядом призводить в зоні Френеля до



зміни профілю інтенсивності пучка на асиметричний кільцевий з двома максимумами (Рис. 2.14 (а2, а3, б2, б3)). Діаметр пучка збільшується до  $d_\sigma = 164,6 \lambda$  при  $n = 1$  і  $d_\sigma = 192,0 \lambda$  при  $n = 2$ .

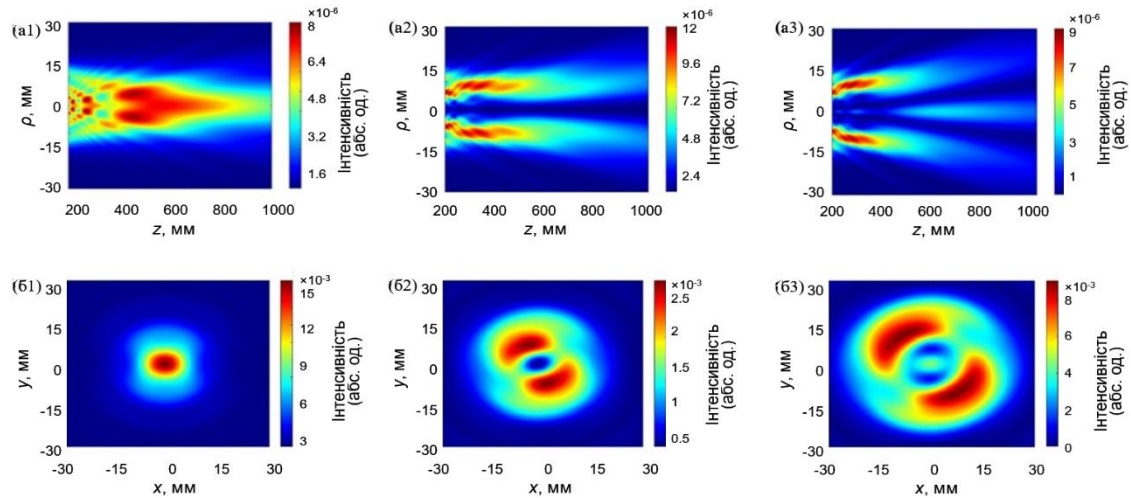


Рис. 2.14. Розрахункові поздовжні (а1 – а3) та поперечні (б1 – б3) розподіли сумарних інтенсивностей поля лазерних пучків, збуджених модою  $TE_{11}$ , у зоні Френеля для різних значень топологічного заряду. Перший, другий і третій стовпці позначають  $n = 0$ ,  $n = 1$  і  $n = 2$  відповідно

Така поведінка зміни профілю пучка обумовлена тим, що як видно з позначень для інтегральних виразів компонент поля (2.16) дані компоненти мають максимум на осі при відсутній СПФ на виході хвилеводу за рахунок основного впливу першої складової даних виразів. При встановленні СПФ для любої величини топологічного заряду ( $n \neq 0$ ) вирази для цих компонент мають нульове значення на осі.

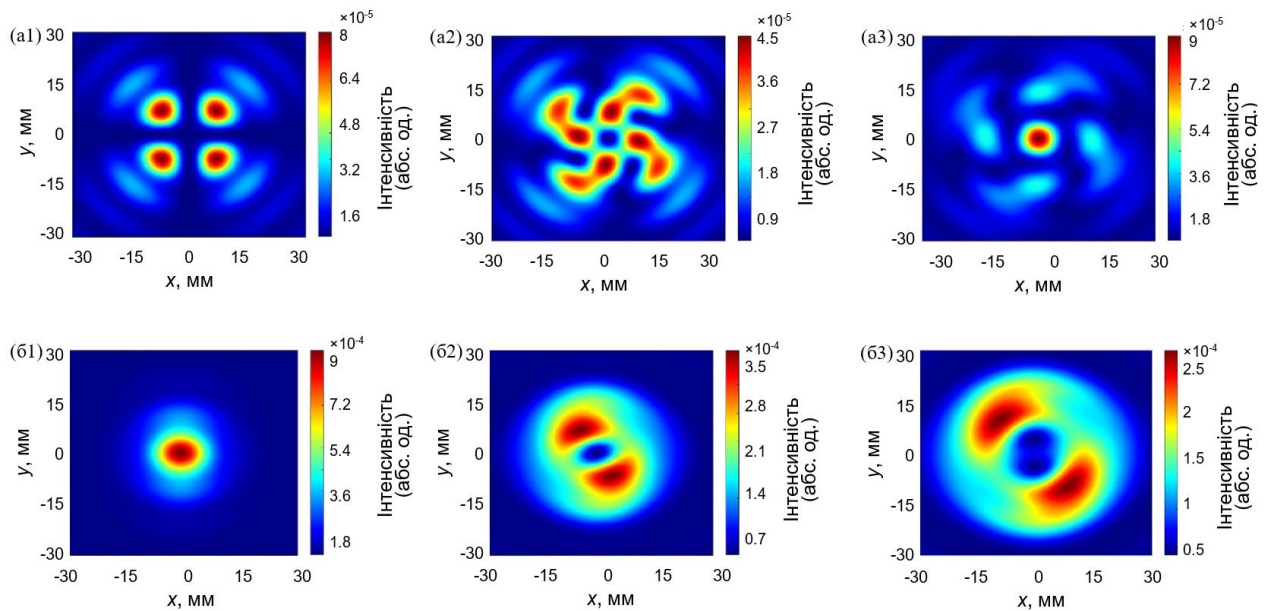


Рис. 2.15. Розрахункові поперечні розподіли інтенсивності поля  $E_x$  (a1 – a3) та  $E_y$  (б1 – б3) компонент лазерних пучків, збуджених модою  $TE_{11}$ , в зоні Френеля для різних значень топологічного заряду. Перший, другий і третій стовпці позначають  $n = 0$ ,  $n = 1$  і  $n = 2$  відповідно

На Рис. 2.15 – 2.16 наведено розрахункові розподіли інтенсивності та фази поля в поперечній площині для окремих складових лазерного пучка, що збуджується в зоні Френеля асиметричною лінійно поляризованою вздовж осі у модою  $TE_{11}$  металевого хвилевідного резонатора терагерцового лазера, під час його взаємодії з СФП. Ці результати наочно демонструють визначальну роль компоненти  $E_y$  лазерного пучка у формуванні загального поперечного профілю інтенсивності на Рис. 2.14. Слід звернути увагу на спостережуване фокусування інтенсивності поля  $E_x$  компоненти лазерного пучка при збільшенні величини топологічного заряду.

Як видно з Рис. 2.16 встановлення СФП на виході хвилеводу для лазерного пучка, збудженого модою  $TE_{11}$ , призводить до перетворення фазового профілю пучка зі сферичного на вихровий. При цьому зі збільшенням величини

топологічного заряду спостерігається утворення вираженої гвинтової структури фронту хвилі та точки сингулярності  $E_y$  компоненти лазерного пучка. В той же час для хвильового фронту  $E_x$  компоненти лазерного пучка спостерігається утворення трьох та чотирьох гвинтових витків зі збільшенням величини топологічного заряду.

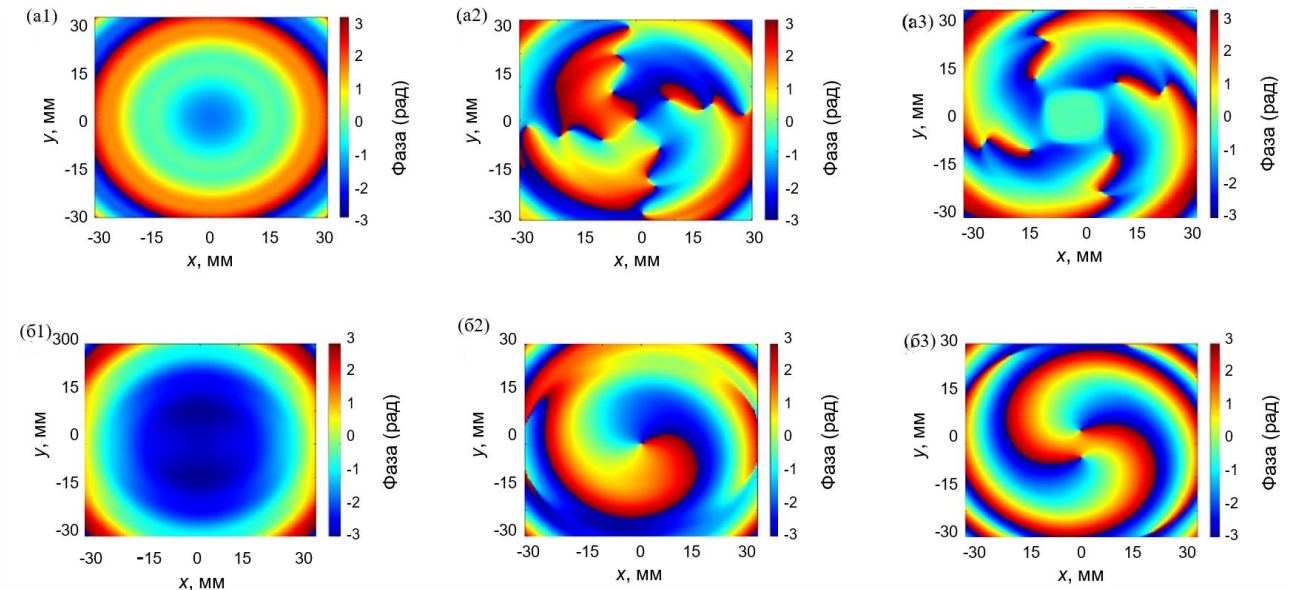


Рис. 2.16. Розрахункові поперечні розподіли фази поля для  $E_x$  (a1 – a3) та  $E_y$  (b1 – b3) компонент лазерних пучків, що збуджуються модою  $TE_{11}$ , у зоні Френеля для різних значень топологічного заряду. Перший, другий і третій стовпці позначають  $n = 0$ ,  $n = 1$  і  $n = 2$  відповідно

Розподіли інтенсивності та фази для  $E_z$  компоненти лазерного пучка, утвореного модою  $TE_{11}$ , у зонах Френеля та дальній також представлені в додатку Б.

На Рис. 2.17 вказані розподіли інтенсивності поля компонент пучків, збуджених модою  $TE_{11}$  при  $z = 6000$  мм.

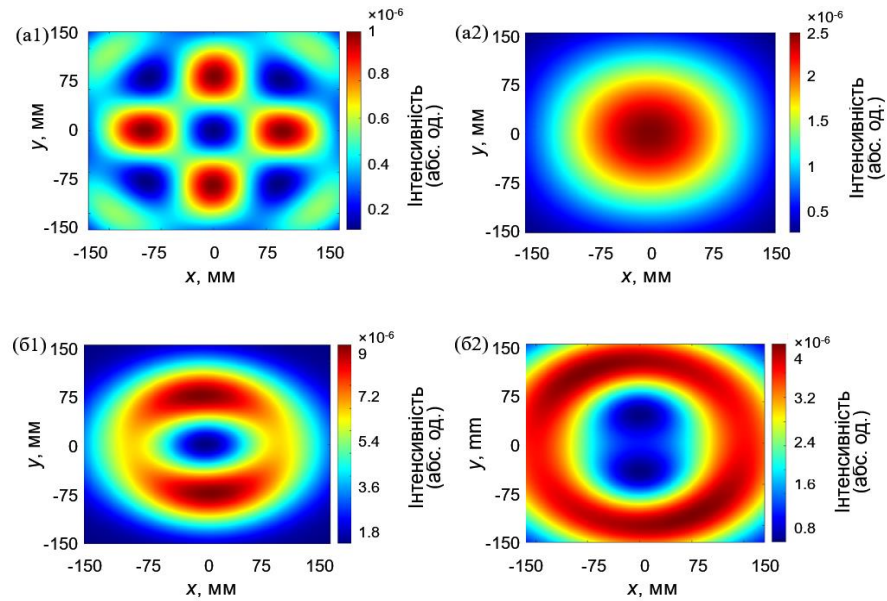


Рис. 2.17. Розрахункові поперечні розподіли інтенсивності поля  $E_x$  (a1 – a2) та  $E_y$  (б1 – б2) компонент лазерних пучків, збуджених модою  $TE_{11}$ , в дальній зоні для різних значень топологічного заряду. Перший та другий стовпці позначають  $n = 1$  і  $n = 2$  відповідно

Як видно з Рис. 2.17, гвинтовий профіль  $E_x$  компоненти пучка в зоні Френеля при  $n = 1$  в дальній зоні набуває більш симетричний вид, а при  $n = 2$  максимум інтенсивності в центрі стає більш виражений. Фокусування інтенсивності поля цієї компоненти продовжується в дальній зоні. Розподіл інтенсивності для  $E_y$  компоненти випромінювання в дальній зоні залишається схожим з розподілом інтенсивності в зоні Френеля.

На Рис. 2.18 наочно показано, що розподіл поперечної інтенсивності лазерного пучка, сформованого модою  $TE_{11}$  має гауссоподібну форму, але присутнє розширення профілю.

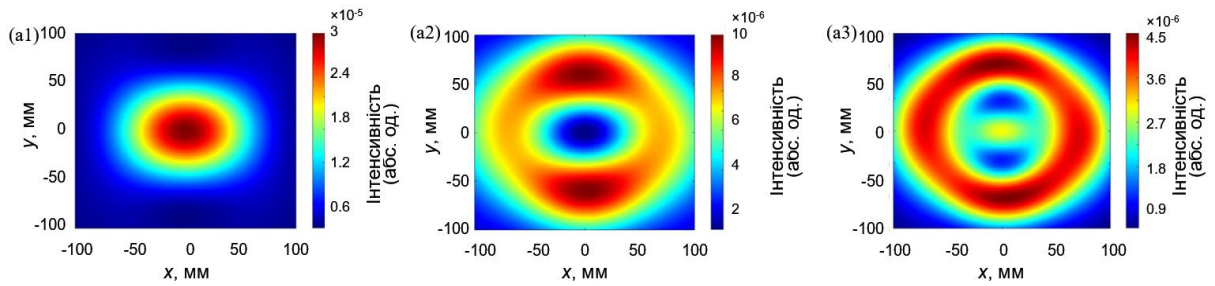


Рис. 2.18. Розрахункові поперечні розподіли сумарної інтенсивності поля моди  $TE_{11}$ , в дальній зоні. Перший, другий та третій стовпці позначають  $n = 0, 1$  і  $2$  відповідно

Рис. 2.19, показує, що розподіл фази  $E_x$  компоненти пучка в дальній зоні набуває яскраво вираженої гвинтової структури при  $n = 1$ , але при  $n = 2$  вже з'являється мінімум в центрі з гвинтовою структурою на периферії розподілу. Поведінка  $E_y$  компоненти пучка в дальній зоні при  $n = 1$  залишається такою ж, як і в зоні Френеля, але при значенні топологічного заряду  $n = 2$  винтова структура з точкою сингулярності в центрі в зоні Френеля, при значенні  $z = 6000$  мм ця структура значно розширюється.

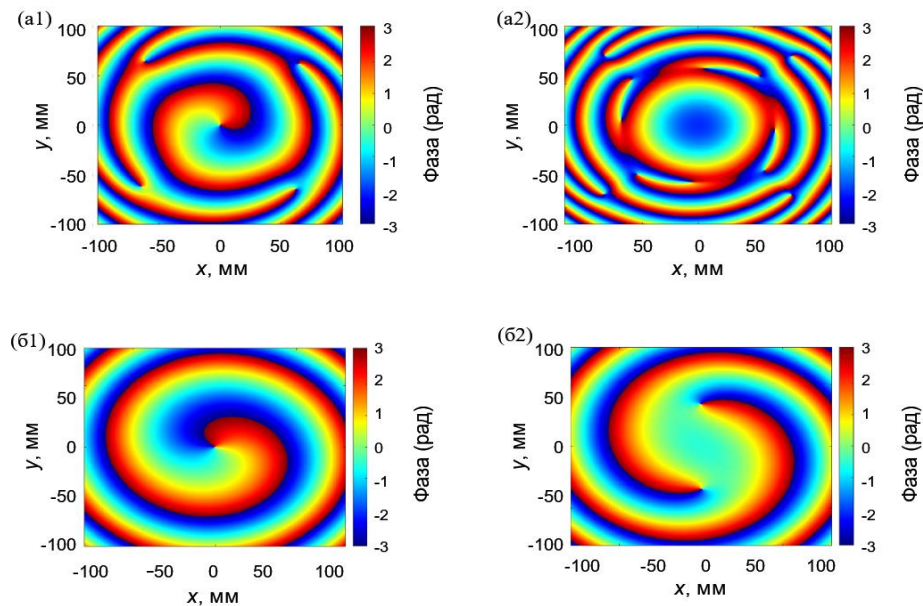


Рис. 2.19. Розрахункові поперечні розподіли фази поля для  $E_x$  (a1 – a2) та  $E_y$  (b1 – b2) компонент лазерних пучків, що збуджуються модою  $TE_{11}$ , в дальній зоні для різних значень топологічного заряду. Перший та другий стовпці позначають  $n = 1$  і  $n = 2$  відповідно

Викликає інтерес проведення порівняння поведінки просторово-енергетичних характеристик аналогічних мод в діелектричному та металевому резонаторах в вільному просторі. Спочатку проведемо порівняння характеристик лазерного пучка, сформованого модою  $TE_{11}$  в металевому резонатору з характеристиками лазерного пучка, утвореного модою  $EH_{11}$  в діелектричному резонаторі. Поведінка розподілів поздовжньої сумарної інтенсивності поля для цих мод має однаковий характер. При  $n = 0$  розподіли можна описати гауссоподібною просторовою структурою, а при збільшенні значення топологічного заряду вона утворює кільцеву форму. Проте є деякі відмінності. А саме, кільцева форма розподілу для лазерного пучка, збудженого модою  $EH_{11}$ , має симетричний характер, тоді як для лазерного пучка, сформованого модою  $TE_{11}$ , асиметричний. Порівняємо розподіли фази поля цих пучків. Розглядати будемо розподіли тільки для  $E_y$  компоненти тому, що для лазерного пучка, утвореного модою  $EH_{11}$ , тільки ця компонента відмінна від нуля. Отже, розподіли фази для лазерного пучка, сформованого модою  $EH_{11}$ , мають виражений вихровий фронт та при збільшенні значення топологічного заряду збільшується кількість гвинтових витків. В випадку лазерного пучка, сформованого модою  $TE_{11}$ , в розподілах виникають додаткові області як підвищеної, так і зниженої фази.

Встановлення СФП на виході хвилеводу для лазерного пучка, збудженого модою  $TE_{01}$ , призводить до трансформації профілю інтенсивності пучка з кільцевого в гауссоподібний при зміні значення топологічного заряду від нуля до одиниці (Рис. 2.20). Подальше збільшення топологічного заряду повертає профіль променя до початкової кільцевої форми. Зазначимо, що ефективний діаметр пучка, розрахований за формулою (2.12), на відстані 708 мм для моди  $TE_{01}$  зростає від  $d_\sigma = 67.5 \lambda$  при  $n = 0$  (за відсутності топологічного заряду) до  $d_\sigma = 89,1 \lambda$  при  $n = 2$ .

Така поведінка зміни профілю пучка обумовлена тим, що як видно з позначень для інтегральних виразів компонент поля (2.17) дані компоненти мають мінімум на осі при відсутній СПФ на виході хвилеводу. При встановленні СПФ для величини топологічного заряду  $n = 1$  вирази для цих компонент мають максимальне значення на осі через вплив другої складової даних виразів. Подальша зміна величини топологічного заряду ( $n > 1$ ) призводить до нульового значення цих компонент поля.

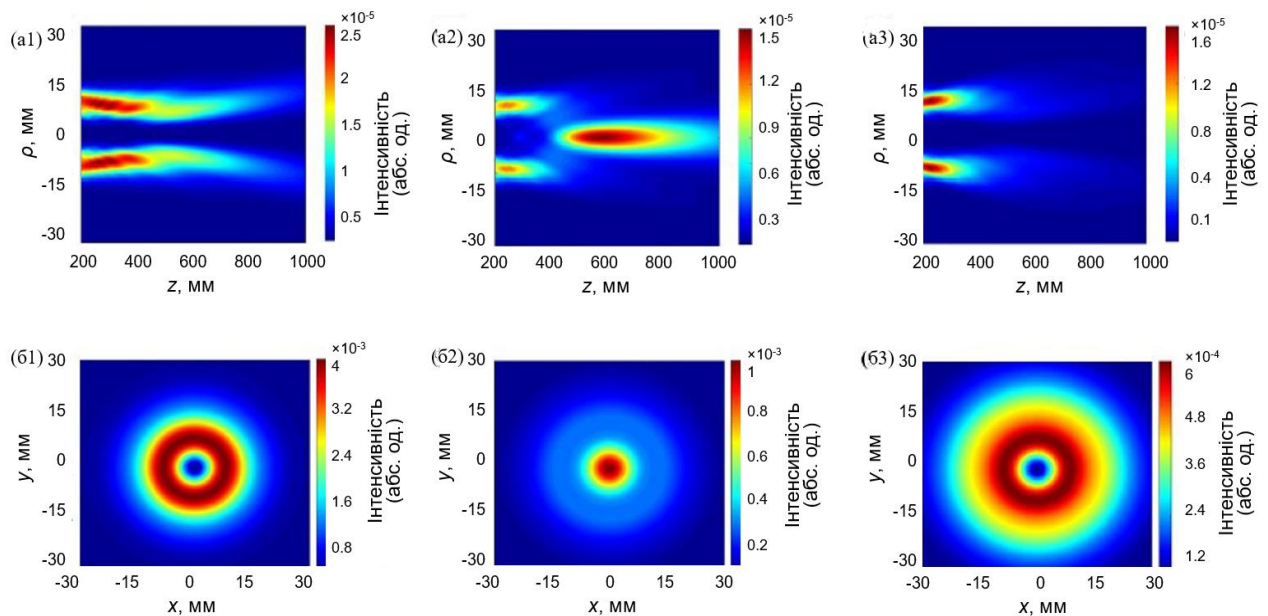


Рис. 2.20. Розрахункові повздовжні (a1–a3) та поперечні (b1 – b3) розподіли сумарної інтенсивності поля, збудженого модою  $TE_{01}$ , у зоні Френеля для різних значень топологічного заряду. Перший, другий і третій стовпці позначають  $n = 0$ ,  $n = 1$  і  $n = 2$  відповідно

На Рис. 2.21 наведено розраховані поперечні розподіли інтенсивності поля для окремих поперечних складових пучків лазерного випромінювання, що збуджуються в зоні Френеля симетричною азимутально поляризованою модою  $TE_{01}$  металевого хвилевідного резонатора терагерцового лазера під час його взаємодії з СФП. Ці результати показують однаковий внесок поперечних

компонентів лазерного променя у формування загального профілю інтенсивності на Рис. 2.20. Маючи спочатку антисиметричну форму, ці компоненти в сумі утворюють симетричний пучок.

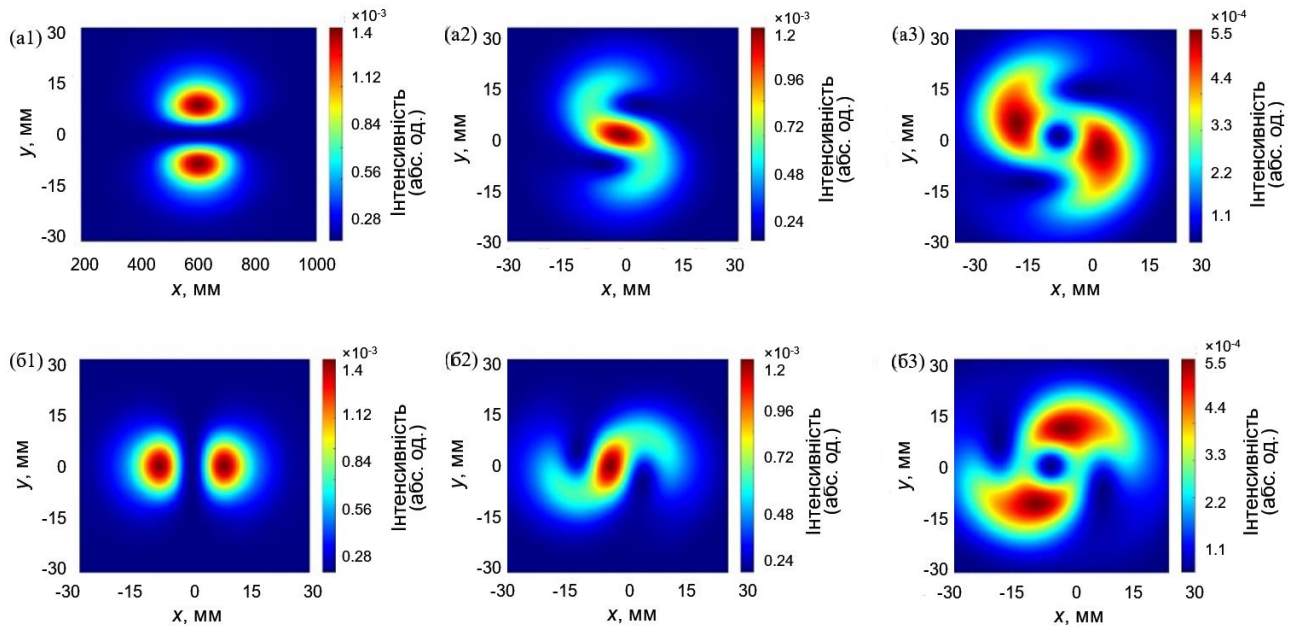


Рис. 2.21. Розрахункові поперечні розподіли інтенсивності поля  $E_x$  (a1 – a3) та  $E_y$  (б1 – б3) компонентів лазерних пучків, що збуджуються модою  $TE_{01}$ , у зоні Френеля для різних значень топологічного заряду. Перший, другий і третій стовпці позначають  $n = 0$ ,  $n = 1$  і  $n = 2$  відповідно

На Рис. 2.21 показано фазові розподіли для поперечних складових лазерного пучка, утвореного модою  $TE_{01}$ , в зоні Френеля при зміні топологічного заряду. Встановлення СФП на виході хвилеводу, як і для лазерного пучка, збудженого модою  $TE_{11}$ , перетворює хвильовий фронт лазерних пучків зі сферичного на вихровий. Зазначимо, що при  $n = 1$  хвильовий фронт має дві спіральні поверхні, а при  $n = 2$  – три.



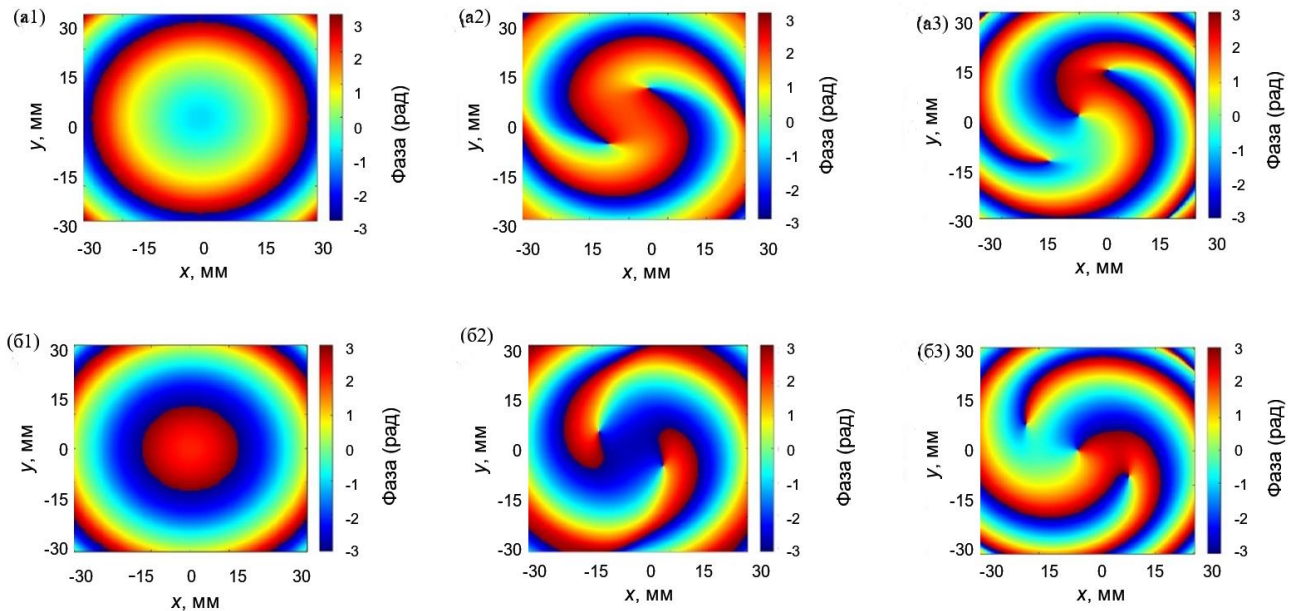


Рис. 2.21. Розрахункові поперечні розподіли фази поля для  $E_x$  (a1 – a3) та  $E_y$  (b1 – b3) компонент лазерних пучків, що збуджуються модою  $TE_{01}$ , в зоні Френеля для різних значень топологічного заряду. Перший, другий і третій стовпці позначають  $n = 0$ ,  $n = 1$  і  $n = 2$  відповідно

Поперечні розподіли інтенсивності та фази компоненти  $E_z$  моди  $TE_{01}$  у зоні Френеля ( $z = 708$  мм) та в дальній зоні ( $z = 6000$  мм) представлені в додатку Б.

Розглянемо розподіли інтенсивності та фази такого пучка при їх поширенні в дальній зоні,  $z = 6000$  мм. Як видно з Рис. 2.22 компоненти лазерного пучка, утвореного модою  $TE_{01}$ , зберігають свою антисиметричну форму в дальній зоні.

Як видно з Рис. 2.23 профіль інтенсивності пучка, збудженого модою  $TE_{01}$  в дальній зоні при  $n = 1$  стає гауссоподібним, а потім, при збільшенні значення топологічного заряду повертається до кільцеподібної форми.

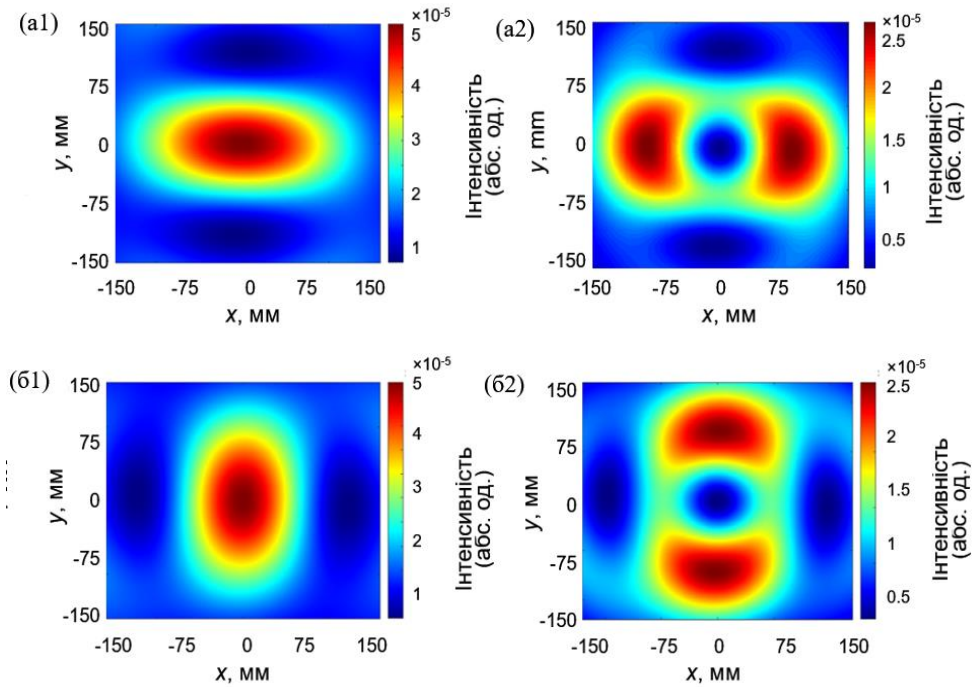


Рис. 2.22. Розрахункові поперечні розподіли інтенсивностей поля  $E_x$  (a1 – a2) та  $E_y$  (б1 – б2) компонентів лазерних пучків, що збуджуються модою  $TE_{01}$ , в дальній зоні для різних значень топологічного заряду. Перший та другий стовпці позначають  $n = 1$  і  $n = 2$  відповідно

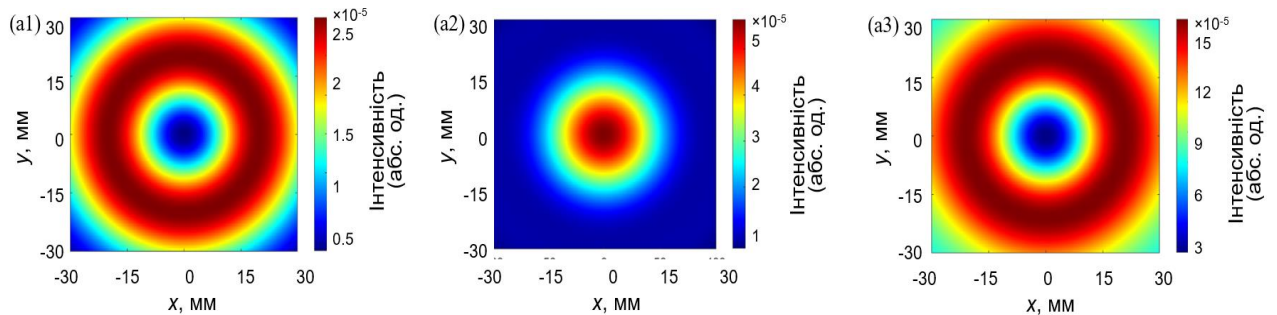


Рис. 2.23. Розрахункові поперечні сумарні розподіли інтенсивності поля моди  $TE_{01}$ , в дальній зоні. Перший, другий та третій стовпці позначають  $n = 0, 1$  і  $2$  відповідно

На Рис. 2.24 показано фазові розподіли для поперечних складових моди  $TE_{01}$  в дальній зоні при зміні топологічного заряду від  $n = 1$  до  $n = 2$ . Компоненти фазового профілю при  $n = 1$  розширюються в дальній зоні, а також в центрі

розподілу спостерігається ущільнення фази. При значенні топологічного заряду  $n = 2$  фазовий профіль обох компонент утворює добре виражену гвинтову структуру.

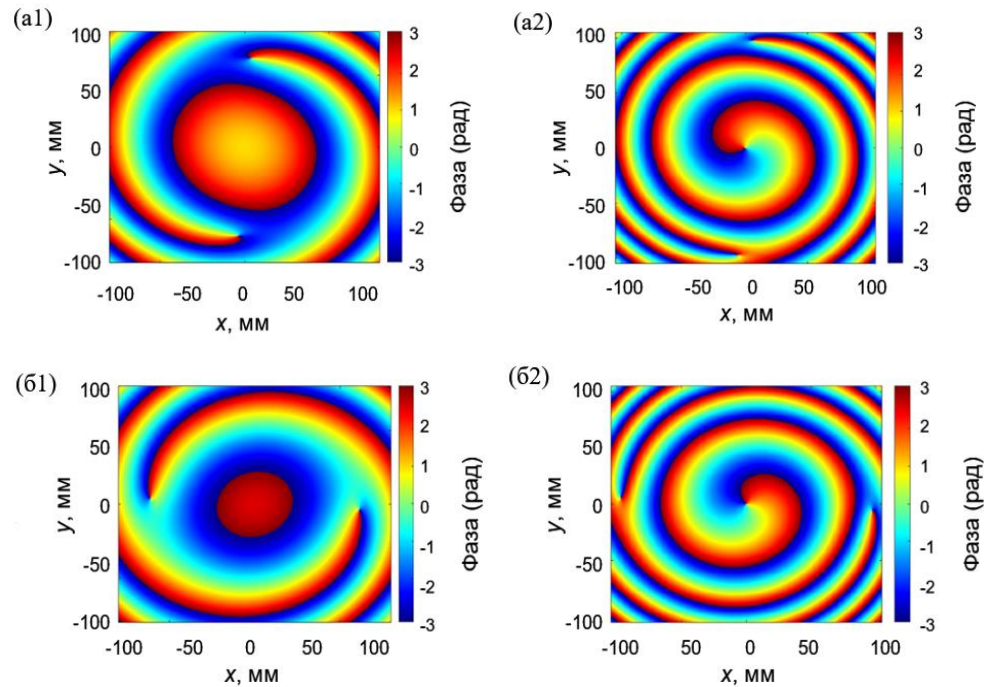


Рис. 2.24 . Розрахункові поперечні розподіли фази поля для  $E_x$  (a1 – a2) та  $E_y$  (б1 – б2) компонент лазерних пучків, що збуджуються модою  $TE_{01}$ , в дальній зоні для різних значень топологічного заряду. Перший та другий стовпці позначають  $n = 1$  і  $n = 2$  відповідно

При порівнянні розподілів інтенсивності та фази лазерних пучків, збуджених модою  $TE_{01}$  діелектричного та металевих резонаторів ми наглядаємо їх повну ідентичність. Тому проведення їх ретельного порівняльного опису не має сенсу.

Тепер розглянемо поздовжні та поперечні розподіли інтенсивностей поля лазерного пучка, збудженого модою  $TM_{01}$  в зоні Френеля. Встановлення СФП на виході хвилеводу для такого пучка призводить до зміни профілю інтенсивності пучка з кільцевого в гауссоподібний при зміні значення топологічного заряду

від нуля до одиниці (Рис. 2.24). Подальше збільшення топологічного заряду повертає профіль променя до початкової кільцевої форми. Але на відміну від випадку з вищеописаними розподілами в випадку лазерного пучка, збудженого модою  $TM_{01}$  діелектричного резонатора, присутні деякі дискретні максимуми на початку розподілу.

На Рис. 2.25 та 2.26 показані розподіли поперечних інтенсивності та фази поля пучків, збуджених модою  $TM_{01}$  у зоні Френеля.

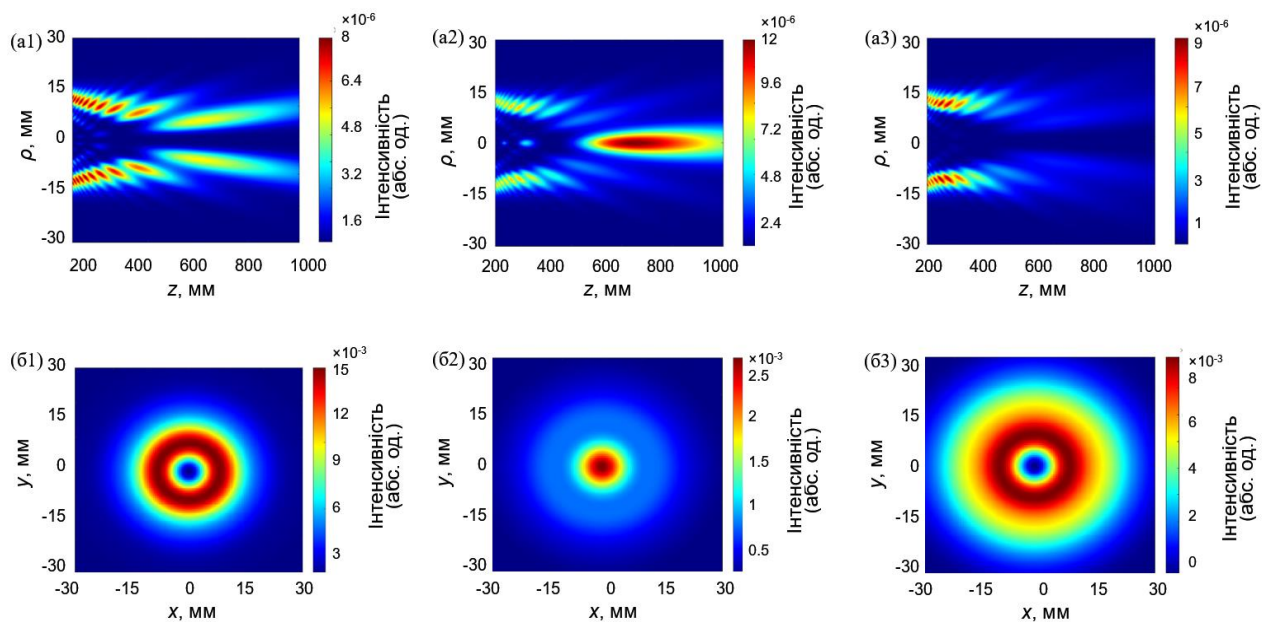


Рис. 2.24. Розрахункові повздовжні (a1 – a3) та поперечні (b1 – b3) розподіли сумарної інтенсивності поля, збудженого модою  $TM_{01}$ , у зоні Френеля для різних значень топологічного заряду. Перший, другий і третій стовпці позначають  $n = 0$ ,  $n = 1$  і  $n = 2$  відповідно

Як видно з Рис. 2.25 поперечні компоненти лазерного пучка, збудженого  $TM_{01}$  модою, мають антисиметричну форму. Хвильовий фронт поперечних компонент цього пучка має два та три гвинтових витка при значенні топологічного заряду  $n = 1$  та  $2$ , відповідно (Рис. 2.26).

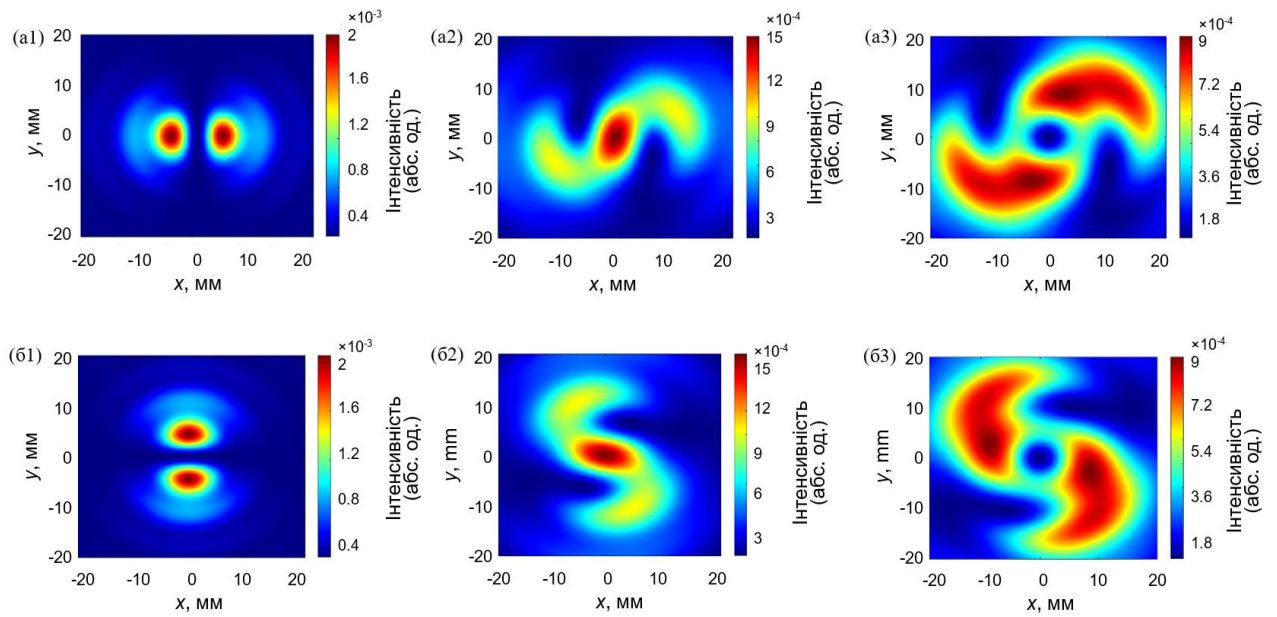


Рис. 2.25. Розрахункові поперечні розподіли інтенсивності поля  $E_x$  (a1 – a3) та  $E_y$  (б1 – б3) компонентів лазерних пучків, що збуджуються модою  $TM_{01}$ , у зоні Френеля для різних значень топологічного заряду. Перший, другий і третій стовпці позначають  $n = 0$ ,  $n = 1$  і  $n = 2$  відповідно

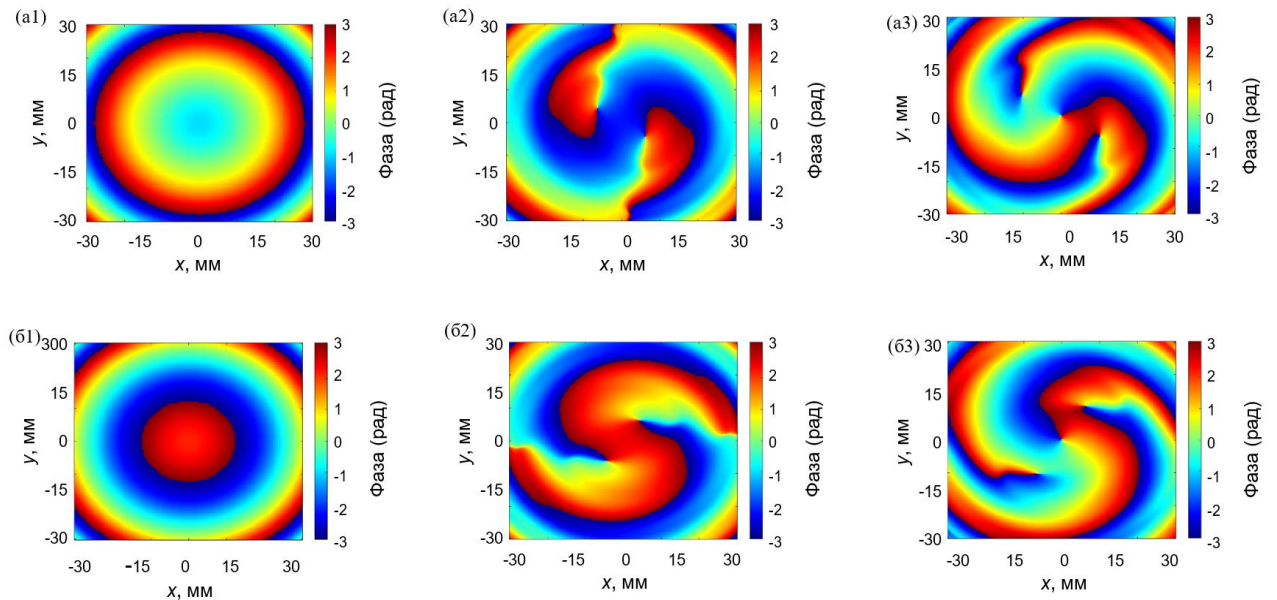


Рис. 2.26. Розрахункові поперечні розподіли фази поля для  $E_x$  (a1 – a3) та  $E_y$  (б1 – б3) компонент лазерних пучків, що збуджуються модою  $TM_{01}$ , в зоні Френеля для різних значень топологічного заряду. Перший, другий і третій стовпці позначають  $n = 0$ ,  $n = 1$  і  $n = 2$  відповідно

На Рис 2.27 та Рис. 2.28 показані розподіли поперечних інтенсивності та фази поля пучка в дальній зоні. Як видно з Рис. 2.27 розподіли інтенсивностей поля в дальній зоні збігаються з такими ж розподілами у зоні Френеля, але в дальній зоні вони розширюються. Однак хвильовий фронт пучка в дальній зоні виглядає інакше. При  $n = 1$  для поперечних компонент пучка утворюється максимум в центрі з двома витками на периферії розподілу, а при  $n = 2$  присутній чіткий виток в центрі розподілу (Рис. 2.28).

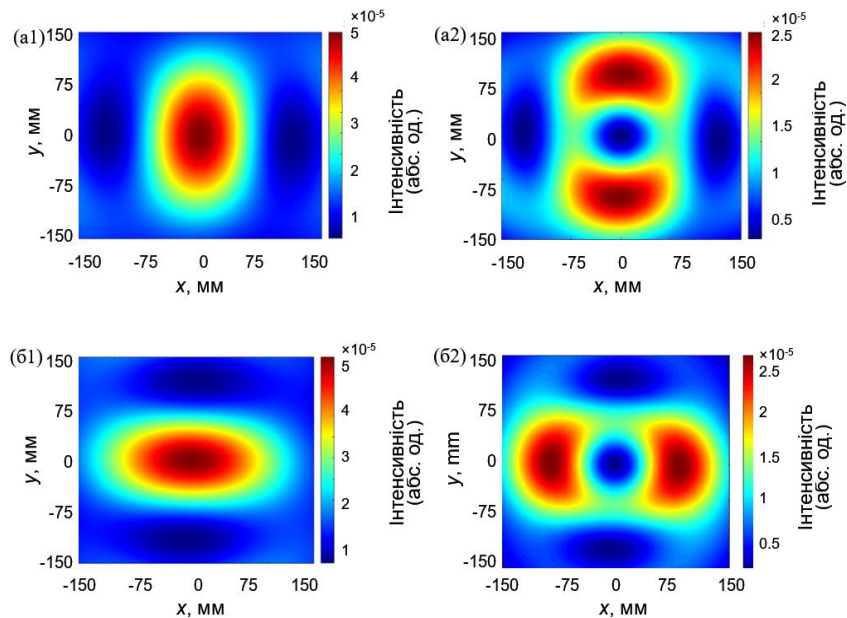


Рис. 2.27. Розрахункові поперечні розподіли інтенсивностей поля  $E_x$  (a1 – a2) та  $E_y$  (б1 – б2) компонентів лазерних пучків, що збуджуються модою  $TM_{01}$ , в дальній зоні для різних значень топологічного заряду. Перший та другий стовпці позначають  $n = 1$  і  $n = 2$  відповідно

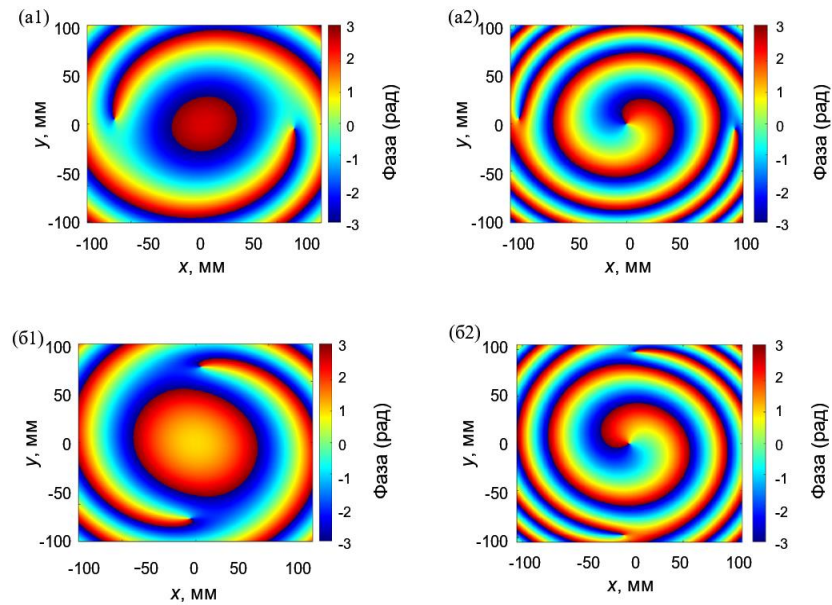


Рис. 2.28. Розрахункові поперечні розподіли фази поля для  $E_x$  (a1 – a2) та  $E_y$  (б1 – б2) компонент лазерних пучків, що збуджуються модою  $TM_{01}$ , в дальній зоні для різних значень топологічного заряду. Перший та другий стовпці позначають  $n = 1$  і  $n = 2$  відповідно

На Рис. 2.29 показані розподіли сумарних інтенсивностей поля для лазерного пучка, утвореного цією модою в дальній зоні. Як видно з графіків, характер розподілу співпадає, з аналогічними розподілами в зоні Френеля.

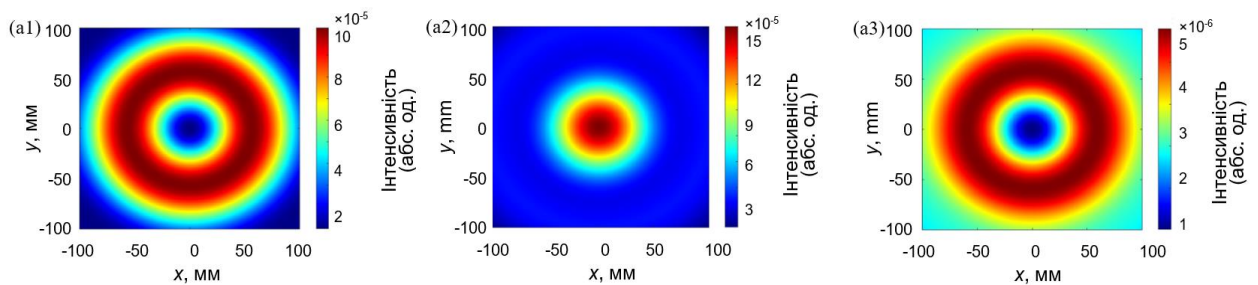


Рис. 2.29. Розрахункові поперечні розподіли сумарної інтенсивності поля моди  $TM_{01}$ , в дальній зоні. Перший, другий та третій стовпці позначають  $n = 0, 1$  і  $2$  відповідно

Розподіли інтенсивності та фази  $E_x$  та  $E_y$  компонент поля в зоні Френеля та дальній зоні лазерного пучка, утвореного модою  $TM_{01}$  залишаються однаковою з розподілами даних компонент в випадку діелектричного резонатора.

## Висновки до розділу 2

1. Вперше отримано аналітичні вирази для непараксіальної дифракції мод діелектричного резонатора терагерцового лазера при їх взаємодії зі спіральною фазовою пластиною для різних топологічних зарядів ( $n = 0, 1$  і  $2$ ).

Показано, що в зоні Френеля спіральна фазова пластина для лазерних пучків, збуджених модою  $EH_{11}$ , формує структуру поля із максимумом інтенсивності в центрі ( $n = 0$ ) в кільцеву ( $n = 1, 2$ ). Тим часом кільцеподібна структура ( $n = 0$ ) для лазерних пучків, утворених азимутально поляризованою  $TE_{01}$  модою та радіально поляризованою  $TM_{01}$  модою, їх початковий кільцевий профіль ( $n = 0$ ) перетворюється в профіль із максимумом інтенсивності в центрі ( $n = 1$ ), а надалі знову в кільцевий ( $n = 2$ ). За таких умов хвильовий фронт лазерного пучка, збудженого  $EH_{11}$  модою, перетворюється зі сферичного в спіральний з однією ( $n = 1$ ) та двома ( $n = 2$ ) точками сингулярності на осі, тоді як для фазової структури лазерних пучків, утворених  $TE_{01}$  та  $TM_{01}$  модами, з'являється область з двома та трьома точками фазової сингулярності поза віссю, відповідно

2. Вперше отримано аналітичні вирази для опису непараксіальної дифракції мод металевого резонатора терагерцового лазера під час їх взаємодії зі спіральною фазовою пластиною з різними топологічними зарядами ( $n$ ). Показана визначальна роль  $E_y$  компоненти лазерного пучка, збудженого лінійно поляризованою вздовж осі  $u$  модою  $TE_{11}$  та рівнозначний внесок поперечних компонент поля для пучків, сформованих азимутально поляризованою модою  $TE_{01}$  у формуванні сумарного поля у поперечному перерізі пучка.



У вільному просторі спіральна фазова пластина для лазерних пучків, збуджених модою  $TE_{11}$  з профілю з максимумом інтенсивності в центрі ( $n = 0$ ) утворює асиметричне кільце з двома максимумами ( $n = 1, 2$ ). Для лазерних пучків, сформованих азимутально поляризованою  $TE_{01}$  модою та радіально поляризованою  $TM_{01}$  модою, початкова поперечна кільцева ( $n = 0$ ) структура інтенсивності поля трансформується в структуру з максимальною інтенсивністю випромінювання в центрі ( $n = 1$ ), а потім знову в кільцеву ( $n = 2$ ).

Фазовий фронт для компоненти  $E_y$  лазерних пучків, утворених  $TE_{11}$  модою, змінюється зі сферичного на спіральний з однією ( $n = 1$ ) та двома ( $n = 2$ ) точками сингулярності. В той же час для хвильового фронту  $E_x$  компоненти лазерного пучка спостерігається утворення трьох ( $n = 1$ ) та чотирьох ( $n = 2$ ) гвинтових витків зі збільшенням величини топологічного заряду. І навпаки, у фазовому профілі поперечних компонент лазерних пучків, сформованих азимутально поляризованою  $TE_{01}$  та  $TM_{01}$  модами, спостерігається область з двома та трьома позаосьовими точками сингулярності фази, відповідно.

3. Розподіли фази для поперечних компонент лазерних пучків, збуджених модами діелектричного та металевого резонаторів з однорідною поляризацією, мають чітко сформовану вихрову структуру, як в зоні Френеля, так і в дальній зоні. Однак, для лазерних пучків, збуджених модами з неоднорідною поляризацією, розподіли фази набувають стійкої структури тільки в дальній зоні.

### РОЗДІЛ 3

## ФОКУСУВАННЯ ВИХРОВИХ ТЕРАГЕРЦОВИХ ЛАЗЕРНИХ ПУЧКІВ, СФОРМОВАНИХ МОДАМИ ХВИЛЕВІДНИХ РЕЗОНАТОРІВ

Сфокусовані вихрові пучки зі спіральним розподілом фаз хвильового фронту виявляють особливості, які відсутні в звичайних гаусових пучках. Ці властивості вихрових пучків можуть бути застосовані в широкому діапазоні галузей, включаючи обробку інформації [126], ТГц зображення [127] та зондування [128]. Крім того, коли сфокусований вихровий промінь із заданою фокальною площиною діє на частинку, орбітальний кутовий момент, що переноситься променем, може бути переданий частинці. Цей процес забезпечує високий ступінь гнучкості для маніпулювання обертанням і рухом цієї частинки [129].

Дослідження властивостей сильно сфокусованих вихрових пучків привернули увагу багатьох вчених останнім часом, оскільки вони дозволяють не тільки отримувати фокусну пляму, яка не розходиться на певній відстані, але й змінювати когерентність падаючого світла [130]. Показано, що розподіл інтенсивності поблизу фокусу, а також відповідний орбітальний момент залежать не тільки від числової апертури та початкового кута поляризації, але й від топологічного заряду вихрового пучка [131]. Крім того, гостре фокусування лінійно, радіально та азимутально поляризованого світла демонструє низку нетривіальних ефектів, таких як ефект Холла та інші [132 – 136]. Проте всі ці дослідження проводилися в оптичному діапазоні.

Відомо лише декілька робіт, які вивчають фокусування вихрових пучків у терагерцовому діапазоні. У [137] була розроблена серія спінтронних терагерцових випромінювачів зі спіральною зонною пластиною Френеля для прямої генерації сфокусованих терагерцових вихрових пучків з різними топологічними зарядами. Автори [138] запропонували метаповерхню, яка може

бути використана для фокусування падаючих хвиль із довільними поляризаційними станами у вихровий пучок, що несе той самий топологічний заряд.

У даному розділі вперше отримано аналітичні вирази для опису компонент полів випромінювання, утворених модами хвилевідного діелектричного та металевого резонаторів терагерцового лазера у фокальній області лінзи. Для вивчення фокусування вихрових лазерних пучків, збуджуваних модами хвилевідних діелектричного та металевого квазіоптичних резонаторів при їх взаємодії зі спіральною фазовою пластинкою на певній відстані від лінзи були застосовані дифракційні інтегральні перетворення Релея-Зоммерфельда. Шляхом чисельного моделювання вивчені фізичні особливості отриманих вихрових пучків.

Матеріали цього розділу опубліковані в наступних працях автора [139 – 140].

### **3.1 Фокусування терагерцових вихрових лазерних пучків, сформованих модами діелектричного резонатора**

#### **3.1.1 Теоретичні співвідношення**

Поширення лазерного випромінювання у вільному просторі вздовж осі Oz описується відомими інтегралами Релея–Зоммерфельда. Застосуємо наступні вирази для компонент поля в циліндричній системі координат у різних зонах дифракції [115 – 117]:

$$\begin{aligned}
 E_x(\rho_1, \beta, z_1) &= \frac{iz_1}{\lambda r_1^2} \exp(ikr_1) \int_0^\infty \int_0^{2\pi} E_x^0(\rho_0, \phi) \exp\left(ik \frac{\rho_0^2}{r_1}\right) \exp\left(ik \frac{\rho_1 \rho_0 \cos(\phi - \beta)}{r_1}\right) \rho_0 d\rho_0 d\phi \\
 E_y(\rho_1, \beta, z_1) &= \frac{iz_1}{\lambda r_1^2} \exp(ikr_1) \int_0^\infty \int_0^{2\pi} E_y^0(\vec{r}_0) \exp\left(ik \frac{\rho_0^2}{2r_1}\right) \exp\left(ik \frac{\rho_1 \rho_0 \cos(\phi - \beta)}{r_1}\right) \rho_0 d\rho_0 d\phi
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

$$E_z(\rho_1, \beta, z_1) = \frac{i}{\lambda r_1^2} \exp(ikr_1) \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} E_x^0(\vec{r}_0) (\rho_1 \cos \beta - \rho_0 \cos \phi) + E_y^0(\rho_1 \sin \beta - \rho_0 \sin \phi) \times \\ \times \exp\left(ik \frac{\rho_0^2}{2r_1}\right) \exp\left(-ik \frac{\rho_1 \rho_0 \cos(\phi - \beta)}{r_1}\right) \rho_0 d\rho_0 d\phi.$$

де  $k = 2\pi/\lambda$  – хвильове число,  $\lambda$  – довжина хвилі,  $(\rho_0, \phi)$  – полярні координати в області заданого вхідного поля,  $E_x^0(\rho_0, \phi)$  та  $E_y^0(\rho_0, \phi)$  – комплексні амплітуди  $x$  та  $y$  компонент вхідного електричного поля, відповідно.

Моди досліджуваного діелектричного резонатора збігаються з модами порожнистого круглого діелектричного хвилеводу. Тому у вихідній площині визначимо випромінювання у вигляді симетричних лінійно, азимутально та радіально поляризованих мод  $EH_{11}$ ,  $TE_{01}$  та  $TM_{01}$  відповідно. Вирази для декартових компонент електромагнітних полів цих мод у площині джерела  $z = 0$  мають такий вигляд:

$$EH_{11} \text{ мода: } \begin{cases} E_x^0(\rho_0, \phi) = 0 \\ E_y^0(\rho_0, \phi) = A_{11} J_0\left(U_{11} \frac{\rho_0}{a}\right) \end{cases} \quad (3.2)$$

$$TE_{01} \text{ мода: } \begin{cases} E_x^0(\rho_0, \phi) = -B_{01} J_1\left(U_{01} \frac{\rho_0}{a}\right) \sin \phi \\ E_y^0(\rho_0, \phi) = B_{01} J_1\left(U_{01} \frac{\rho_0}{a}\right) \cos \phi \end{cases} \quad (3.3)$$

$$TM_{01} \text{ мода } \begin{cases} E_x^0(\rho_0, \phi) = A_{01} J_1\left(U_{01} \frac{\rho_0}{a}\right) \cos(\phi), \\ E_y^0(\rho_0, \phi) = A_{01} J_1\left(U_{01} \frac{\rho_0}{a}\right) \sin(\phi), \end{cases} \quad (3.4)$$

де  $a$  – радіус хвилеводу,  $J_0$  та  $J_1$  – функції Бесселя першого роду,  $U_{11}$  та  $U_{01}$  – перші корені рівнянь  $J_0(x)=0$  та  $J_1(x)=0$ , відповідно,  $A_{11} = \frac{1}{a\sqrt{\pi} J_1(U_{11})}$ ,

$B_{01} = \frac{1}{a\sqrt{\pi}J_2(U_{01})}$  та  $A_{01} = \frac{1}{a\sqrt{\pi}J_1(U_{01})}$  – нормувальні коефіцієнти для мод  $EH_{11}$ ,

$TE_{01}$  та  $TM_{01}$  відповідно.

Розглянемо взаємодію цих мод зі спіральною фазовою пластиною (СПФ) з довільним топологічним зарядом ( $n$ ). Розмістимо на виході хвильоводу СФП з апертурою такого ж радіуса  $a$  (рис. 3.1). Комплексна функція пропускання цієї СФП у полярних координатах має вигляд :

$$T_n(\rho_0, \phi) = \text{circ}\left(\frac{\rho_0}{a}\right) \exp(in\phi) = \begin{cases} \exp(in\phi), & \rho_0 \leq a, \\ 0, & \rho_0 > a, \end{cases} \quad (3.5)$$

де  $\text{circ}\left(\frac{\rho_0}{a}\right)$  – кругова функція.

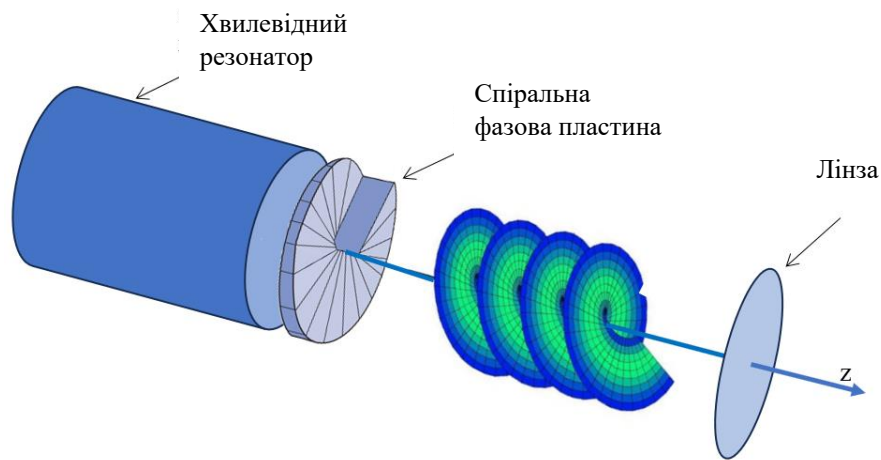


Рис. 3.1. Схема розрахункової моделі фокусування лазерного пучка

Для спрощення розрахунків інтегрування за кутом  $\phi$  у (3.1) можна виконати, використовуючи відомі співвідношення для цілого числа  $m > 0$ :

$$\int_0^{2\pi} \cos(m\phi + \phi_0) \exp[-ix \cos(\phi - \theta)] d\phi = 2\pi(-i)^m J_m(x) \cos(m\phi + \phi_0),$$

$$\int_0^{2\pi} \sin(m\phi + \phi_0) \exp[-ix \cos(\phi - \theta)] d\phi = 2\pi(-i)^m J_m(x) \sin(m\phi + \phi_0).$$

Звідси ми можемо отримати таке співвідношення:

$$\int_0^{2\pi} e^{-ix \cos(\phi-\beta)} e^{in\phi} d\phi = 2\pi e^{in\beta} (-i)^n J_n(x). \quad (3.6)$$

Використовуючи формули Ейлера та враховуючи рівняння (3.6) отримуємо такі вирази:

$$\int_0^{2\pi} e^{-ix \cos(\phi-\beta)} e^{in\phi} \sin \phi d\phi = -\pi e^{in\beta} (-i)^n \left[ e^{i\beta} J_{n+1}(x) + e^{-i\beta} J_{n-1}(x) \right], \quad (3.7.1)$$

$$\int_0^{2\pi} e^{-ix \cos(\phi-\beta)} e^{in\phi} \cos \phi d\phi = \pi e^{in\beta} (-i)^{n+1} \left[ e^{i\beta} J_{n+1}(x) - e^{-i\beta} J_{n-1}(x) \right]. \quad (3.7.2)$$

Підставляючи вираз комплексної функції пропускання СФП (3.5) у (3.1) та використовуючи формули (3.6) і (3.7.1), отримуємо вирази для компонент поля, які описують непараксіальну дифракцію моди  $EH_{11}$  на СФП з топологічним зарядом  $n$  у вільному просторі на відстані  $z_1$  від кінця хвилеводу:

$$\begin{aligned} E_x(\rho_1, \beta, z_1) &= 0, \\ E_y(\rho_1, \beta, z_1) &= \frac{(-i)^{n+1} k z_1}{r_1^2} \exp[i(n\beta + k r_1)] A_{11} G_{10n}(\rho_1, z_1), \\ E_z(\rho_1, \beta, z_1) &= \frac{(-i)^{n+1} k z_1}{2r_1^2} \exp[i(n\beta + k r_1)] \times \\ &\times A_{11} \left\{ 2\rho_1 \sin \beta G_{10n}(\rho_1, z_1) + \exp(i\beta) H_{10n+1}(\rho_1, z_1) + \exp(-i\beta) H_{10n-1}(\rho_1, z_1) \right\}, \end{aligned} \quad (3.8)$$

де введено такі позначення:

$$\begin{aligned} G_{10n}(\rho_1, z_1) &= \int_0^a J_0\left(U_{11} \frac{r_1}{a}\right) \exp\left(ik \frac{\rho_0^2}{2r_1}\right) J_n\left(\frac{k\rho_1\rho_0}{r_1}\right) \rho_0 d\rho_0, \\ H_{10n}(\rho_1, z_1) &= \int_0^a J_0\left(U_{11} \frac{r_1}{a}\right) \exp\left(ik \frac{\rho_0^2}{2r_1}\right) J_n\left(\frac{k\rho_1\rho_0}{r_1}\right) \rho_0 d\rho_0. \end{aligned}$$

Також, використовуючи формули (3.7.1) і (3.7.2), отримуємо такі вирази для компонент поля, які описують непараксіальну дифракцію моди  $TE_{01}$  на СФП:

$$\begin{aligned}
E_x(\rho_1, \beta, z_1) &= \frac{(-i)^{n+1} k z_1}{r_1^2} \exp[i(n\beta + k r_1)] \times \\
&\times B_{01} \left[ \exp(i\beta) G_{2_{1n+1}}(\rho_1, z_1) + \exp(-i\beta) G_{2_{1n-1}}(\rho_1, z_1) \right], \\
E_y(\rho_1, \beta, z_1) &= \frac{(-i)^{n+2} k z_1}{2r_1^2} \exp[i(n\beta + k r_1)] \times \\
&\times B_{01} \left[ \exp(i\beta) G_{2_{1n+1}}(\rho_1, z_1) - \exp(-i\beta) G_{2_{1n-1}}(\rho_1, z_1) \right], \\
E_z(\rho_1, \beta, z_1) &= \frac{(-i)^{n+1} k \rho_1}{2r_1^2} \exp[i(n\beta + k r_1)] \times \\
&\times B_{01} \left[ G_{2_{1n+1}}(\rho_1, z_1) + G_{2_{1n-1}}(\rho_1, z_1) \right],
\end{aligned} \tag{3.9}$$

де введено такі позначення:

$$G_{2_{1n}}(\rho_1, z_1) = \int_0^a J_1 \left( U_{01} \frac{r_1}{a} \right) \exp \left( ik \frac{\rho_0^2}{2r_1} \right) J_n \left( \frac{k \rho_1 \rho_0}{r_1} \right) \rho_0 d\rho_0.$$

Також, використовуючи формули (3.7.1) і (3.7.2), отримуємо такі вирази для компонент поля, які описують непараксіальну дифракцію моди  $TM_{01}$  на СФП:

$$\begin{aligned}
E_x(\rho_1, \beta, z_1) &= -\frac{(-i)^n k z_1}{2r_1^2} e^{i(n\beta + k r_1)} B_{01} \left[ e^{i\beta} I_{1_{1n+1}}(\rho_1, z_1) - e^{-i\beta} I_{1_{1n-1}}(\rho_1, z_1) \right], \\
E_y(\rho_1, \beta, z_1) &= \frac{(-i)^n k z_1}{2r_1^2} e^{i(n\beta + k r_1)} B_{01} \left[ e^{i\beta} I_{1_{1n+1}}(\rho_1, z_1) + e^{-i\beta} I_{1_{1n-1}}(\rho_1, z_1) \right], \\
E_z(\rho_1, \beta, z_1) &= \frac{(-i)^{n+1} k}{2r_1^2} e^{i(n\beta + k r_1)} B_{01} \left\{ 2I_{2_{1n}}(\rho_1, z_1) + i \rho_1 [I_{1_{1n+1}}(\rho_1, z_1) - I_{1_{1n-1}}(\rho_1, z_1)] \right\}
\end{aligned} \tag{3.10}$$

де введені такі позначення

$$\begin{aligned}
I_{1_{1n}}(\rho_1, z_1) &= \int_0^a J_1 \left( U_{01} \frac{\rho_0}{a} \right) J_n \left( \frac{k \rho_1 \rho_0}{r_1} \right) \exp \left( ik \frac{\rho_0^2}{2r_1} \right) \rho_0 d\rho_0, \\
I_{2_{1n}}(\rho_1, z_1) &= \int_0^a J_1 \left( U_{01} \frac{\rho_0}{a} \right) J_n \left( \frac{k \rho_1 \rho_0}{r_1} \right) \exp \left( ik \frac{\rho_0^2}{2r_1} \right) \rho_0^2 d\rho_0.
\end{aligned}$$

Опишемо поле на вході та виході лінзи за допомогою функції фазової корекції  $U(\rho_1) = \exp\left(\frac{-i\pi\rho_1^2}{\lambda F}\right)$ , де  $F$  – фокусна відстань лінзи. Знову застосовуючи інтегральні перетворення Релея–Зоммерфельда (3.1) до компонент вектора напруженості електричного поля (3.8), (3.9) і (3.10), знайдених після фазової корекції, отримуємо аналітичні вирази для поперечних та поздовжньої компонент поля досліджуваних мод у фокальній області лінзи.

Компоненти поля лінійно поляризованої моди  $EH_{11}$  на відстані  $z_2$  від лінзи мають вигляд:

$$\begin{aligned}
 E_x(\rho_2, \theta, z_2) &= 0 \\
 E_y(\rho_2, \theta, z_2) &= \frac{(-i)^{2n} k^2 z_1 z_2}{r_2^2} \exp[i(n\theta + kr_2)] A_{11} \times \\
 &\times \int_0^{a_1} \frac{G_{10n}(\rho_1, z_1)}{r_1^2} \exp\left[ik\left(r_1 + \frac{\rho_1^2}{2r_2}\right)\right] J_n(x) U(\rho_1) \rho_1 d\rho_1, \\
 E_z(\rho_2, \theta, z_2) &= \frac{(-i)^{2n} k^2 z_1}{r_2^2} \exp[i(n\theta + kr_2)] A_{11} \times \\
 &\times \int_0^{a_1} \frac{G_{10n}(\rho_1, z_1)}{r_1^2} \exp(ikr_1) \times \left\{ \begin{aligned} &\rho_2 \sin\theta J_n(x) + \\ &+ \frac{\rho_1}{2} \left[ \exp(i\theta) J_{n+1}(x) + \right. \\ &\left. + \exp(-i\theta) J_{n-1}(x) \right] \end{aligned} \right\} \times \\
 &\times \exp\left(ik \frac{\rho_1^2}{2r_2}\right) U(\rho_1) \rho_1 d\rho_1,
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

де  $(\rho_2, \theta, z_2)$  циліндричні координати у фокальній області лінзи,  $r_2 = \sqrt{\rho_2^2 + z_2^2}$  та  $x = \frac{k\rho_1\rho_2}{r_2}$ .

Компоненти поля для азимутально поляризованої моди  $TE_{01}$  на відстані  $z_2$  від лінзи мають вигляд:



$$\begin{aligned}
E_x(\rho_2, \theta, z_2) &= \frac{(-i)^{2n+3} k^2 z_1 z_2 \exp[i(n\theta + kr_2)]}{2r_2^2} B_{01} \times \\
&\times \int_0^{a_1} \left[ \exp(i\theta) G_{2_{1n+1}}(\rho_1, z_1) J_{n+1}(x) - \right. \\
&\quad \left. - \exp(-i\theta) G_{2_{1n-1}}(\rho_1, z_1) J_{n-1}(x) \right] \times \frac{\exp\left[ ik \left( r_1 + \frac{\rho_1^2}{2r_2} \right) \right]}{r_1^2} U(\rho_1) \rho_1 d\rho_1, \\
E_y(\rho_2, \theta, z_2) &= \frac{(-i)^{2n} k^2 z_1 z_2 \exp[i(n\theta + kr_2)]}{2r_2^2} B_{01} \times \\
&\times \int_0^{a_1} \left[ \exp(i\theta) G_{2_{1n+1}}(\rho_1, z_1) J_{n+1}(x) + \right. \\
&\quad \left. + \exp(-i\theta) G_{2_{1n-1}}(\rho_1, z_1) J_{n-1}(x) \right] \times \\
&\quad \times \frac{\exp\left[ ik \left( r_1 + \frac{\rho_1^2}{2r_2} \right) \right]}{r_1^2} U(\rho_1) \rho_1 d\rho_1, \\
E_z(\rho_2, \theta, z_2) &= \frac{(-i)^n k^2 z_1 \exp[i(n\theta + kr_2)]}{2r_2^2} B_{01} \times \\
&\times \int_0^{a_1} \left\{ \rho_2 \exp(-i\beta) \left[ G_{2_{1n+1}}(\rho_1, z_1) \exp(i\theta) (-i)^{n+1} J_{n+1}(x) + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + G_{2_{1n-1}}(\rho_1, z_1) \exp(-i\theta) (-i)^{n-1} J_{n-1}(x) \right] + \right. \\
&\quad \left. + \rho_1 \left[ G_{2_{1n+1}}(\rho_1, z_1) (-i)^{n+2} J_n(x) + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + G_{2_{1n-1}}(\rho_1, z_1) \exp(-2i\theta) (-i)^n J_{n-2}(x) \right] \right\} \times \\
&\quad \times \frac{\exp\left[ ik \left( r_1 + \frac{\rho_1^2}{2r_2} \right) \right]}{r_1^2} U(\rho_1) \rho_1 d\rho_1,
\end{aligned} \tag{3.12}$$

Компоненти поля для азимутально поляризованої моди  $TM_{01}$  на відстані  $z_2$  від лінзи мають вигляд:

$$\begin{aligned}
E_x(\rho_2, \theta, z_2) &= \frac{(-i)^{2n} k^2 z_1 z_2 \exp[i(n\theta + kr_2)] B_{01}}{2r_2^2} \times \\
&\times \int_0^{a_1} \left[ \exp(i\theta) I_{1n+1}(\rho_1, z_1) J_{n+1}(x) + \exp(-i\theta) I_{1n-1}(\rho_1, z_1) J_{n-1}(x) \right] \times \\
&\times \frac{\exp\left[ik\left(r_1 + \frac{\rho_1^2}{2r_2}\right)\right]}{r_1^2} U(\rho_1) \rho_1 d\rho_1, \\
E_y(\rho_2, \theta, z_2) &= \frac{(-i)^{2n+1} k^2 z_1 z_2 \exp[i(n\theta + kr_2)] B_{01}}{2r_2^2} \times \\
&\times \int_0^{a_1} \left[ \exp(i\theta) I_{1n+1}(\rho_1, z_1) J_{n+1}(x) - \exp(-i\theta) I_{1n-1}(\rho_1, z_1) J_{n-1}(x) \right] \times \\
&\times \frac{\exp\left[ik\left(r_1 + \frac{\rho_1^2}{2r_2}\right)\right]}{r_1^2} U(\rho_1) \rho_1 d\rho_1, \\
E_z(\rho_2, \theta, z_2) &= \frac{(-i)^{2n+1} k^2 z_1 \exp[i(n\theta + kr_2)] B_{01}}{2r_2^2} \\
&\times \int_0^{a_1} \left\{ \rho_1 J_n(x) [I_{1n-1}(\rho_1, z_1) - I_{1n+1}(\rho_1, z_1)] - i\rho_2 [J_{n+1}(x) I_{1n-1}(\rho_1, z_1) + \right. \\
&\left. + J_{n-1}(x) I_{1n-1}(\rho_1, z_1)] \right\} \frac{\exp\left[ik\left(r_1 + \frac{\rho_1^2}{2r_2}\right)\right]}{r_1^2} U(\rho_1) \rho_1 d\rho_1,
\end{aligned} \tag{3.13}$$

### 3.1.2 Результати розрахунків та їх аналіз

Отримані вирази (3.11), (3.12) та (3.13) було використано для проведення розрахунків сумарних поздовжніх розподілів інтенсивності поля ( $I = |E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2$ ), а також поперечних розподілів інтенсивності окремих компонент ( $I = |E_i|^2, i = x, y, z$ ) та фази ( $\varphi = \arctg(\text{Im}(E_i) / \text{Re}(E_i))$ ) поля лазерних пучків випромінювання, утворених модами діелектричного хвилевідного резонатора терагерцового лазера під час їх взаємодії з СФП при гострому та помірному фокусуванні у вільному просторі. Розрахунки проводились для осесиметричної лінійно поляризованої моди  $EH_{11}$ , азимутально поляризованої моди  $TE_{01}$  та радіально поляризованої моди  $TM_{01}$ . Поперечні розподіли інтенсивності та фази для поздовжньої компоненти поля пучків, утворених  $EH_{11}$  та  $TE_{01}$  модами, не наведено через їх незначний вплив на сумарну інтенсивність випромінювання [141]. Довжина хвилі випромінювання була обрана в середній частині терагерцового діапазону  $\lambda = 0,4326$  мм (лінія генерації лазера з оптичним накачуванням на молекулі  $\text{HCOOH}$ ) [156]. Діаметр хвилеводу становить  $2a_1 = 35$  мм. На виході хвилеводу розташовувалася СФП з апертурою такого ж діаметру. При проведенні чисельних розрахунків топологічний заряд  $n$  СФП дорівнював 0, 1 і 2. Діаметр лінзи складав  $2a_2 = 50$  мм. Фокусну відстань лінзи  $F$  вибирали відповідно до умови гострого та помірного фокусувань [142]. Фокусна відстань  $F$  дорівнює 36,36 мм для гострого і 160 мм для помірного фокусувань. Така фокусна відстань була вибрана згідно з параметрів лінз, які встановлені на експериментальній установці кафедри квантової радіофізики ХНУ імені В. Н. Каразіна [156]. При цьому числова апертура  $NA$  ( $NA = \sin(\arctg(a_2/F))$ ) становить 0,57 і 0,16, відповідно. Для повного перехоплення пучка відстань між СФП та лінзами становила  $z_1 = 300$  мм.

На Рис. 3.2 наведено поперечні розподіли інтенсивності поля лазерного вихрового пучка, збудженого лінійно поляризованою модою  $EH_{11}$ , вздовж осі  $z$  при помірному фокусуванні ( $F = 160$  мм) для топологічних зарядів СФП  $n = 0, 1$  та  $2$ . Розрахунки діаметрів  $d$  в поперечній площині максимальної інтенсивності поля та довжин  $l_z$  фокальної області вздовж осі  $z$  для досліджуваних пучків проводили при зміні інтенсивності поля від максимальної до половини від максимуму. Для всіх значень топологічних зарядів площина максимальної інтенсивності розташована на однаковій відстані від лінзи  $z_2 = 174$  мм. В даному випадку початкова мода  $EH_{11}$  при  $n = 0$  фокусується в гаусоподібну пляму діаметром  $d = 4$  мм. Довжина фокусної області складає  $l_z = 60$  мм. Хвильовий пучок при  $n = 1$  фокусується в кільце діаметром  $d = 8$  мм. Довжина фокальної області становить  $l_z = 80$  мм. Лазерний пучок при  $n = 2$  фокусується в кільце діаметром  $d = 10$  мм. Довжина фокусної області має значення  $l_z = 100$  мм.

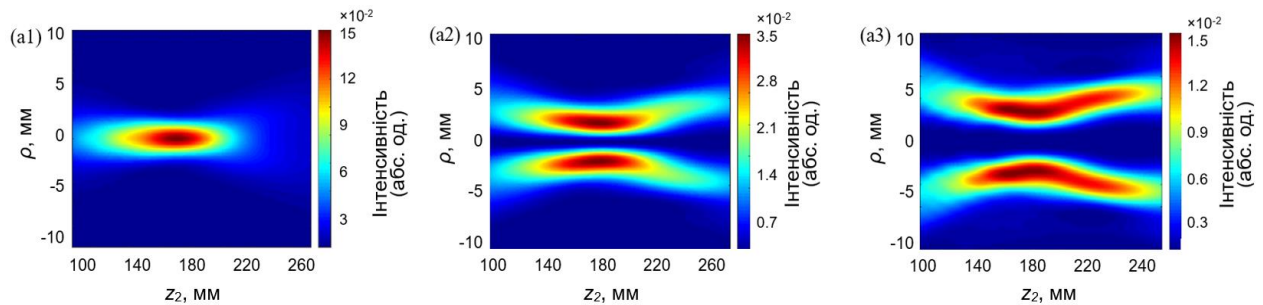


Рис. 3.2. Розраховані поперечні розподіли інтенсивності поля вихрових лазерних пучків, збуджених модою  $EH_{11}$ , у фокальній області лінзи при помірному фокусуванні для топологічних зарядів  $n = 0$  (а),  $1$  (б) і  $2$  (в)

З рис. 3.2 видно, що при топологічному заряді СФП  $n = 0$  досліджуваний пучок має максимальну інтенсивність випромінювання на осі. Зі збільшенням топологічного заряду фокальна пляма змінює форму на кільцеву та розширюється. При цьому довжина фокальної області збільшується.

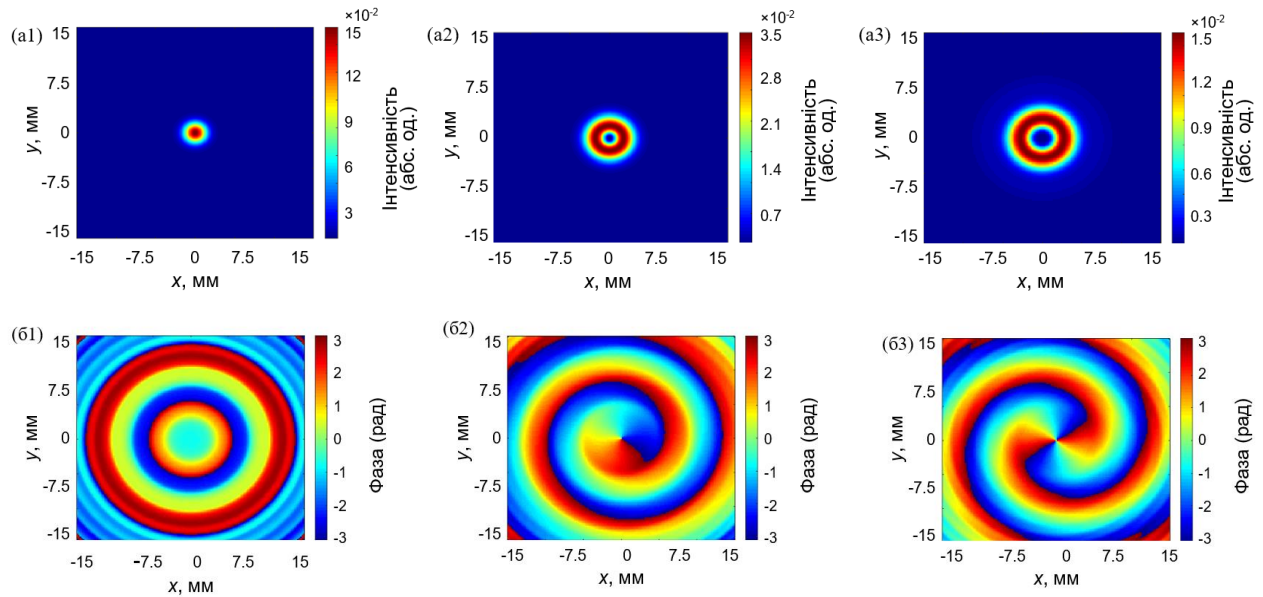


Рис. 3.3. Розраховані поперечні розподіли інтенсивності (a1 – a3) та фази (b1 – b3) компоненти поля  $E_y$  для вихрових лазерних пучків, збуджених модою  $EH_{11}$ , у фокальній області лінзи при помірному фокусуванні для топологічних зарядів  $n = 0$  (a1, b1), 1 (a2, b2) та 2 (a3, b3)

Розподіли інтенсивності та фази в поперечній площині максимальної інтенсивності поля для компоненти поля  $E_y$  у випадку топологічних зарядів  $n = 0, 1$  і  $2$  наведено на Рис. 3.3. З рисунка видно, що збільшення топологічного заряду призводить до зміни форми розподілу інтенсивності поля сфокусованого пучка з гаусоподібної на кільцеву. Слід відмітити, що хвильовий фронт лазерного пучка у фокальній області лінзи перетворюється зі сферичного на спіральний при збільшенні топологічного заряду. Вихровий пучок із зарядом  $n = 1$  має один гвинтовий виток, а вихровий пучок із зарядом  $n = 2$  має два гвинтові витки.

На Рис. 3.4 наведено розподіли інтенсивності поля лазерних вихрових пучків, збуджених лінійно поляризованою модою  $EH_{11}$ , вздовж осі  $z$  при гострому фокусуванні ( $F = 36,36$  мм) для топологічних зарядів СФП  $n = 0, 1$  та  $2$ . Зазначимо, що початкова мода  $EH_{11}$  при  $n = 0$  фокусується в пляму діаметром  $d = 0,51$  мм на відстані  $z_2 = 37,1$  мм від площини лінзи. Довжина фокусної ділянки

становить  $l_z = 3,3$  мм. Вихровий пучок при  $n = 1$  фокусується в кільце діаметром  $d = 1,21$  мм на відстані  $z_2 = 37,4$  мм. Довжина фокальної області дорівнює  $l_z = 4,2$  мм. Вихровий пучок при  $n = 2$  фокусується в кільце діаметром  $d = 1,57$  мм на відстані  $z_2 = 39,05$  мм. Довжина фокусної ділянки складає  $l_z = 5,8$  мм.

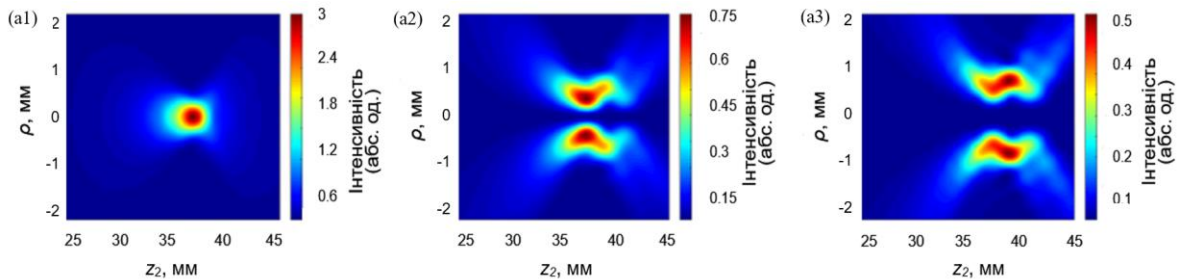


Рис. 3.4. Розраховані поздовжні розподіли інтенсивності поля вихрових лазерних пучків, збуджених модою  $EH_{11}$ , у фокальній області лінзи при гострому фокусуванні для топологічних зарядів  $n = 0$  (a1), 1 (a2) і 2 (a3)

З Рис. 3.4 видно, що при топологічному заряді СФП  $n = 0$  досліджуваний вихровий пучок має максимальну інтенсивність випромінювання на осі. Введення топологічного заряду  $n = 1$  призводить до мінімальної інтенсивності випромінювання на осі, а також до збільшення розміру фокальної плями. Збільшення топологічного заряду до  $n = 2$  суттєво збільшує розмір фокальної плями. Як і в випадку помірною фокусування, зі збільшенням топологічного заряду фокальна пляма змінює форму на кільцеву та розширюється.

Розподіл інтенсивності та фази поля в поперечному перерізі фокальної області лінзи для компоненти поля  $E_y$  у випадку топологічних зарядів  $n = 0, 1$  і 2 наведено на Рис. 3.5.

Ці розподіли побудовані в області максимальної інтенсивності поля. Як і в випадку помірною фокусування, збільшення топологічного заряду приводить до зміни форми розподілу інтенсивності поля сфокусованого пучка з гаусоподібної на кільцеву. З цього малюнка видно, що хвильовий фронт пучка у фокальній

області лінзи перетворюється зі сферичного на спіральний із збільшенням топологічного заряду. Вихровий пучок із зарядом  $n = 1$  має один гвинтовий виток, а вихровий пучок із зарядом  $n = 2$  має два гвинтових витки.

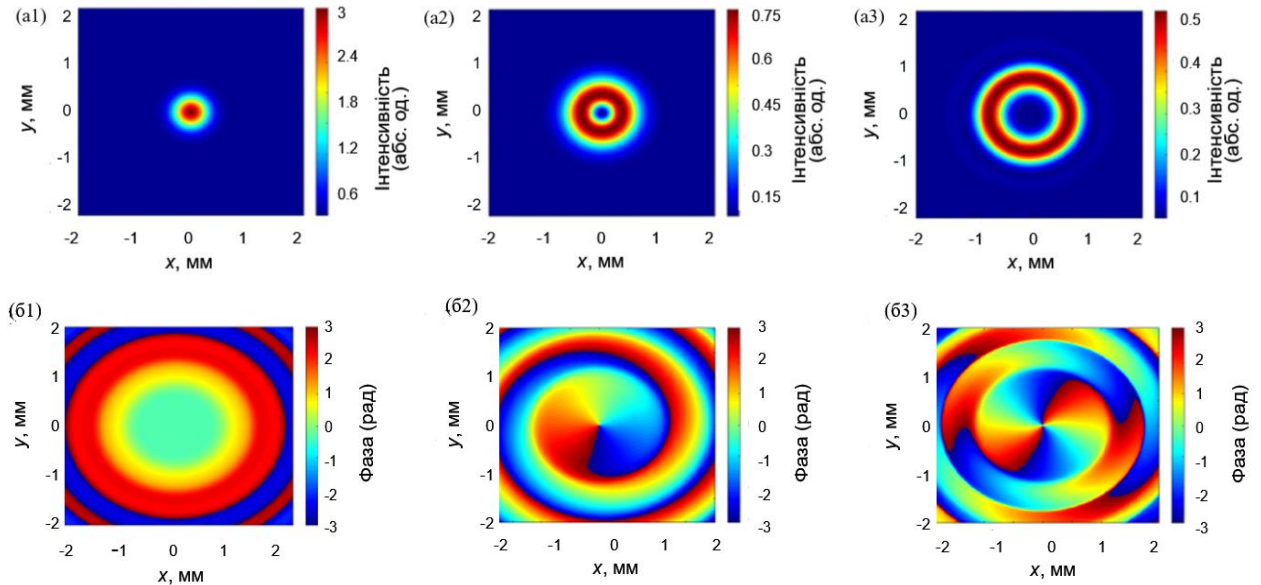


Рис. 3.5. Розраховані поперечні розподіли інтенсивності (a1 – a3) та фази (б1 – б3) компоненти поля  $E_y$  для вихрових лазерних пучків, збуджених модою  $EH_{11}$ , у фокальній області лінзи при гострому фокусуванні для топологічних зарядів  $n = 0$  (a1, б1), 1 (a2, б2) та 2 (a3, б3)

На Рис.3.6 представлені графіки залежності відносного внеску потужності  $\eta$  кожної компоненти поля лазерних пучків, збуджених  $EH_{11}$  модою, при різних значеннях топологічного заряду в випадку гострого фокусування. Ці залежності розраховані за формулою:

$$\eta(z_2) = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} |E_{x,y,z}(\rho_2, \theta, z_2)|^2 \rho_2 d\rho_2 d\theta}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \left[ |E_x(\rho_2, \theta, z_2)|^2 + |E_y(\rho_2, \theta, z_2)|^2 + |E_z(\rho_2, \theta, z_2)|^2 \right] \rho_2 d\rho_2 d\theta}. \quad (3.14)$$

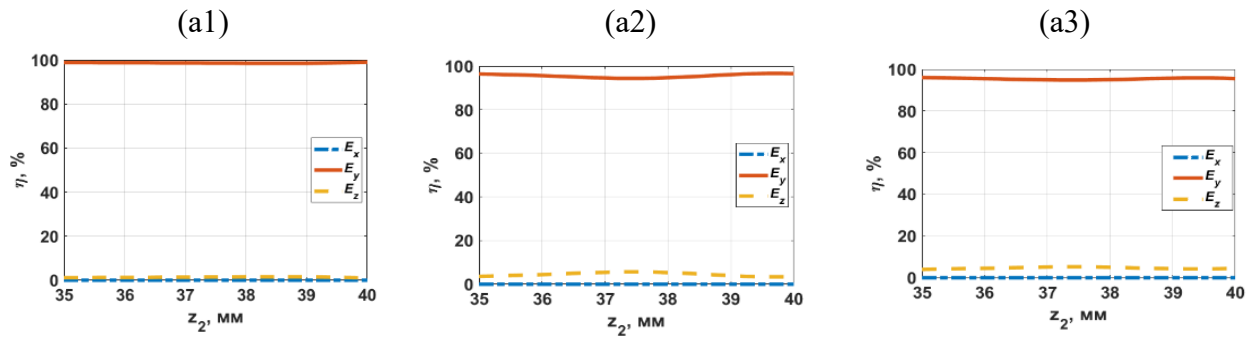


Рис. 3.6. Залежності відносного внеску потужності  $\eta$  компонент поля лазерних пучків, збуджених  $EH_{11}$  модою, в сумарну потужність у випадку гострого фокусування для топологічних зарядів  $n = 0$  (a1), 1 (a2) і 2 (a3)

Сумарна інтенсивність поля даних пучків визначається при відсутності фазової пластинки  $E_y$  компонентою та складає  $\sim 99\%$ . Проте внесок  $E_z$  компоненти в сумарну потужність поля незначний  $\sim 1\%$ , в той час коли внесок  $E_x$  компоненти нульовий. При збільшенні топологічного заряду ( $n = 1, 2$ ) внесок  $E_y$  компоненти в загальну потужність пучка зменшується до  $95\%$ , тоді як внесок  $E_z$  компоненти зростає до  $5\%$ .

Якщо порівнювати розподіли інтенсивності та фази лазерних вихрових пучків, збуджених модою  $EH_{11}$ , у разі гострого та помірною фокусувань, то можна помітити, що вони майже ідентичні по структурі поля. Однак, відмітимо, що в випадку помірною фокусування розміри фокальних плям значно більші, ніж в випадку гострого фокусування відповідних пучків.

Для випадків гострого та помірною фокусувань розглянемо особливості поздовжніх та поперечних розподілів інтенсивності й фази поля лазерного пучка, збудженого азимутально поляризованою модою  $TE_{01}$ , вздовж осі  $z$ . На Рис. 3.7 наведено повздовжні розподіли інтенсивності поля пучка у разі помірною фокусування для топологічних зарядів  $n = 0, 1$  та  $2$ . Для всіх значень топологічних зарядів площина максимальної інтенсивності розташована на однаковій відстані від лінзи  $z_2 = 172$  мм. Початкова мода  $TE_{01}$  ( $n = 0$ ) сфокусована



в кільце діаметром  $d = 8$  мм і довжиною фокальної області  $l_z = 60$  мм. Вихровий промінь з  $n = 1$  фокусується в пляму діаметром  $d = 3$  мм. Тут розширення фокальної області становить  $l_z = 30$  мм. Вихровий пучок при  $n = 2$  фокусується в кільце діаметром  $d = 8$  мм. Довжина фокальної області складає  $l_z = 80$  мм.

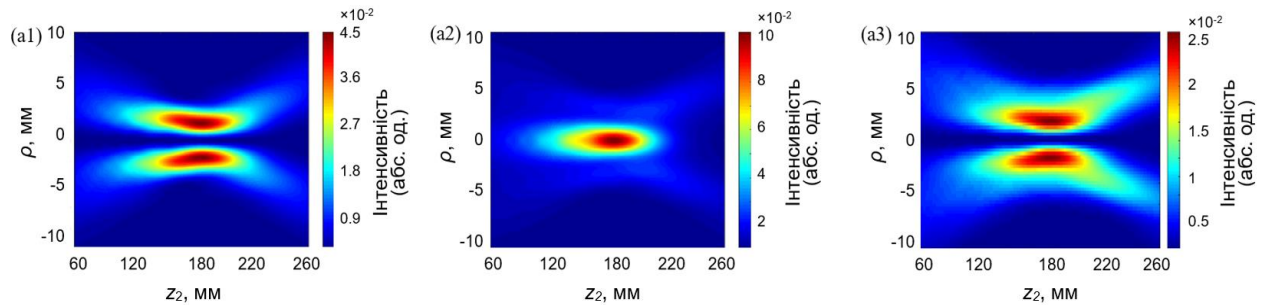


Рис. 3.7. Розраховані поздовжні розподіли інтенсивності поля вихрових лазерних пучків, збуджених модою  $TE_{01}$ , у фокальній області лінзи при помірному фокусуванні для топологічних зарядів  $n = 0$  (a1), 1 (a2) і 2 (a3)

З рис. 3.7 видно, що при топологічному заряді СФП  $n = 0$  досліджуваний пучок має утворює кільцеподібну форму. При значенні топологічного заряду  $n = 1$  профіль пучка перетворюється в гаусоподібний. Подальше збільшення топологічного заряду повертає профілю пучка початкову кільцеву форму.

З рис. 3.8 видно, що при помірному фокусуванні вихровий пучок із зарядом  $n = 1$  має два спіральних витка, а вихровий пучок із зарядом  $n = 2$  має три спіральних витка. Точки сингулярності фази знаходяться в мінімумі інтенсивності поля. Розподіли інтенсивності для  $E_x$  та  $E_y$  компонент поля мають антисиметричну форму.

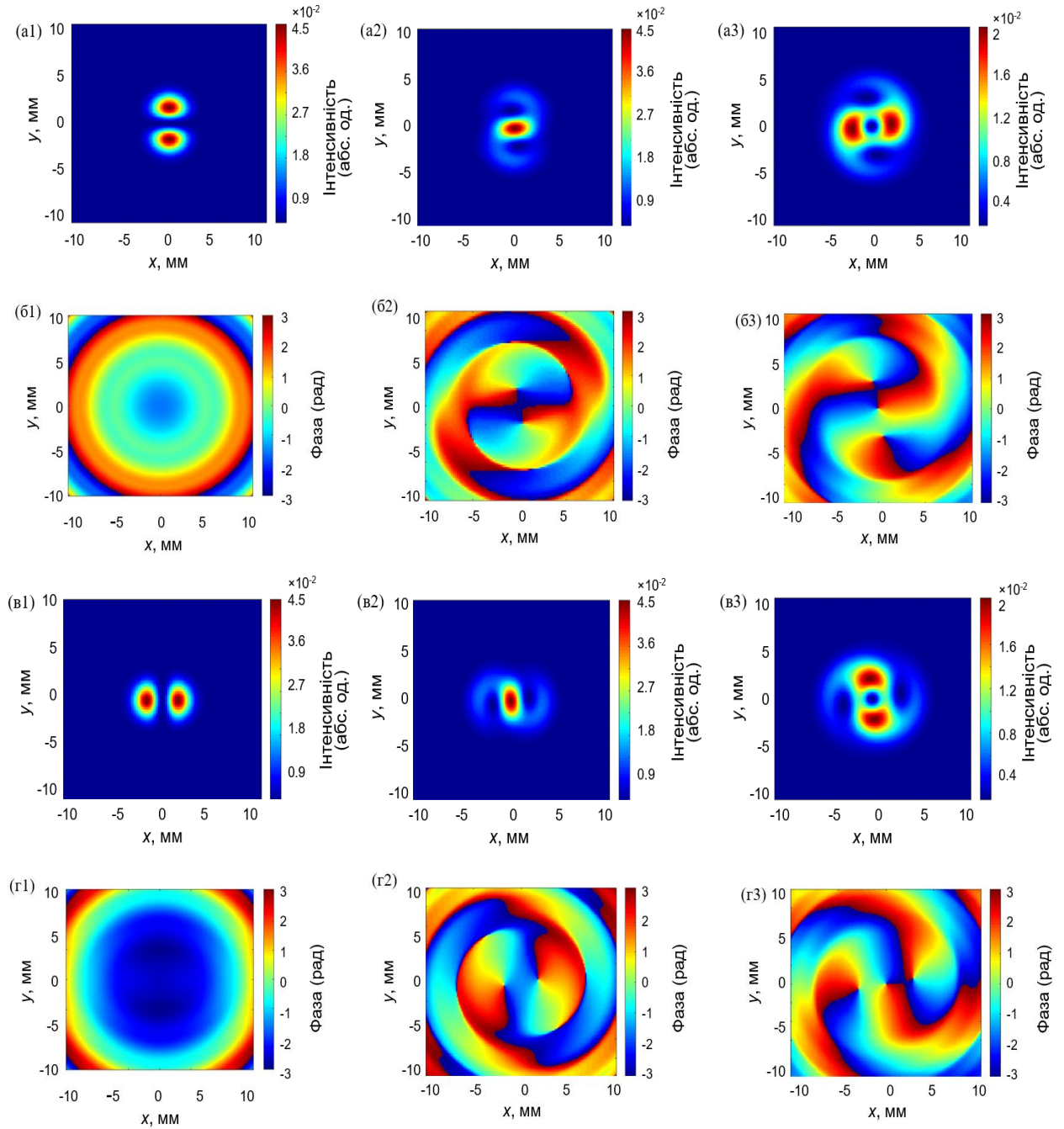


Рис. 3.8. Розраховані поперечні розподіли інтенсивності (а, в) та фази (б, г) компонент поля  $E_x$  (а, б) та  $E_y$  (в, г) вихрових лазерних пучків, збуджених модою  $TE_{01}$ , у фокальній області лінзи при помірному фокусуванні для топологічних зарядів

$$n = 0 \text{ (a1 – г1), } 1 \text{ (a2 – г2) і } 2 \text{ (a3 – г3)}$$

На рис. 3.9 показано поперечні розподіли інтенсивності поля вихрового пучка при гострому фокусуванні для топологічних зарядів  $n = 0, 1$  та  $2$ . Для всіх значень топологічних зарядів область максимальної інтенсивності розташована на однаковій відстані від лінзи  $z_2 = 37,25$  мм. Звернемо увагу, що початкова мода  $TE_{01}$  ( $n = 0$ ) сфокусована в кільце діаметром  $d = 1,08$  мм і довжиною фокальної області  $l_z = 3,35$  мм. Вихровий промінь з  $n = 1$  фокусується в пляму діаметром  $d = 0,45$  мм. Тут розширення фокальної області складає  $l_z = 3,05$  мм. Вихровий пучок при  $n = 2$  фокусується в кільце діаметром  $d = 1,32$  мм. Довжина фокальної області становить  $l_z = 4,75$  мм.

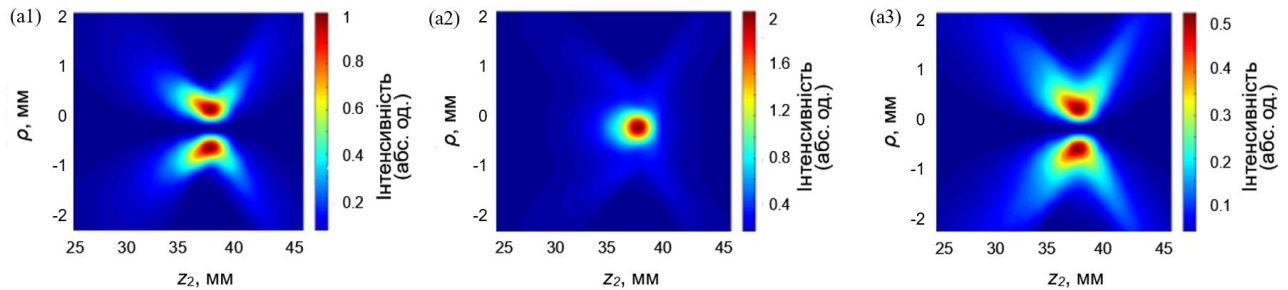


Рис. 3.9. Розраховані поперечні розподіли інтенсивності поля вихрових лазерних пучків, збуджених модою  $TE_{01}$ , у фокальній області лінзи при гострому фокусуванні для топологічних зарядів  $n = 0$  (a1),  $1$  (a2) і  $2$  (a3)

З рис. 3.9 видно, що при топологічних зарядах  $n = 0$  і  $n = 2$  розподіл інтенсивності зберігає кільцеву форму, а при  $n = 1$  профіль пучка стає гаусоподібним. Як і в випадку помірною фокусування, при топологічному заряді СФП  $n = 0$  розподіл досліджуваного пучка набуває кільцеподібної форми. При значенні топологічного заряду  $n = 1$  профіль пучка перетворюється в гаусоподібний. Подальше збільшення топологічного заряду повертає профілю пучка початкову кільцеву форму.

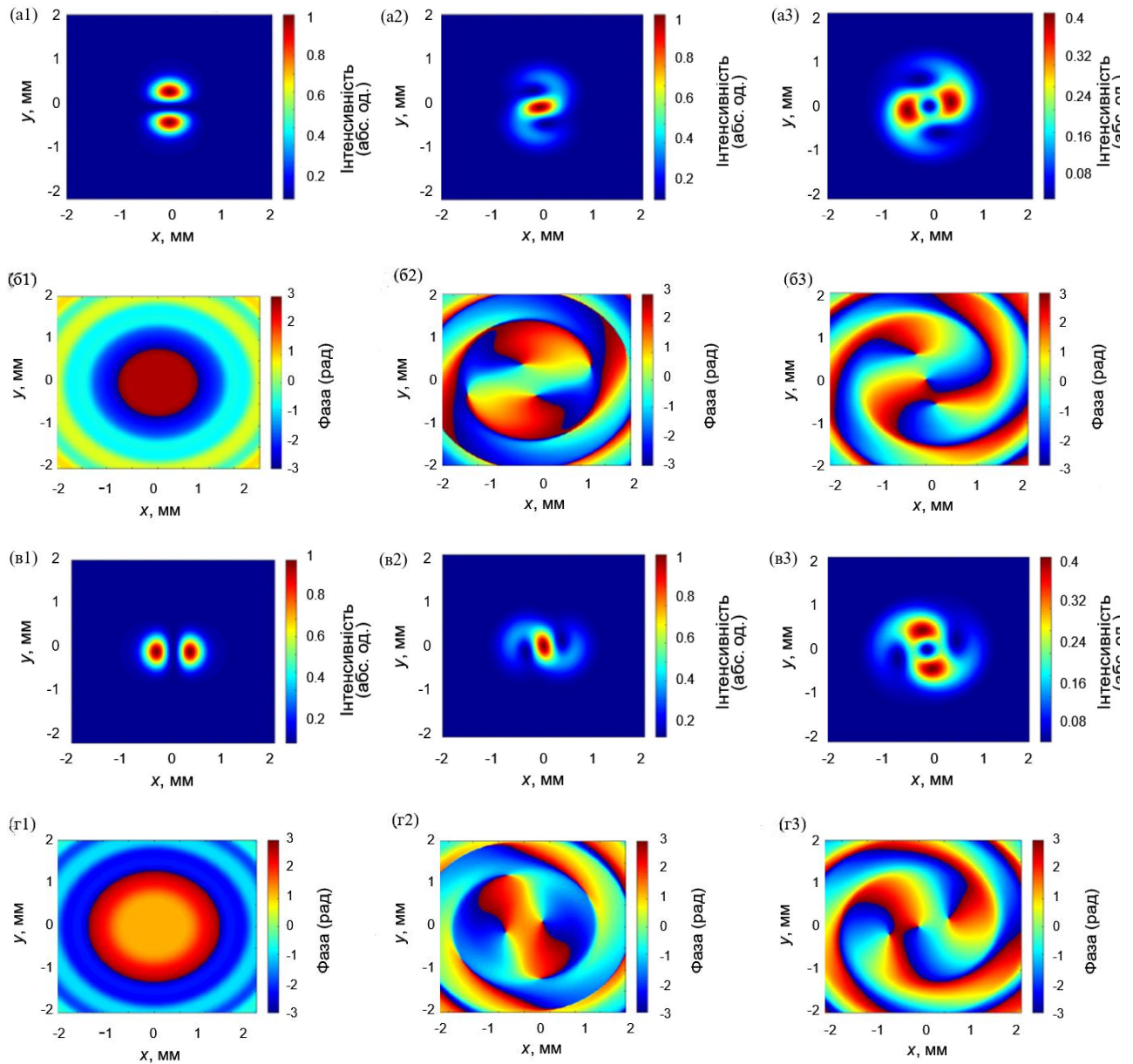


Рис. 3.10. Розраховані поперечні розподіли інтенсивності (а, в) та фази (б, г) компонент поля  $E_x$  (а, б) та  $E_y$  (в, г) вихрових лазерних пучків, збуджених модою  $TE_{01}$ , у фокальній області лінзи при гострому фокусуванні для топологічних зарядів

$$n = 0 \text{ (a1 – г1), } 1 \text{ (a2 – г2) і } 2 \text{ (a3 – г3)}$$

На рис. 3.10 наведено розрахункові поперечні розподіли інтенсивності та фази поля для окремих компонент поля вихрового пучка, збудженого модою  $TE_{01}$ , у фокальній області лінзи для топологічних зарядів  $n = 0, 1$  та  $2$ . Розподіли інтенсивності для  $E_x$  та  $E_y$  компонент поля мають антисиметричну форму. Також

з рисунка видно, що вихровий пучок із зарядом  $n = 1$  має два спіральних витка, а вихровий пучок із зарядом  $n = 2$  має три спіральних витка. Точки сингулярності фази знаходяться в мінімумі інтенсивності поля.

На Рис. 3.11 представлені графіки залежності відносного внеску потужності  $\eta$  кожної компоненти поля лазерних пучків, збуджених  $TE_{01}$  модою, при різних значеннях топологічного заряду в випадку гострого фокусування. Ці залежності розраховані за формулою (3.14).

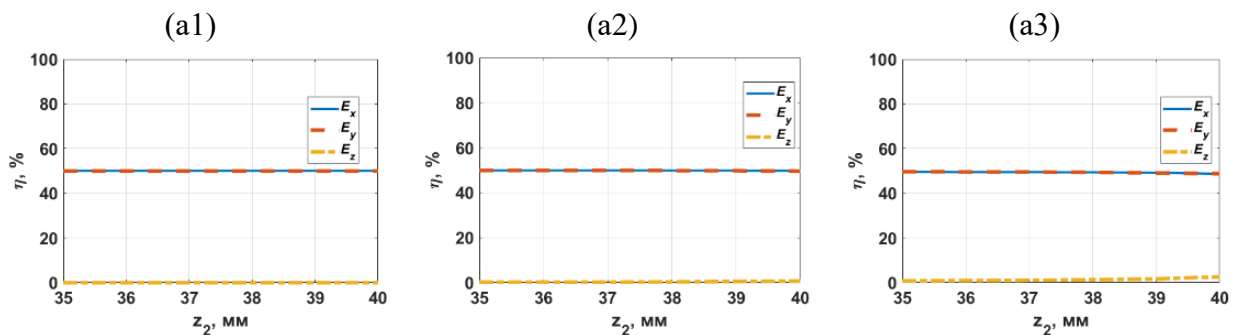


Рис. 3.11. Залежності відносного внеску потужності  $\eta$  компонент поля лазерних пучків, збуджених  $TE_{01}$  модою, в сумарну потужність у випадку гострого фокусування для топологічних зарядів  $n = 0$  (a1), 1 (a2) і 2 (a3)

Сумарна інтенсивність поля даних пучків визначається при відсутності фазової пластинки двома  $E_x$  та  $E_y$  компонентами. Внесок цих компонент рівнозначний та складає  $\sim 49,5$  %. Проте внесок  $E_z$  компоненти в сумарну потужність поля малий  $\sim 1$  %. Такий характер залежності зберігається при зміні топологічного заряду ( $n = 1, 2$ ). Тоді як спостерігається незначне зростання внеску  $E_z$  компоненти до  $\sim 2,5$  % ( $n = 2$ ).

При порівнянні розподілів інтенсивності та фази лазерних вихрових пучків, збуджених модою  $TE_{01}$ , при гострому та помірному фокусуванні можна побачити, що форма розподілів інтенсивності для цього пучка однакова, тоді як змінюється їх просторовий розмір.

Для випадків гострого та помірного фокусування розглянемо особливості поздовжніх та поперечних розподілів інтенсивності й фази поля лазерного пучка, збудженого радіально поляризованою модою  $TM_{01}$ , вздовж осі  $z$ . На рис. 3.12 наведено поздовжні розподіли інтенсивності поля пучка у разі помірного фокусування для топологічних зарядів  $n = 0, 1$  та  $2$ . Довжина фокальної області складає  $l_z = 135$  мм. Для всіх значень топологічних зарядів площина максимальної інтенсивності розташована на однаковій відстані від лінзи  $z_2 = 172$  мм. Такий пучок при  $n = 0$  сфокусований в кільце діаметром  $d = 8$  мм і має довжину фокальної області  $l_z = 60$  мм. Вихровий промінь з  $n = 1$  фокусується в пляму діаметром  $d = 4$  мм. Тут розширення фокальної області становить  $l_z = 40$  мм. Вихровий пучок при  $n = 2$  фокусується в кільце діаметром  $d = 8$  мм і має величину  $l_z$ , яка становить 80 мм.

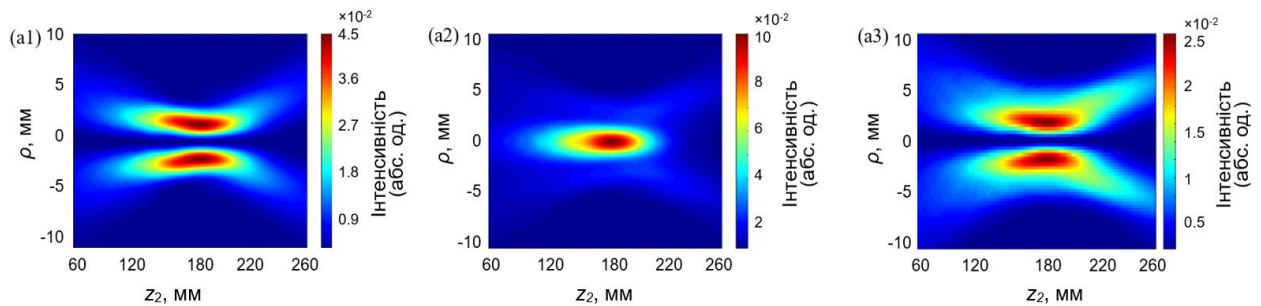


Рис. 3.12. Розраховані поздовжні розподіли інтенсивності поля вихрових лазерних пучків, збуджених модою  $TM_{01}$ , у фокальній області лінзи при помірному фокусуванні для топологічних зарядів  $n = 0$  (a1), 1 (a2) і 2 (a3)

З рис. 3.12 видно, що при топологічному заряді СФП  $n = 0$  досліджуваний пучок має кільцеподібну форму. При значенні топологічного заряду  $n = 1$  профіль пучка перетворюється в гаусоподібний. Подальше збільшення топологічного заряду повертає профілю пучка його початкову кільцеву форму.

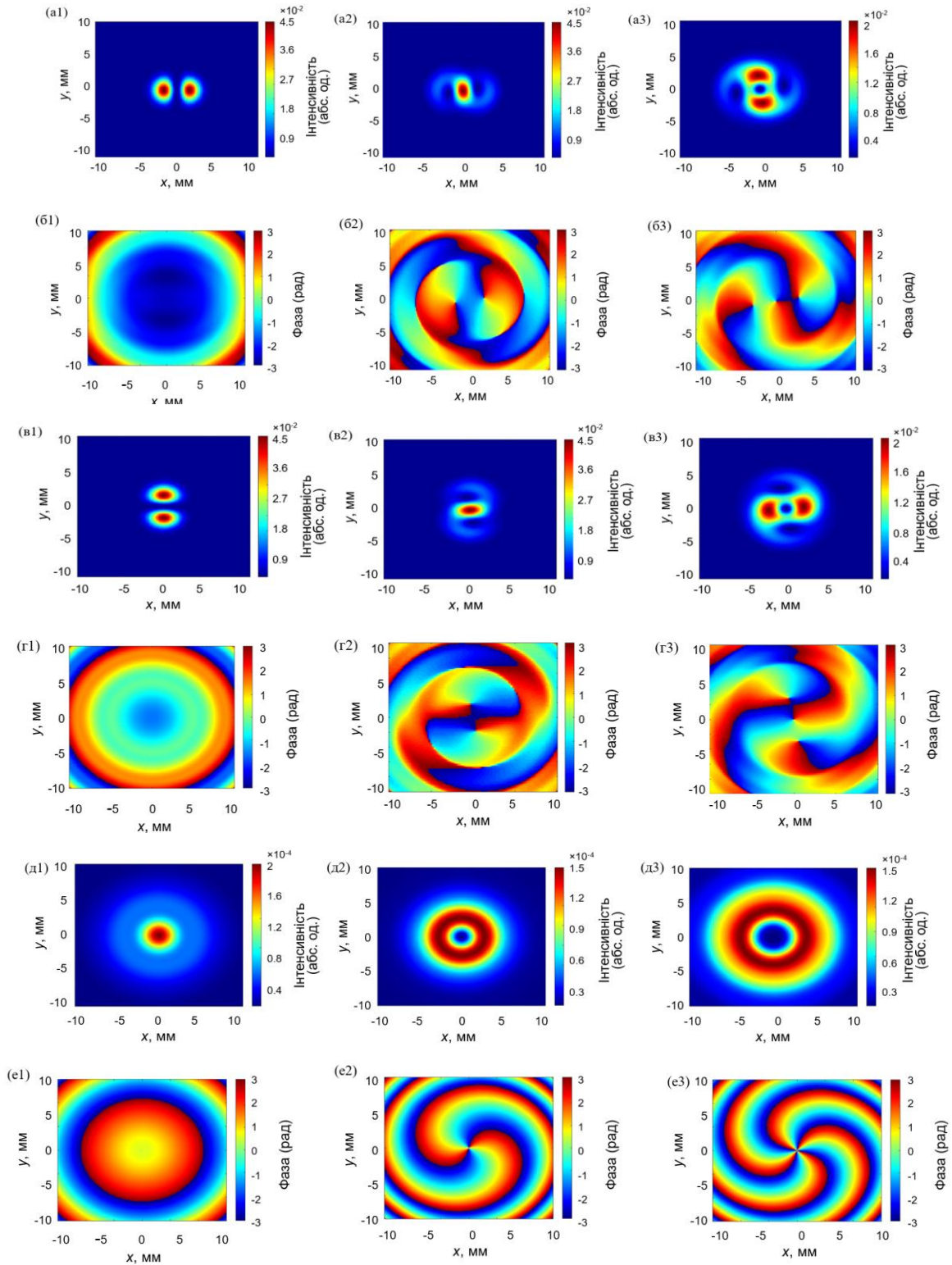


Рис. 3.13. Розраховані поперечні розподіли інтенсивності (а, в) та фази (б, г компонент поля  $E_x$  (а, б),  $E_y$  (в, г) та  $E_z$  (д, е) вихрових лазерних пучків, збуджених модою  $TM_{01}$ , у фокальній області лінзи при помірному фокусуванні для топологічних зарядів

$$n = 0 \text{ (a1 – г1)}, 1 \text{ (a2 – г2)} \text{ і } 2 \text{ (a3 – г3)}$$

З рис. 3.13 показано, що у випадку помірною фокусування вихровий пучок із зарядом  $n = 1$  має два спіральних витка, а вихровий пучок із зарядом  $n = 2$  має три спіральних витка для розподілів  $E_x$  та  $E_y$  компонент поля. В той час, коли розподіли фази поля для  $E_z$  компоненти мають два та чотири спіральних витка відповідно. Розподіли інтенсивності для  $E_x$  та  $E_y$  компонент поля мають антисиметричну форму. Розподіл інтенсивності поля для  $E_z$  компоненти при відсутності топологічного заряду має максимум в центрі. Однак, при збільшенні топологічного заряду ( $n = 1, 2$ ) розподіл утворює кільцеподібну форму.

На рис. 3.14 показано повздовжні розподіли інтенсивності поля вихрового пучка при гострому фокусуванні для топологічних зарядів  $n = 0, 1$  та  $2$ . Для всіх топологічних зарядів область максимальної інтенсивності утворюється на однаковій відстані від лінзи  $z_2 = 37,2$  мм. Зверніть увагу, що початкова мода  $TM_{01}$  ( $n = 0$ ) сфокусована в кільце діаметром  $d = 1$  мм і довжиною фокальної області  $l_z = 3,5$  мм. Вихровий промінь з  $n = 1$  фокусується в пляму діаметром  $d = 0,5$  мм. Тут довжина фокальної області складає  $l_z = 3$  мм. Вихровий пучок при  $n = 2$  фокусується в кільце діаметром  $d = 1,5$  мм. Довжина фокальної області становить  $l_z = 5$  мм. З рис. 3.14 видно, що при топологічних зарядах  $n = 0$  і  $n = 2$  розподіл інтенсивності зберігає кільцеву форму, а при  $n = 1$  профіль пучка стає гаусоподібним. Як і в випадку помірною фокусування, при топологічному заряді СФП  $n = 0$  досліджуваний пучок утворює кільцеподібну форму. При значенні топологічного заряду  $n = 1$  профіль пучка перетворюється в гаусоподібний. Подальше збільшення топологічного заряду повертає профілю пучка початкову кільцеву форму.



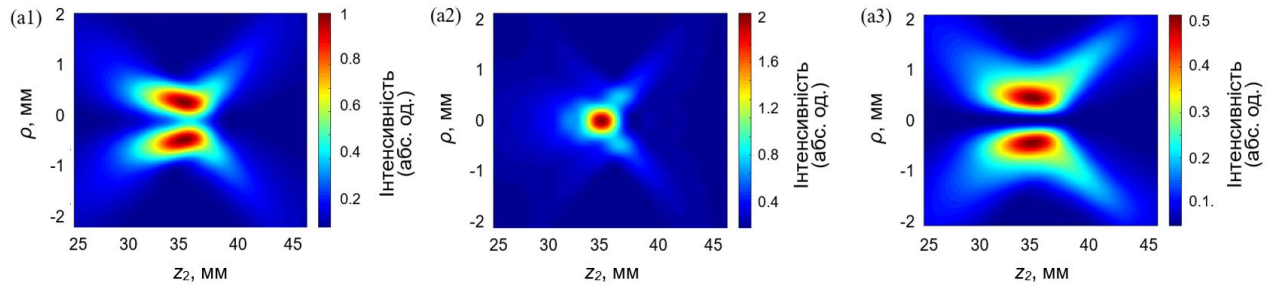


Рис. 3.14. Розраховані поздовжні розподіли інтенсивності поля вихрових лазерних пучків, збуджених модою  $TM_{01}$ , у фокальній області лінзи при гострому фокусуванні для топологічних зарядів  $n = 0$  (a1), 1 (a2) і 2 (a3)

На рис. 3.15 наведено розрахункові поперечні розподіли інтенсивності та фази поля для окремих компонент поля вихрового пучка, збудженого модою  $TM_{01}$  у фокальній області лінзи для топологічних зарядів  $n = 0, 1$  та  $2$ . Розподіли інтенсивності для  $E_x$  та  $E_y$  компонент поля мають антисиметричну форму. Розподіл інтенсивності для  $E_z$  компоненти поля при відсутності топологічного заряду має максимум в центрі. Тоді як, при збільшенні топологічного заряду ( $n = 1$  та  $2$ ) пучок фокусується в кільце. Також з рисунка видно, що вихровий пучок із зарядом  $n = 1$  має два спіральних витка, а вихровий пучок із зарядом  $n = 2$  має три спіральних витка для розподілів  $E_x$  та  $E_y$  компонент поля. Розподіли фази поля для  $E_z$  компоненти, як і в випадку помірною фокусування, мають два та чотири спіральних витка відповідно.

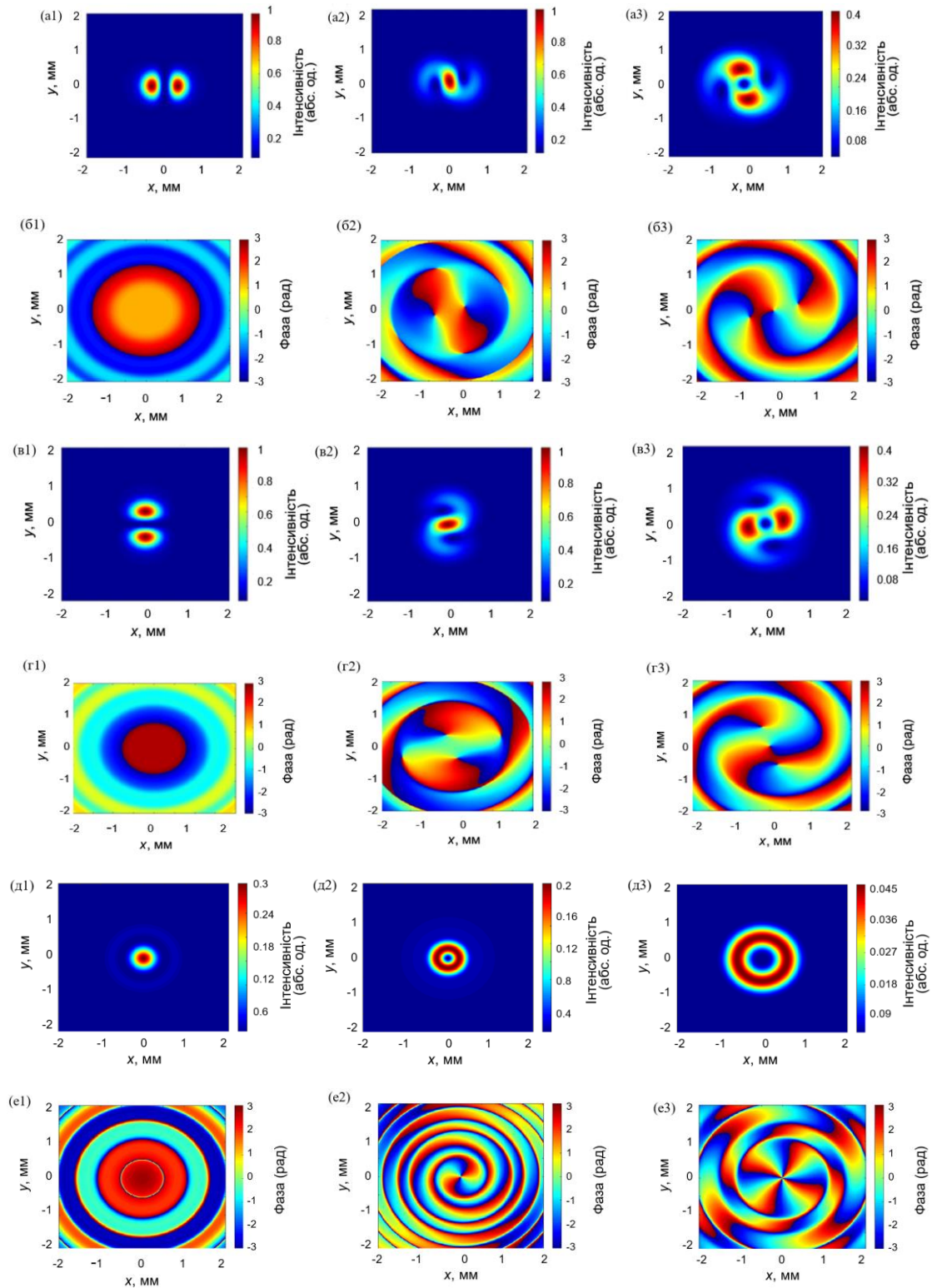


Рис. 3.15. Розраховані поперечні розподіли інтенсивності (а, в) та фази (б, г) компонент поля  $E_x$  (а, б),  $E_y$  (в, г) та  $E_z$  (д, е) вихрових лазерних пучків, збуджених модою  $TM_{01}$ , у фокальній області лінзи при гострому фокусуванні для топологічних зарядів

$$n = 0 \text{ (a1 – г1)}, 1 \text{ (a2 – г2)} \text{ і } 2 \text{ (a3 – г3)}$$

На Рис.3.16 представлені графіки залежності відносного внеску потужності  $\eta$  кожної компоненти поля лазерних пучків, збуджених  $TM_{01}$  модою, при різних значеннях топологічного заряду в випадку гострого фокусування. Ці залежності розраховані за формулою (3.14).

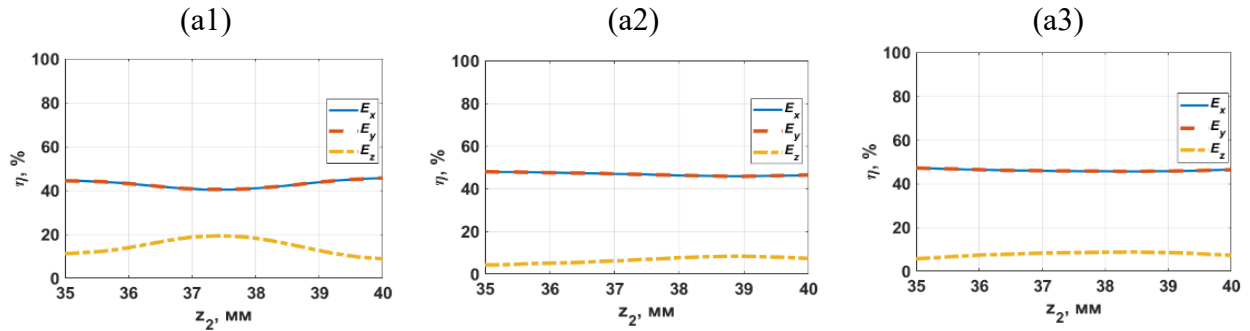


Рис. 3.16. Залежності відносного внеску потужності  $\eta$  компонент поля лазерних пучків, збуджених  $TM_{01}$  модою, в сумарну потужність у випадку гострого фокусування для топологічних зарядів  $n = 0$  (a1), 1 (a2) і 2 (a3)

Сумарна інтенсивність поля даних пучків визначається при відсутності фазової пластинки всіма трьома компонентами. Внесок поперечних компонент рівнозначний та складає  $\sim 40\%$ . Слід звернути увагу, що на відміну від залежностей  $E_z$  компонент розглянутих вище мод внесок  $E_z$  компоненти в сумарну потужність поля в цьому випадку значний та дорівнює  $\sim 20\%$ . При зростанні значення топологічного заряду ( $n = 1, 2$ ) внесок  $E_x$  та  $E_y$  компонент незначно зростає до  $\sim 46\%$ , а внесок  $E_z$  компоненти в сумарну потужність зменшується до  $\sim 8\%$ .

При порівнянні розподілів інтенсивності та фази лазерних вихрових пучків, утворених модою  $TM_{01}$ , у разі гострого та помірною фокусувань можна побачити, що форма розподілів інтенсивності для цього пучка однакова, тоді як їх просторовий розмір змінюється.

## 3.2 Фокусування терагерцових вихрових лазерних пучків, сформованих модами металевого резонатора

### 3.2.1 Теоретичні співвідношення

Нормовані декартові компоненти електромагнітних полів для лінійно та азимутально поляризованих  $TE_{11}$ ,  $TE_{01}$  мод набувають такого вигляду в площині джерела ( $z = 0$ ):

$$TE_{11} \text{ мода} \quad \begin{cases} E_x^0(\rho_0, \varphi) = A_{11} J_2(U_{11} \frac{\rho_0}{a}) \sin(2\varphi), \\ E_y^0(\rho_0, \varphi) = A_{11} [J_0(U_{11} \frac{\rho_0}{a}) - J_2(U_{11} \frac{\rho_0}{a}) \cos(2\varphi)], \end{cases} \quad (3.15)$$

$$TE_{01} \text{ мода} \quad \begin{cases} E_x^0(\rho_0, \varphi) = -A_{01} J_1(U_{01} \frac{\rho_0}{a}) \sin(\varphi), \\ E_y^0(\rho_0, \varphi) = A_{01} J_1(U_{01} \frac{\rho_0}{a}) \cos(\varphi), \end{cases} \quad (3.16)$$

де  $a$  – радіус хвилеводу,  $J_0$  і  $J_1$  – функції Бесселя першого роду нульового та першого порядку,  $U_{11}$  і  $U_{01}$  – корені рівняння  $J_{n-1}(U_{nm}) = 0$ ,

$$A_{11} = \frac{U_{11}}{\left(a J_1(U_{11}) \sqrt{2\pi(U_{11}^2 - 1)}\right)}, \quad A_{01} = \frac{1}{a \sqrt{\pi} J_0(U_{10})} \text{ нормуючі множники.}$$

Вищевказаним шляхом отримаємо вирази для компонент поля, які описують непараксіальну дифракцію моди  $TE_{11}$  на СФП з топологічним зарядом  $n$  у вільному просторі:

$$E_x(\rho, \beta, z) = \frac{(-i)^n k z}{2r^2} \exp[i(n\beta + kr)] A_{11} [\exp(i2\beta) H_{1,2,n+2}(\rho, z) - \exp(-i2\beta) H_{1,2,n-2}(\rho, z)],$$

$$\begin{aligned}
E_y(\rho, \beta, z) &= \frac{(-i)^{n+1} kz}{r^2} \exp[i(n\beta + kr)] A_{11} \{ H1_{0,n}(\rho, z) \\
&\quad + \frac{1}{2} [\exp(i2\beta) H1_{2,n+2}(\rho, z) + \exp(-i2\beta) H1_{2,n-2}(\rho, z)] \}, \\
E_z(\rho, \beta, z) &= \frac{(-i)^{n+1} k}{2r^2} \exp[i(n\beta + kr)] A_{11} [G1(\rho, \beta, z) + G2(\rho, \beta, z) \\
&\quad + 2\rho \sin(\beta) H1_{0,n}(\rho, z)],
\end{aligned} \tag{3.17}$$

де введено наступні позначення

$$\begin{aligned}
H1_{0,n}(\rho, z) &= \int_0^a J_0 \left( U_{11} \frac{\rho_0}{a} \right) \exp \left( ik \frac{\rho_0^2}{2r} \right) J_n \left( \frac{k\rho\rho_0}{r} \right) \rho_0 d\rho_0, \\
H1_{2,n}(\rho, z) &= \int_0^a J_2 \left( U_{11} \frac{\rho_0}{a} \right) \exp \left( ik \frac{\rho_0^2}{2r} \right) J_n \left( \frac{k\rho\rho_0}{r} \right) \rho_0 d\rho_0, \\
G1(\rho, \beta, z) &= \int_0^a J_2 \left( U_{11} \frac{\rho_0}{a} \right) \exp \left( ik \frac{\rho_0^2}{2r} \right) \\
&\quad \times \left[ \exp(i\beta) J_{n-2} \left( \frac{k\rho\rho_0}{r} \right) - \exp(-i\beta) J_{n+2} \left( \frac{k\rho\rho_0}{r} \right) \right] \rho_0 d\rho_0, \\
G2(\rho, \beta, z) &= \int_0^a \left[ J_0 \left( U_{11} \frac{\rho_0}{a} \right) + J_2 \left( \chi_{11} \frac{\rho_0}{a} \right) \right] \exp \left( ik \frac{\rho_0^2}{2r} \right) \\
&\quad \times \left[ \exp(i\beta) J_{n+1} \left( \frac{k\rho\rho_0}{r} \right) - \exp(-i\beta) J_{n-1} \left( \frac{k\rho\rho_0}{r} \right) \right] \rho_0^2 d\rho_0.
\end{aligned}$$

Вирази для компонент поля, які описують непараксіальну дифракцію моди  $TE_{01}$  на СФП мають наступний вигляд:

$$\begin{aligned}
E_x(\rho_1, \beta, z_1) &= \frac{(-i)^{n+1} kz_1}{r_1^2} \exp[i(n\beta + kr_1)] \times \\
&\quad \times B_{01} \left[ \exp(i\beta) G2_{1n+1}(\rho_1, z_1) + \exp(-i\beta) G2_{1n-1}(\rho_1, z_1) \right],
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_y(\rho_1, \beta, z_1) &= \frac{(-i)^{n+2} k z_1}{2r_1^2} \exp[i(n\beta + kr_1)] \times \\
&\times B_{01} \left[ \exp(i\beta) G_{2_{1n+1}}(\rho_1, z_1) - \exp(-i\beta) G_{2_{1n-1}}(\rho_1, z_1) \right], \\
E_z(\rho_1, \beta, z_1) &= \frac{(-i)^{n+1} k \rho_1}{2r_1^2} \exp[i(n\beta + kr_1)] \times \\
&\times B_{01} \left[ G_{2_{1n+1}}(\rho_1, z_1) + G_{2_{1n-1}}(\rho_1, z_1) \right],
\end{aligned} \tag{3.18}$$

де введено такі позначення:

$$G_{2_{1n}}(\rho_1, z_1) = \int_0^a J_1\left(U_{01} \frac{r_1}{a}\right) \exp\left(ik \frac{\rho_0^2}{2r_1}\right) J_n\left(\frac{k\rho_1\rho_0}{r_1}\right) \rho_0 d\rho_0.$$

Також опишемо поле на вході та виході лінзи за допомогою функції фазової корекції  $U(\rho_1) = \exp\left(\frac{-i\pi\rho_1^2}{\lambda F}\right)$ , де  $F$  – фокусна відстань лінзи. Знову застосовуючи інтегральні перетворення Релея–Зоммерфельда (3.1) до компонент вектора напруженості електричного поля (3.15) і (3.16), знайдених після фазової корекції, отримуємо аналітичні вирази для поперечної та поздовжньої компонент поля досліджуваних мод у фокальній області лінзи.

Компоненти поля для лінійно поляризованої моди  $TE_{11}$  на відстані  $z_2$  від лінзи мають вигляд:

$$\begin{aligned}
E_x(\rho_2, \theta, z_2) &= -\frac{(-i)^{2n+1} k^2 z_1 z_2}{2r_2^2} \exp[i(n\theta + kr_2)] A_{11} \\
&\times \int_0^{a_1} \frac{[e^{i2\theta} H_{1_{2,n+2}}(\rho_1, z_1) J_{n+2}(x) - e^{-i2\theta} H_{1_{2,n-2}}(\rho_1, z_1) J_{n-2}(x)]}{r_1^2} \\
&\times \exp\left[ik\left(r_1 + \frac{\rho_1^2}{2r_2}\right)\right] U(\rho_1) \rho_1 d\rho_1,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_y(\rho_2, \theta, z_2) &= -\frac{(-i)^{2n} k^2 z_1 z_2 \exp[i(n\theta + kr_2)] A_{11}}{r_2^2} \\
&\times \int_0^{a_1} \frac{\left\{ H_{10,n}(\rho_1, z_1) J_n(x) - \frac{1}{2} [e^{i2\theta} H_{12,n+2}(\rho_1, z_1) J_{n+2}(x) + e^{-i2\theta} H_{12,n-2}(\rho_1, z_1) J_{n-2}(x)] \right\}}{r_1^2} \\
&\times \exp \left[ ik \left( r_1 + \frac{\rho_1^2}{2r_2} \right) \right] U(\rho_1) \rho_1 d\rho_1, \\
E_z(\rho_2, \theta, z_2) &= -\frac{(-i)^{2n+1} k^2 z_1 \exp[i(n\theta + kr_2)] A_{11}}{r_2^2} \\
&\times \int_0^{a_1} \frac{\left\{ \rho_2 \left\{ \frac{e^{i\theta}}{2} [H_{12,n+2}(\rho_1, z_1) e^{i2\theta} J_{n+2}(x) + H_{12,n-2}(\rho_1, z_1) e^{-i2\theta} J_{n-2}(x)] + i \sin \theta H_{10,n}(\rho_1, z_1) J_n(x) \right\} \right.}{r_1^2} \\
&\left. - \frac{i\rho_1}{2} \{ H_{10,n}(\rho_1, z_1) [e^{i\theta} J_{n+1}(x) + e^{-i\theta} J_{n-1}(x)] - [H_{12,n+2}(\rho_1, z_1) e^{i\theta} J_{n+1}(x) - H_{12,n-2}(\rho_1, z_1) e^{-i3\theta} J_{n-3}(x)] \} \right\}}{r_1^2} \\
&\times \exp \left[ ik \left( r_1 + \frac{\rho_1^2}{2r_2} \right) \right] U(\rho_1) \rho_1 d\rho_1,
\end{aligned} \tag{3.19}$$

Компоненти поля для азимутально поляризованої моди  $TE_{01}$  на відстані  $z_2$  від лінзи мають вигляд:

$$\begin{aligned}
E_x(\rho_2, \theta, z_2) &= \frac{(-i)^{2n+3} k^2 z_1 z_2 \exp[i(n\theta + kr_2)] B_{01}}{2r_2^2} \times \\
&\times \int_0^{a_1} \left[ \exp(i\theta) G_{21n+1}(\rho_1, z_1) J_{n+1}(x) - \right. \\
&\left. - \exp(-i\theta) G_{21n-1}(\rho_1, z_1) J_{n-1}(x) \right] \times \frac{\exp \left[ ik \left( r_1 + \frac{\rho_1^2}{2r_2} \right) \right]}{r_1^2} U(\rho_1) \rho_1 d\rho_1,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_y(\rho_2, \theta, z_2) &= \frac{(-i)^{2n} k^2 z_1 z_2}{2r_2^2} \exp[i(n\theta + kr_2)] B_{01} \times \\
&\quad \left[ \exp(i\theta) G_{2_{1n+1}}(\rho_1, z_1) J_{n+1}(x) + \right. \\
&\quad \left. + \exp(-i\theta) G_{2_{1n-1}}(\rho_1, z_1) J_{n-1}(x) \right] \times \\
&\quad \times \int_0^{a_1} \exp\left[ ik \left( r_1 + \frac{\rho_1^2}{2r_2} \right) \right] \\
&\quad \times \frac{U(\rho_1) \rho_1 d\rho_1}{r_1^2},
\end{aligned} \tag{3.20}$$

$$\begin{aligned}
E_z(\rho_2, \theta, z_2) &= \frac{(-i)^n k^2 z_1}{2r_2^2} \exp[i(n\theta + kr_2)] B_{01} \times \\
&\quad \left\{ \rho_2 \exp(-i\beta) \left[ G_{2_{1n+1}}(\rho_1, z_1) \exp(i\theta) (-i)^{n+1} J_{n+1}(x) + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + G_{2_{1n-1}}(\rho_1, z_1) \exp(-i\theta) (-i)^{n-1} J_{n-1}(x) \right] + \right. \\
&\quad \left. \times \int_0^{a_1} \left[ G_{2_{1n+1}}(\rho_1, z_1) (-i)^{n+2} J_n(x) + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + G_{2_{1n-1}}(\rho_1, z_1) \exp(-2i\theta) (-i)^n J_{n-2}(x) \right] \right\} \times \\
&\quad \times \frac{\exp\left[ ik \left( r_1 + \frac{\rho_1^2}{2r_2} \right) \right]}{r_1^2} U(\rho_1) \rho_1 d\rho_1,
\end{aligned}$$



### 3.2.2 Результати розрахунків та їх аналіз

Отримані вирази (3.19) та (3.20) було використано для проведення розрахунків сумарних поздовжніх розподілів інтенсивності поля ( $I = |E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2$ ), а також поперечних розподілів окремих компонент інтенсивності ( $I = |E_i|^2$ ,  $i = x, y$ ) та фази ( $\varphi = \arctg(\text{Im}(E_i) / \text{Re}(E_i))$ ) поля лазерних пучків випромінювання, утворених модами металевого хвилевідного резонатора терагерцового лазера, під час їх взаємодії з СФП у випадку гострого та помірною фокусуванні у вільному просторі. Розрахунки проводились для асиметричної лінійно поляризованої моди  $TE_{11}$  та симетричної азимутально поляризованої моди  $TE_{01}$ . Такі параметри як довжина хвилі, діаметр хвилеводу та лінз, їх фокусна відстань і числова апертура залишилися незмінними. Для повного перехоплення пучка відстань між СФП та лінзами становила  $z_1 = 300$  мм.

На Рис. 3.17 показано розподіли інтенсивності поля вихрового пучка, збудженого лінійно поляризованою модою  $TE_{11}$ , вздовж осі  $z$  при помірному фокусуванні ( $F = 160$  мм) для топологічних зарядів СФП  $n = 0, 1$  та  $2$ . Для всіх топологічних зарядів площина максимальної інтенсивності утворюється на однаковій відстані від лінзи  $z_2 = 165$  мм. При  $n = 0$  діаметр сфокусованої моди  $TE_{11}$  в області максимальної інтенсивності дорівнює  $d = 4$  мм. Довжина фокусної ділянки дорівнює  $l_z = 30$  мм. Вихровий пучок при  $n = 1$  змінює форму на кільцеподібну діаметром  $d = 7$  мм. Довжина фокусної ділянки становить  $l_z = 40$  мм. Вихровий пучок при  $n = 2$  фокусується в пляму діаметром  $d = 3$  мм. Довжина фокальної області складає  $l_z = 60$  мм.

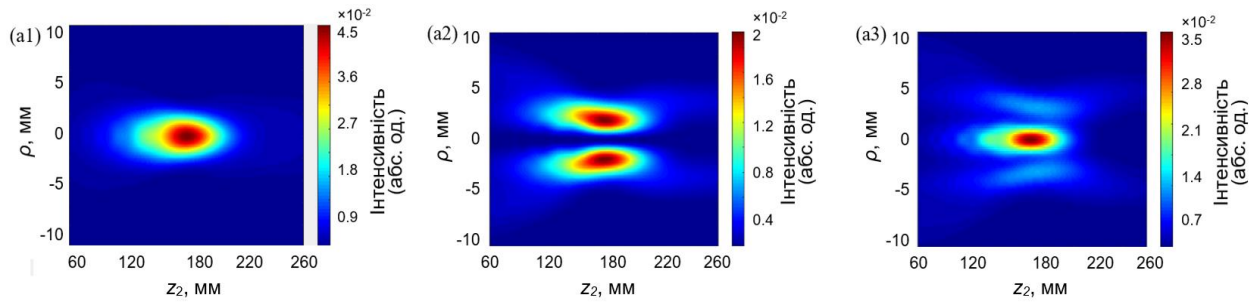


Рис. 3.17. Розраховані поздовжні розподіли інтенсивності поля вихрових лазерних пучків, збуджених модою  $TE_{11}$ , у фокальній області лінзи при помірному фокусуванні для топологічних зарядів  $n = 0$  (a1), 1 (a2) і 2 (a3)

З Рис. 3.17 видно, що при топологічному заряді СФП  $n = 0$  досліджуваний пучок має максимальну інтенсивність випромінювання на осі. Зі збільшенням топологічного заряду профіль фокальної плями перетворюється в кільцеподібний. При значенні топологічного заряду  $n = 2$  пучок знову набуває гаусоподібну форму. Слід звернути увагу, що при поширенні пучок, збуджений цією модою, при значенні топологічного заряду  $n = 2$  утворював кільцеподібну форму (Рис. 2.16). Беручи до уваги динаміку зміни профілю пучка, що чергується, слід вивчити профілі пучка при подальшому збільшенні топологічного заряду ( $n = 3, 4$  і  $5$ ). Очікується, що ця динаміка буде проявлятися більш контрастно у разі гострого фокусування, що показано далі.

На Рис. 3.18 наведено розрахункові поперечні фази поля для окремих компонент випромінювання моди  $TE_{11}$  у фокальній області лінзи для топологічних зарядів  $n = 0, 1$  та  $2$ . Слід звернути увагу на спостережуване фокусування інтенсивності поля  $E_x$  компоненти лазерного променя при збільшенні величини топологічного заряду. З рисунка видно, що для  $E_x$  компоненти вихрового пучка із зарядом  $n = 1$  хвильовий фронт має три спіральних витка, а хвильовий фронт із зарядом  $n = 2$  має вже чотири спіральні витки. Для  $E_y$  компоненти вихрового пучка із зарядом  $n = 1$  хвильовий фронт має

один спіральний виток, а хвильовий фронт із зарядом  $n = 2$  має два спіральні витки.

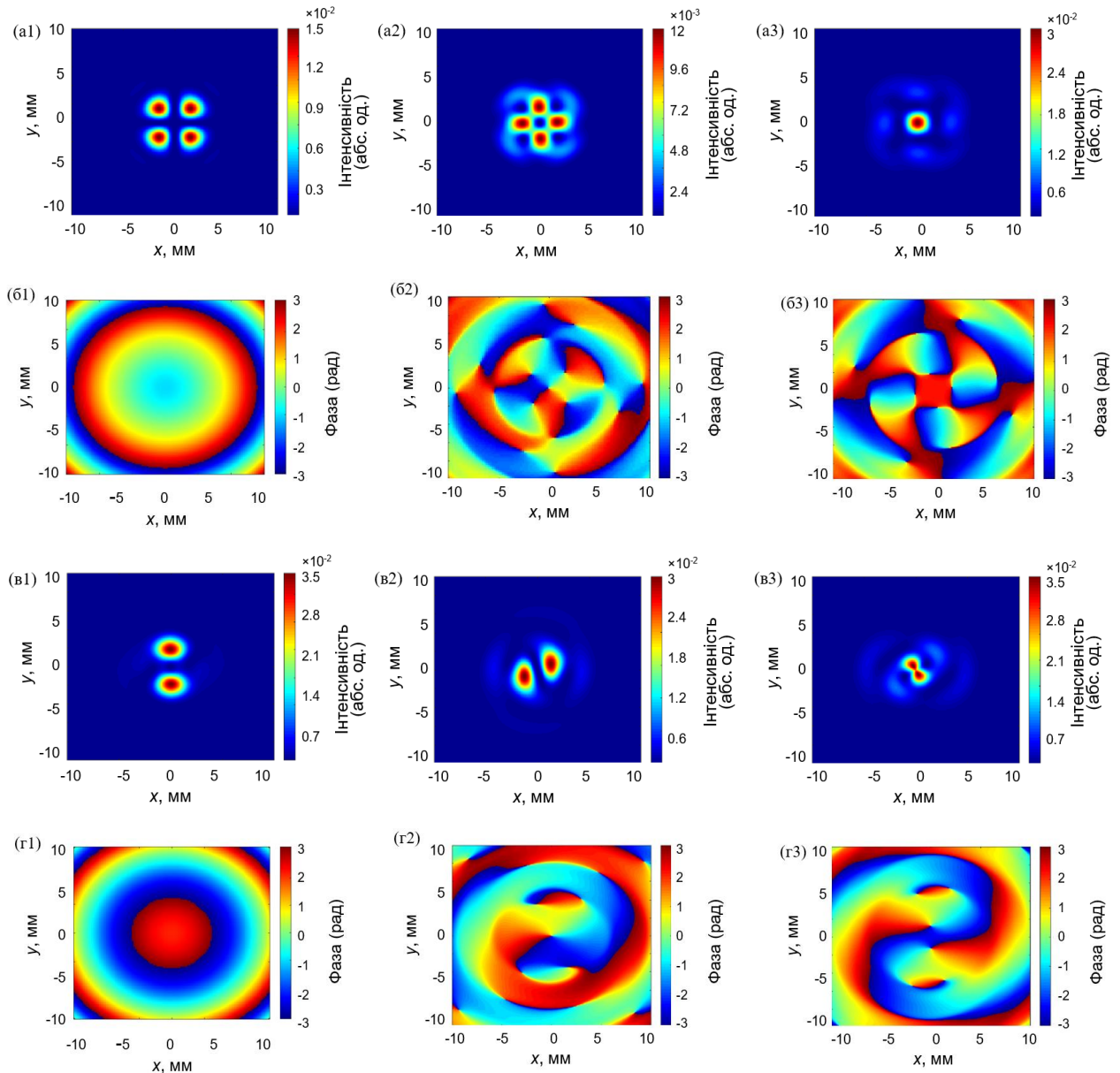


Рис. 3.18. Розраховані поперечні розподіли інтенсивності (а, в) та фази (б, г) компонент поля  $E_x$  (а, б) та  $E_y$  (в, г) вихрових лазерних пучків, збуджених модою  $TE_{11}$ , у фокальній області лінзи при помірному фокусуванні для топологічних зарядів

$$n = 0 \text{ (a1 – г1), } 1 \text{ (a2 – г2) і } 2 \text{ (a3 – г3)}$$

На Рис. 3.19 наведено розподіли інтенсивності поля лазерного вихрового пучка, збудженого лінійно поляризованою модою  $TE_{11}$ , вздовж осі  $z$  у разі гострого фокусування для топологічних зарядів СФП  $n = 0, 1$  та  $2$ . Початкова мода  $TE_{11}$  при  $n = 0$  фокусується в пляму діаметром  $d = 0,75$  мм на відстані  $z_2 = 37,2$  мм від площини лінзи. Довжина фокусної ділянки становить  $l_z = 3$  мм. Вихровий пучок при  $n = 1$  фокусується в кільце діаметром  $d = 1,05$  мм на відстані  $z_2 = 37,2$  мм. Довжина фокальної області складає  $l_z = 3,5$  мм. Вихровий пучок при  $n = 2$  фокусується в пляму діаметром  $d = 0,5$  мм на відстані  $z_2 = 37,25$  мм. Довжина фокусної ділянки має значення  $l_z = 2$  мм.

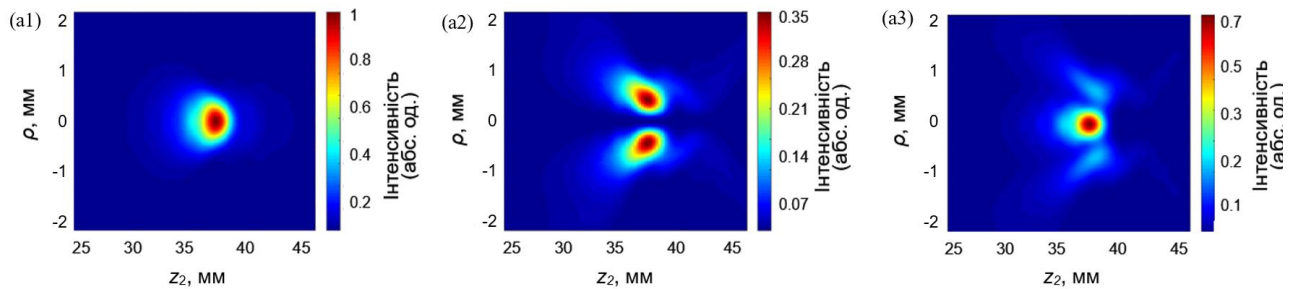


Рис. 3.19. Розраховані поздовжні розподіли інтенсивності поля вихрових лазерних пучків, збуджених модою  $TE_{11}$ , у фокальній області лінзи при гострому фокусуванні для топологічних зарядів  $n = 0$  (a1),  $1$  (a2) і  $2$  (a3)

З Рис. 3.19 видно, що при топологічному заряді СФП  $n = 0$  досліджуваний пучок має максимальну інтенсивність випромінювання на осі. Зі збільшенням топологічного заряду профіль фокальної плями роздвоюється, утворюючи кільцеподібну форму. При значенні топологічного заряду  $n = 2$  знову утворюється гаусоподібна форма профілю лазерного пучка. Просторова динаміка пучка в цьому випадку співпадає з аналогічною динамікою в випадку помірною фокусування.

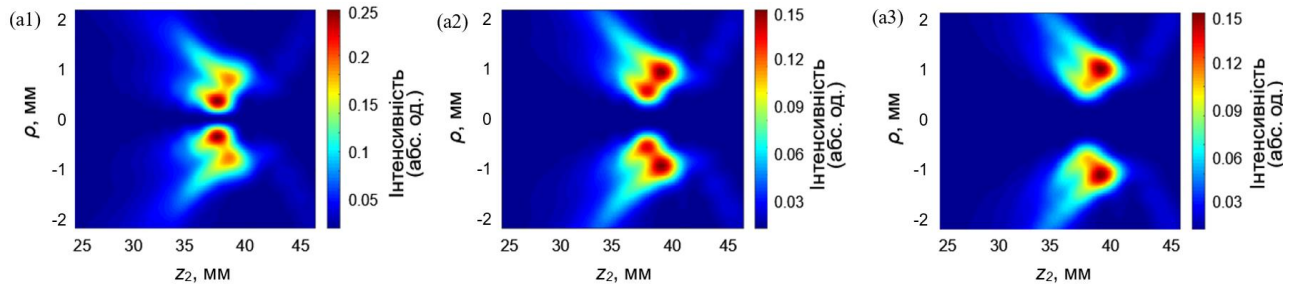


Рис. 3.20. Розраховані поздовжні розподіли інтенсивності поля вихрових лазерних пучків, збуджених модою  $TE_{11}$ , у фокальній області лінзи при гострому фокусуванні для топологічних зарядів  $n = 3$  (a1), 4 (a2) і 5 (a3)

На Рис. 3.20 наведено розподіли інтенсивності поля лазерного вихрового пучка, збудженого лінійно поляризованою модою  $TE_{11}$ , вздовж осі  $z$  у разі гострого фокусування для топологічних зарядів СФП  $n = 3, 4$  та  $5$ . Як видно, що при значенні  $n = 3$  та його подальшому збільшенні вихровий лазерний пучок утворює кільцеподібну форму, яка розширюється зі збільшенням топологічного заряду. Також, слід звернути увагу, що при значенні топологічного заряду  $n = 2$  пучок, збуджений модою  $TE_{11}$ , для випадків помірного та гострого фокусувань утворює гаусоподібну форму розподілу. Цього не спостерігалось у випадку поширення даного пучка. Тоді як, профілі пучків, збуджених іншими модами, співпадали у разі їх поширення та фокусування.

На Рис. 3.21 наведено розрахункові поперечні розподіли інтенсивності та фази поля для окремих компонент випромінювання лазерного вихрового пучка, утвореного модою  $TE_{11}$ , у фокальній області лінзи для топологічних зарядів  $n = 0, 1$  та  $2$ . Як і в випадку помірного фокусування, винтоподібний профіль інтенсивності поля  $E_x$  компоненти лазерного пучка зберігається при збільшенні величини топологічного заряду ( $n = 0, 1$ ). Однак, коли  $n = 2$  утворюється фокальна пляма з центральним максимумом та винтоподібними боковими пелюстками малої інтенсивності. З рисунка видно, що для  $E_x$  компоненти вихрового пучка із зарядом  $n = 1$  хвильовий фронт має три спіральних витка, а хвильовий фронт для

пучка із зарядом  $n = 2$  має вже чотири спіральні витки. Хвильовий фронт має один спіральний виток для  $E_y$  компоненти вихрового пучка із зарядом  $n = 1$ , а хвильовий фронт для пучка із зарядом  $n = 2$  має два спіральні витки.

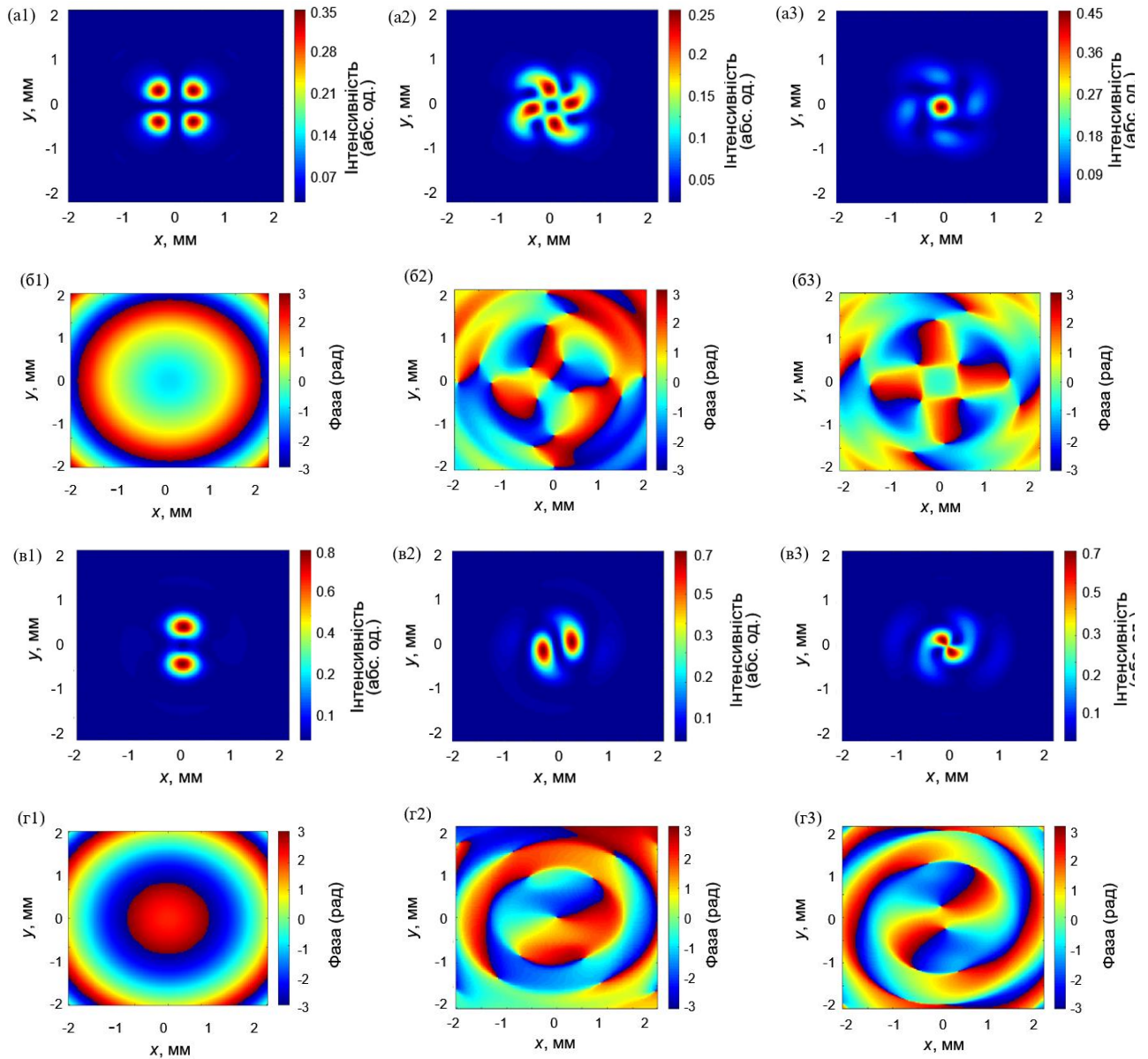


Рис. 3.21. Розраховані поперечні розподіли інтенсивності (а, в) та фази (б, г) компонент поля  $E_x$  (а, б) та  $E_y$  (в, г) вихрових лазерних пучків, збуджених модою  $TE_{11}$ , у фокальній області лінзи при гострому фокусуванні для топологічних зарядів

$$n = 0 \text{ (a1 – r1), } 1 \text{ (a2 – r2) і } 2 \text{ (a3 – r3)}$$

Якщо порівнювати розподіли інтенсивності та фази лазерних вихрових пучків, збуджених модою  $TE_{11}$  при гострому та помірному фокусуванні, то можна помітити, що розподіли інтенсивності майже однакові по характеру утворення просторової динаміки.

Тепер розглянемо розподіли інтенсивності та фази лазерного вихрового пучка, збудженого азимутально поляризованою модою  $TE_{01}$ , вздовж осі  $z$  у випадку гострого та помірного фокусувань. На Рис. 3.22 наведено розподіли інтенсивності поля такого пучка в фокальній області лінзи у разі помірного фокусування для топологічних зарядів  $n = 0, 1$  та  $2$ . Для всіх значень топологічних зарядів площина максимальної інтенсивності розташована на однаковій відстані від лінзи  $z_2 = 172$  мм. Початкова мода  $TE_{01}$  ( $n = 0$ ) сфокусована в кільце діаметром  $d = 8$  мм і довжиною фокальної області  $l_z = 60$  мм. Вихровий промінь з  $n = 1$  фокусується в пляму з максимумом на осі діаметром  $d = 3$  мм. Тут довжина фокальної області становить  $l_z = 30$  мм. Вихровий пучок при  $n = 2$  фокусується в кільце діаметром  $d = 8$  мм. Довжина фокальної області складає  $l_z = 80$  мм. При топологічному заряді СФП  $n = 0$  профіль досліджуваного пучка набуває кільцеподібної форми. При значенні топологічного заряду  $n = 1$  профіль пучка перетворюється в гаусоподібний. Подальше збільшення топологічного заряду повертає профілю пучка початкову кільцеву форму.

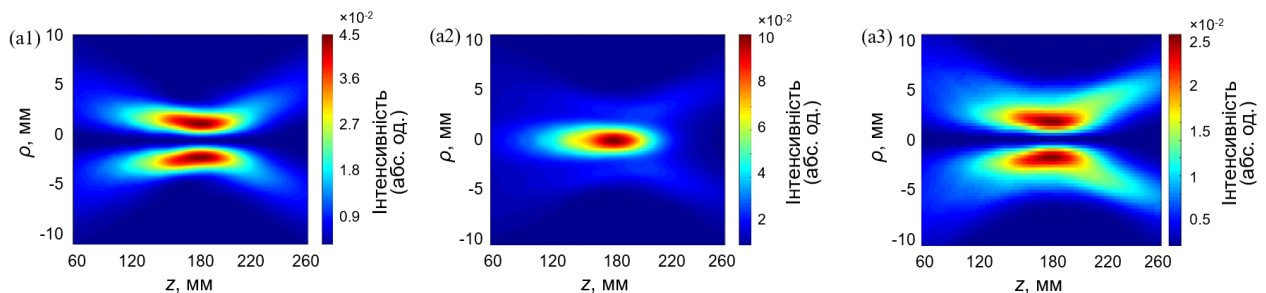


Рис. 3.22. Розраховані поздовжні розподіли інтенсивності поля вихрових лазерних пучків, збуджених модою  $TE_{01}$ , у фокальній області лінзи при помірному фокусуванні для топологічних зарядів  $n = 0$  (a1), 1 (a2) і 2 (a3)

З Рис. 3.23 видно, що у разі помірною фокусування хвильовий фронт вихрового пучка із зарядом  $n = 1$  має два спіральних витки, а хвильовий фронт для пучка із зарядом  $n = 2$  має три спіральних витка. При цьому розподіли інтенсивності поля для  $E_x$  та  $E_y$  компонент мають антисиметричну форму.

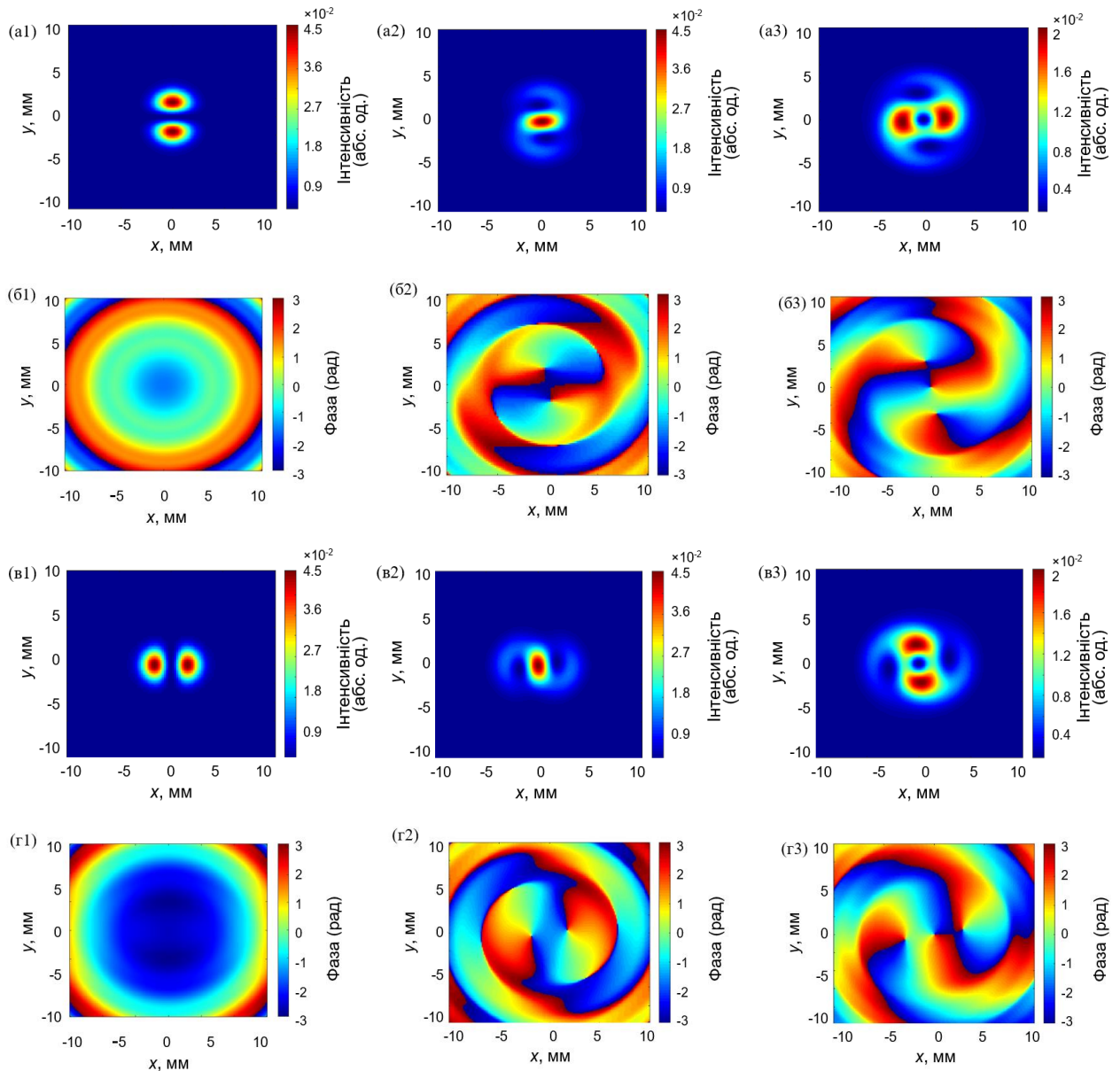


Рис. 3.23. Розраховані поперечні розподіли інтенсивності (а, в) та фази (б, г) компонент поля  $E_x$  (а, б) та  $E_y$  (в, г) вихрових лазерних пучків, збуджених модою  $TE_{01}$ , у фокальній області лінзи при помірному фокусуванні для топологічних зарядів

$$n = 0 \text{ (a1 – г1), } 1 \text{ (a2 – г2) і } 2 \text{ (a3 – г3)}$$



На Рис. 3.24 показано розподіли інтенсивності поля лазерного вихрового пучка, збудженого азимутально поляризованою модою  $TE_{01}$ , вздовж осі  $z$  у разі гострого фокусування для топологічних зарядів  $n = 0, 1$  та  $2$ . Для всіх топологічних зарядів область максимальної інтенсивності утворюється на однаковій відстані від лінзи  $z_2 = 37,25$  мм. Зверніть увагу, що початкова мода  $TE_{01}$  ( $n = 0$ ) сфокусована в кільце. діаметром  $d = 1,08$  мм і довжиною фокальної області  $l_z = 3,35$  мм. Вихровий промінь з  $n = 1$  фокусується в пляму діаметром  $d = 0,45$  мм. Тут довжина фокальної області складає  $l_z = 3,05$  мм. Вихровий пучок при  $n = 2$  фокусується в кільце діаметром  $d = 1,32$  мм. Довжина фокальної області становить  $l_z = 4,75$  мм. З Рис. 3.24 видно, що при топологічних зарядах  $n = 0$  і  $n = 2$  розподіл інтенсивності зберігає кільцеву форму, а при  $n = 1$  профіль пучка стає гаусоподібним.

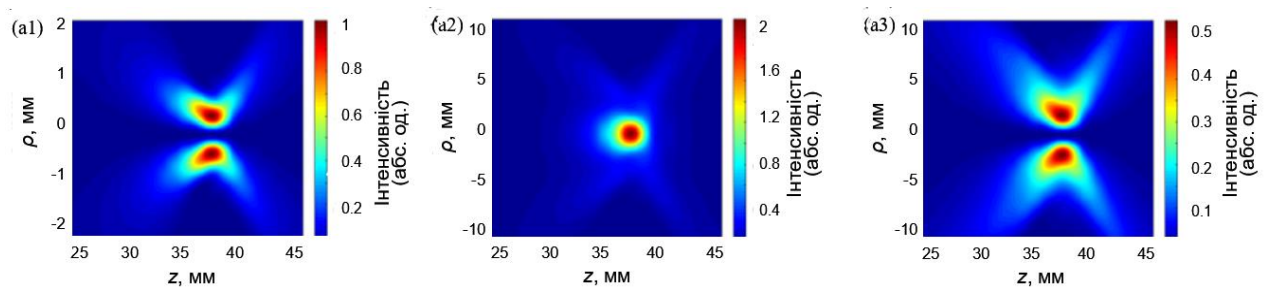


Рис. 3.24. Розраховані поздовжні розподіли інтенсивності поля вихрових лазерних пучків, збуджених модою  $TE_{01}$ , у фокальній області лінзи при гострому фокусуванні для топологічних зарядів  $n = 0$  (a1),  $1$  (a2) і  $2$  (a3)

На Рис. 3.25 наведено розрахункові поперечні розподіли інтенсивності та фази поля для окремих компонент випромінювання моди  $TE_{01}$  у фокальній області лінзи для топологічних зарядів  $n = 0, 1$  та  $2$ . З рисунка видно, що хвильовий фронт вихрового пучка із зарядом  $n = 1$  має два спіральних витки, а хвильовий фронт для пучка із зарядом  $n = 2$  має три спіральні витки. Розподіли

інтенсивності для  $E_x$  та  $E_y$  компоненти поля пучка мають антисиметричну форму, як і в випадку помірного фокусування.

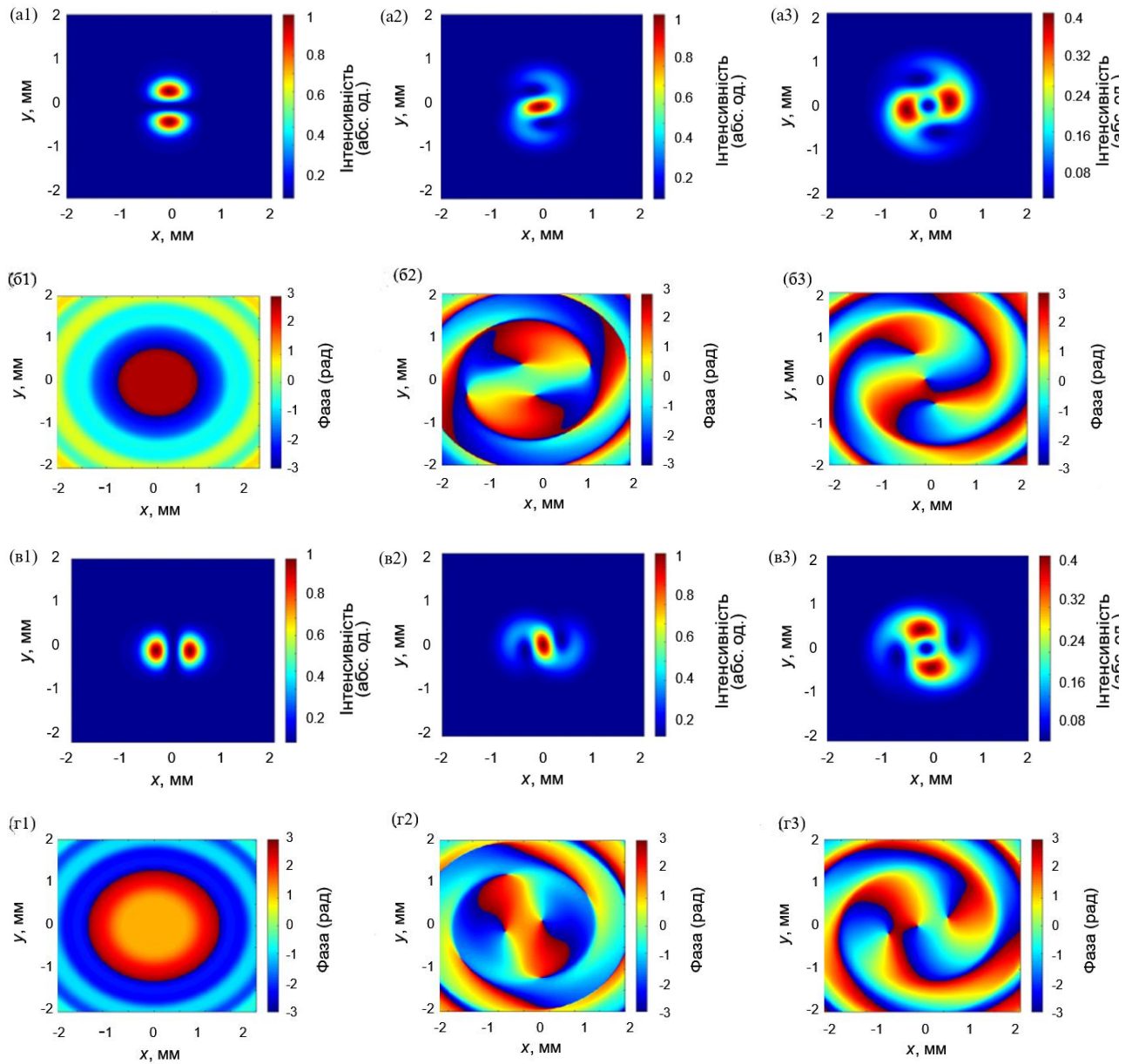


Рис. 3.25. Розраховані поперечні розподіли інтенсивності (а, в) та фази (б, г) компонент поля  $E_x$  (а, б) та  $E_y$  (в, г) вихрових лазерних пучків, збуджених модою  $TE_{01}$ , у фокальній області лінзи при гострому фокусуванні для топологічних зарядів

$$n = 0 \text{ (a1 – г1), } 1 \text{ (a2 – г2) і } 2 \text{ (a3 – г3)}$$

Характер формування просторової динаміки вихрових лазерних пучків, утворених модою  $TE_{01}$ , в металевому резонаторі співпадає з характером формування просторової динаміки в діелектричному резонаторі. Тому тут він не наведений.

Проведемо порівняння фізичних особливостей фокусування лазерних пучків, збуджених лінійно поляризованими  $EH_{11}$  та  $TE_{11}$  модами у випадку їх помірного фокусування. Фокальна пляма для початкової моди  $EH_{11}$  при  $n = 0$  більша, ніж пляма утворена  $TE_{11}$  модою. При  $n = 1$  фокальна пляма вихрового лазерного пучка, збудженого модою  $TE_{11}$ , значно менша, ніж сфокусоване кільце, яке утворене  $EH_{11}$  модою. Порівнюючи розміри сфокусованих кілець, сформованих початковими  $TE_{11}$  та  $EH_{11}$  модами, добре видно, що розмір кільця для  $TE_{11}$  моди значно менше, ніж розмір кільця для  $EH_{11}$  моди. У разі гострого фокусування така тенденція зберігається.

При порівнянні динаміки фокусування лазерних пучків, збуджених модою  $TE_{01}$ , в діелектричному та металевому резонаторах можна відмітити ідентичність їх повздовжніх та поперечних розподілів.

Розподіли інтенсивності та фази поля лазерних пучків, утворених модою  $TM_{01}$ , в металевому резонаторі не наведені в цьому підрозділі. Як було показано в розділі 2, розподіли поля лазерних пучків, сформованих цією модою для діелектричного та металевих резонаторів майже ідентичні.

### Висновки до розділу 3

У даному розділі за допомогою векторної теорії Релея–Зоммерфельда вперше досліджено хвильові характеристики вихрових лазерних пучків у випадку їх гострого та помірною фокусування. Лазерні пучки формувалися модами хвилевідного діелектричного та металевого резонаторів терагерцового лазера.

Показано, що у випадку помірною та гострого фокусування мають місце такі фізичні особливості просторової динаміки лазерних пучків, збуджених модами  $EH_{11}$  і  $TE_{01}$ , діелектричного резонатора. При топологічному заряді СФП  $n = 0$  досліджуваний вихровий пучок, збуджений модою  $EH_{11}$ , має максимум інтенсивності випромінювання на осі. Введення топологічного заряду призводить до появи мінімуму інтенсивності випромінювання на осі, а також до збільшення розміру фокальної плями. Проте для початкової моди  $TE_{01}$  з топологічними зарядами  $n = 0$  і  $n = 2$  розподіл інтенсивності зберігає кільцеву форму, а при  $n = 1$  профіль пучка перетворюється на гаусоподібний. При цьому, розподіли інтенсивності поля для  $E_x$  та  $E_y$  компонент лазерного пучка мають антисиметричну форму.

Хвильовий фронт у фокальній області лінзи для компонент лазерних пучків, збуджених модами  $EH_{11}$  і  $TE_{01}$ , перетворюється зі сферичного на спіральний із збільшенням топологічного заряду. Хвильовий фронт для складової  $E_y$  пучка із зарядом  $n = 1$ , сформованого модою  $EH_{11}$ , має один гвинтовий виток, а із зарядом  $n = 2$  два гвинтових витка. Хвильовий фронт для поперечних компонент пучка, збудженого модою  $TE_{01}$  спостерігаються відповідно два та три гвинтових витка.

При помірному фокусуванні хвильовий фронт для компонент  $E_x$  та  $E_y$  поля вихрового пучка, сформований модою  $TM_{01}$ , із зарядом  $n = 1$  має два спіральних витка, а хвильовий фронт для аналогічних компонент пучка із зарядом  $n = 2$  має три спіральних витка. В той час, коли хвильовий фронт пучка для  $E_z$  компоненти

поля має два та чотири спіральних витка відповідно. Розподіли інтенсивності для  $E_x$  та  $E_y$  компонент поля мають антисиметричну форму при всіх значеннях топологічного заряду. Розподіл інтенсивності для  $E_z$  компоненти поля лазерного пучка при відсутності топологічного заряду має максимум в центрі. Однак, при збільшенні топологічного заряду ( $n = 1$  та  $2$ ) профіль пучка має кільцеподібну форму.

Показано, що у випадку помірною та гострого фокусування мають місце такі фізичні особливості просторової динаміки лазерних пучків, збуджених модою  $TE_{11}$  металевого резонатора. Початкова мода  $TE_{11}$  при значенні топологічного заряду  $n = 0$  та  $2$  утворює фокальну пляму з максимумом на осі, а при значенні  $n = 1$  фокусується в кільце. Показано, що хвильовий фронт для  $E_x$  компоненти вихрового пучка із зарядом  $n = 1$  має три спіральних витка, а хвильовий фронт для лазерного пучка із зарядом  $n = 2$  має вже чотири спіральні витки. Хвильовий фронт для  $E_y$  компоненти вихрового пучка із зарядом  $n = 1$  має один спіральний виток, а хвильовий фронт для пучка із зарядом  $n = 2$  має два спіральні витки. Для лазерного пучка, сформованого модою  $TE_{01}$  металевого резонатора з топологічними зарядами при  $n = 1$  профіль пучка перетворюється на гаусоподібний, а  $n = 0$  і  $n = 2$  розподіл інтенсивності зберігає кільцеву форму. Хвильовий фронт для обох компонент вихрового пучка в поперечному перерізі з зарядом  $n = 1$  має два спіральні витки, а хвильовий фронт пучка для  $n = 2$  профіль має три спіральні витки.

## РОЗДІЛ 4

### ГОСТРЕ ТА ПОМІРНЕ ФОКУСУВАННЯ ЛАЗЕРНИХ ПУЧКІВ, СФОРМОВАНИХ КОМБІНОВАНИМИ МОДАМИ ТЕРАГЕРЦОВОГО ЛАЗЕРА

Випромінювання ТГц діапазону має значний потенціал для застосування в багатьох сферах, включаючи комунікації, отримання мікроскопічних зображень з високою роздільною здатністю, спектроскопію та біологічну інженерію, оскільки ТГц хвиля може проходити скрізь діелектричні матеріали, напівпровідники [143, 144]. Однак широке розповсюдження комерціалізації ТГц технології ще не було реалізовано через відсутність компактного широкодіапазонного та потужного ТГц джерела. Актуальною є розробка лазерів, які працюють в терагерцовому діапазоні, та вивчення характеристик вже існуючих. У ТГц діапазоні також відомо ряд робіт, які присвячено вивченню селекції та фокусуванню пучків з різною просторовою поляризацією [145, 146]. Поздовжні електромагнітні поля у сфокусованих ТГц пучках радіальної та лінійної поляризації отримані в [147]. Використання електрооптичного детектування, яке є фазочутливим, дозволяє вибірково визначати поздовжні і поперечні компоненти поля. Поздовжньо поляризована терагерцова хвиля шляхом фокусування ТГц-пучка досліджена в [148]. У [149] встановленні фізичні закономірності формування та фокусування мод вищого порядку діелектричного хвилевідного резонатора ТГц лазера. Відомо, що у експериментальних моделях лазерів ефективно збуджуються комбіновані моди. Однак цьому питанню не приділялось уваги, тому їх дослідження є актуальною задачею.

У даному розділі вивчено особливості структури поля комбінованих мод  $TE_{0n}+EH_{2n}$  та  $EH_{-1n}+EH_{3n}$  ( $n = 1, 2, 3$ ) діелектричного резонатора терагерцового лазера у вільному просторі та властивостей лазерних пучків, утворених даними модами при їх помірному та гострому фокусуванні.

Матеріали цього розділу опубліковані в наступних працях автора [150–152].

#### 4.1 Теоретичні співвідношення

Моди досліджуваного лазерного резонатора, які використовуються для фокусування випромінювання, збігаються з модами круглого порожнистого діелектричного хвилеводу. Поширення лазерного випромінювання у вільному просторі вздовж осі  $z$  можна описати інтегралами Релея-Зоммерфельда. Теоретичну схему розрахункової моделі фокусування лазерних пучків наведено на Рис. 4.1. Задамо в початковій площині випромінювання у вигляді комбінованих лінійно поляризованих  $TE_{0n}+EH_{2n}$  та  $EH_{-1n}+EH_{3n}$  ( $n = 1, 2, 3$ ) мод круглого діелектричного хвилеводу радіуса  $a_1$ . Компоненти електромагнітних полів в площині джерела  $z = 0$  можна описати наступними виразами [153]:

$$TE_{0n}+EH_{2n}\text{-мода:} \quad \begin{cases} \vec{E}_r(r, \phi) = A_{0n} J_1 \left( \chi_{0n} \frac{r}{a_1} \right) \sin(2\phi), \\ \vec{E}_\phi(r, \phi) = A_{0n} J_1 \left( \chi_{0n} \frac{r}{a_1} \right) (1 + \cos 2\phi), \end{cases} \quad (4.1)$$

$$EH_{-1n}+EH_{3n}\text{-мода:} \quad \begin{cases} \vec{E}_r(r, \phi) = B_{3n} J_2 \left( \chi_{3n} \frac{r}{a_1} \right) (-\sin(\phi) + \sin(3\phi)), \\ \vec{E}_\phi(r, \phi) = B_{3n} J_2 \left( \chi_{3n} \frac{r}{a_1} \right) (\cos(\phi) + \cos(3\phi)), \end{cases} \quad (4.2)$$

де  $A_{0n} = \frac{1}{\sqrt{2\pi} J_2(\chi_{0n})}$ ,  $B_{3n} = \frac{1}{a\sqrt{2\pi} J_3(\chi_{3n})}$  – нормуючі множники;  $J_2, J_3$  – функції

Бесселя першого роду,  $\chi_{0n}, \chi_{3n}$  – корені рівнянь.

Використовуючи векторну теорію Релея-Зоммерфельда в непараксіальному наближенні та вирази (4.1) та (4.2), знаходимо компоненти

поля даних мод на входній апертурі лінзи. Далі, врахувавши функцію фазової корекції лінзи, і знову застосувавши інтеграли Релея-Зоммерфельда отримаємо компоненти поля досліджуваних мод в фокальній області лінзи.

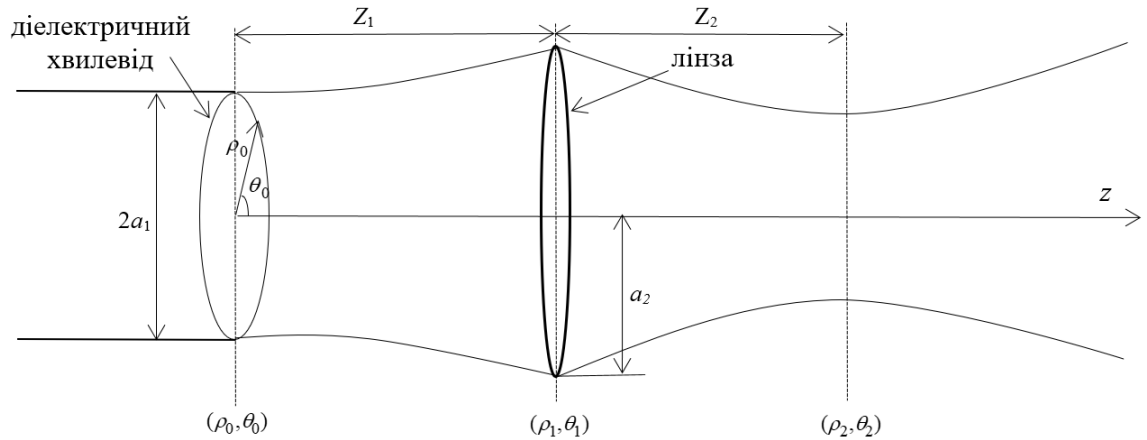


Рис. 4.1. Теоретична схема розрахункової моделі фокусування лазерних пучків.

Для лінійно поляризованих комбінованих  $TE_{0n}+EH_{2n}$ -мод компоненти поля в фокальній області лінзи мають вигляд:



$$\left\{ \begin{aligned}
E_r(\rho_2, \theta_2, z_2) &= \frac{-ik^2 z_1 z_2}{\xi_2^2} \exp(ik\xi_2) \sin(\theta_2) A_{2n} \int_0^{a_2} \frac{\exp(ik\xi_1)}{\xi_1^2} \int_0^{a_1} J_1\left(\chi_{0n} \frac{r}{a_1}\right) J_1(\gamma_1 r) \times \\
&\times \exp\left(\frac{ikr^2}{2\xi_1}\right) r dr J_1(\gamma_2 \rho_1) \exp\left(\frac{ik\rho_1^2}{2\xi_2}\right) Ph(\rho_1) \rho_1 d\rho_1, \\
E_\phi(\rho_2, \theta_2, z_2) &= \frac{-ik^2 z_1 z_2}{\xi_2^2} \exp(ik\xi_2) \cos(\theta_2 + 1) A_{2n} \int_0^{a_2} \frac{\exp(ik\xi_1)}{\xi_1^2} \int_0^{a_1} J_1\left(\chi_{0n} \frac{r}{a_1}\right) \times \\
&\times J_1(\gamma_1 r) \exp\left(\frac{ikr^2}{2\xi_1}\right) r dr J_1(\gamma_2 \rho_1) \exp\left(\frac{ik\rho_1^2}{2\xi_2}\right) Ph(\rho_1) \rho_1 d\rho_1, \\
E_z(\rho_2, \theta_2, z_2) &= \frac{ik^2 z_1}{\xi_2^2} \exp(ik\xi_2) \sin(\theta_2) A_{2n} \int_0^{a_2} \frac{\exp(ik\xi_1)}{\xi_1^2} \int_0^{a_1} J_1\left(\chi_{0n} \frac{r}{a_1}\right) \times \\
&\times J_1(\gamma_1 r) \exp\left(\frac{ikr^2}{2\xi_1}\right) r dr [\rho_1 J_2(\gamma_2 \rho_1) - i\rho_2 J_1(\gamma_2 \rho_1)] \exp\left(\frac{ik\rho_1^2}{2\xi_2}\right) Ph(\rho_1) \rho_1 d\rho_1.
\end{aligned} \right. \quad (4.3)$$

Для лінійно поляризованих комбінованих  $EH_{-1n} + EH_{3n}$ -мод компоненти поля в фокальній області лінзи мають вигляд:

$$\left\{ \begin{aligned}
E_r(\rho_2, \theta_2, z_2) &= \frac{k^2 z_1 z_2}{\xi_2^2} \exp(ik\xi_2) B_{3n} \int_0^{a_2} \frac{2\exp(ik\xi_1)}{\xi_1^2} \int_0^{a_1} J_2\left(\chi_{3n} \frac{r}{a_1}\right) J_1(\gamma_2 r) \times \\
&\times \exp\left(\frac{ikr^2}{2\xi_1}\right) r dr [J_3(\gamma_2 \rho_1) \sin(3\theta_2) - J_1(\gamma_2 \rho_1) \sin(\theta_2)] \exp\left(\frac{ik\rho_1^2}{2\xi_2}\right) Ph(\rho_1) \rho_1 d\rho_1, \\
E_\phi(\rho_2, \theta_2, z_2) &= \frac{k^2 z_1 z_2}{\xi_2^2} \exp(ik\xi_2) B_{3n} \int_0^{a_2} \frac{2\exp(ik\xi_1)}{\xi_1^2} \int_0^{a_1} J_2\left(\chi_{3n} \frac{r}{a_1}\right) \times \\
&\times J_1(\gamma_2 r) \exp\left(\frac{ikr^2}{2\xi_1}\right) r dr [J_3(\gamma_2 \rho_1) \cos(3\theta_2) + J_1(\gamma_2 \rho_1) \cos(\theta_2)] \exp\left(\frac{ik\rho_1^2}{2\xi_2}\right) Ph(\rho_1) \rho_1 d\rho_1, \\
E_z(\rho_2, \theta_2, z_2) &= \frac{-k^2 z_1}{\xi_2^2} \exp(ik\xi_2) B_{3n} \int_0^{a_2} \frac{2\exp(ik\xi_1)}{\xi_1^2} \int_0^{a_1} J_2\left(\chi_{3n} \frac{r}{a_1}\right) \times \\
&\times J_1(\gamma_2 r) \exp\left(\frac{ikr^2}{2\xi_1}\right) r dr [J_3(\gamma_2 \rho_1) \sin(3\theta_2) - J_1(\gamma_2 \rho_1) \sin(\theta_2)] \rho_2 \exp\left(\frac{ik\rho_1^2}{2\xi_2}\right) Ph(\rho_1) \rho_1 d\rho_1.
\end{aligned} \right. \quad (4.4)$$

де  $k = 2\pi / \lambda$  – хвильове число,  $\lambda$  – довжина хвилі;  $z_1$  – відстань від вихідного дзеркала резонатора до лінзи,  $z_2$  – відстань від фокальної площини лінзи до площини спостереження;  $\rho_1, \theta_1, z_1$  – циліндричні координати в площині лінзи;  $\xi_1 = \sqrt{z_1^2 + \rho_1^2}$ ;  $\gamma_1 = k\rho_1 / \xi_1$ ;  $\rho_2, \theta_2, z_2$  – циліндричні координати в площині спостереження за лінзою;  $\xi_2 = \sqrt{(F + z_2)^2 + \rho_2^2}$ ;  $\gamma_2 = k\rho_2 / \xi_2$ ,  $a_1$  – радіус хвилеводу;  $a_2$  – радіус лінзи;  $Ph(\rho_1) = \exp(-i\pi\rho_1^2 / \lambda F)$  – функція фазової корекції лінзи,  $F$  – фокусна відстань лінзи.

## 4.2 Результати розрахунків та їх аналіз

На підстави виразів (4.3) та (4.4) було проведено розрахунки сумарної інтенсивності поля досліджуваних комбінованих мод  $I = |E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2$  при гострому та помірному фокусуванні. Довжина хвилі досліджуваного випромінювання склала 0,4326 мкм (лінія генерації ТГц лазера з оптичним накачуванням на молекулі мурашиної кислоти HCOOH). Довжина хвилеводу склала  $L = 1848$  мм. Радіус хвилеводу  $a_1 = 17,5$  мм, а радіус лінзи  $a_2 = 25$  мм. Фокусна відстань лінзи відповідно згідно умов помірнього фокусування обиралася рівною  $F = 160$  мм (числова апертура лінзи  $NA = 0,16$ ), а гострого фокусування  $F = 36,36$  мм ( $NA = 0,57$ ).

На Рис. 4.2 зображені поперечні розподіли сумарної інтенсивності поля  $TE_{03} + EH_{23}$  (а) та  $EH_{-13} + EH_{33}$  (б) мод у вільному просторі на відстані 300 мм від вихідного дзеркала лазера. Дані комбіновані моди мають найбільшу розбіжність серед досліджуваних. З рисунків видно, що лінза радіусом 25 мм на цій відстані дозволяє практично повністю перехоплювати пучки досліджуваних мод.

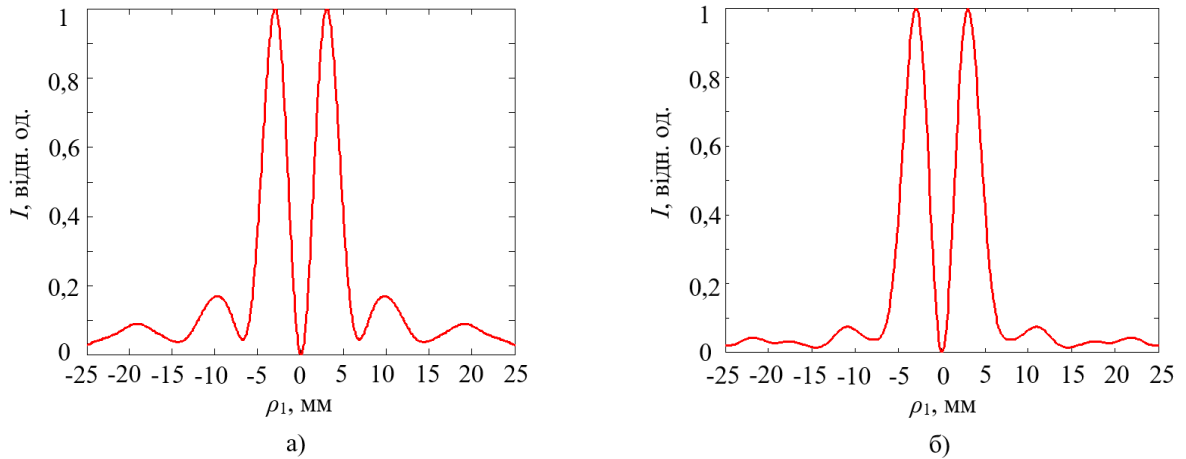


Рис. 4.2. Поперечний розподіл інтенсивності поля лазерних пучків, збуджених модами  $TE_{03}+EH_{23}$  (а) та  $EH_{-13}+EH_{33}$  (б) мод у вільному просторі на відстані 300 мм від вихідного дзеркала лазера

На Рис. 4.3 наведено розподіли сумарної інтенсивності поля комбінованих лінійно поляризованих  $TE_{0n}+EH_{2n}$  мод ( $n = 1,2,3$ ) при помірному та гострому фокусуванні. Сумарна інтенсивність поля даних мод визначається усіма трьома компонентам та на осі має провал. Максимум поля мають центральні лепестки даних мод, які помітно зміщені від фокусу лінзи. Через складну структуру поля досліджуваних комбінованих мод їх діаметри  $d_{\sigma}$  в областях максимальних інтенсивностей  $z_{lmax}$  при гострому та помірному фокусуванні було розраховано за формулою [146]:

$$d_{\sigma} = 2 \sqrt{\frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \rho^2 I(\rho, \beta, z) \rho d\rho d\beta}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} I(\rho, \beta, z) \rho d\rho d\beta}}$$

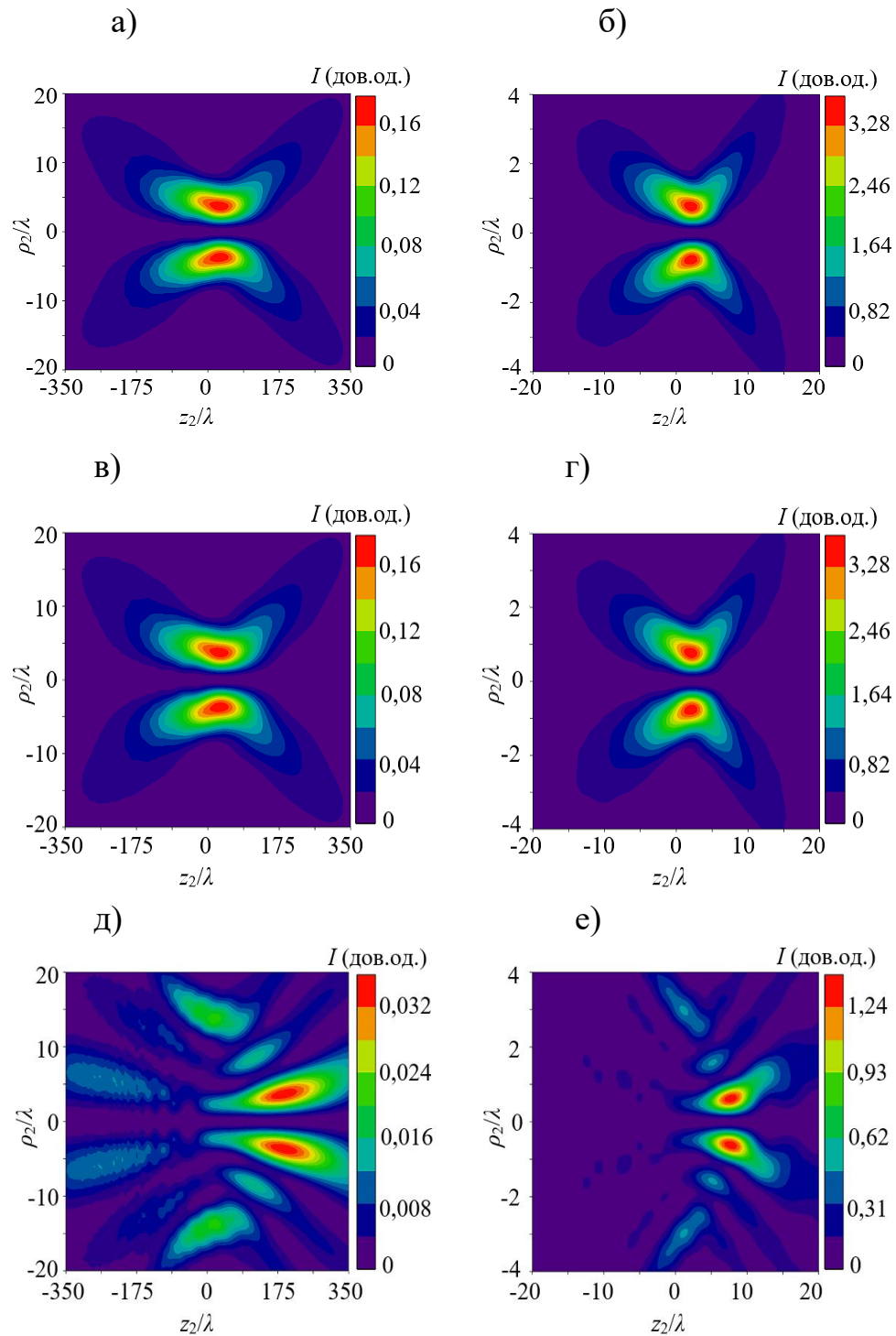


Рис. 4.3. Розрахункові розподіли сумарної інтенсивності поля лазерних пучків, збуджених модами  $TE_{01} + EH_{21}$  (а, б),  $TE_{02} + EH_{22}$  (в, г) та  $TE_{03} + EH_{23}$  (д, е) мод при помірному (а, в, д) та гострому (б, г, е) фокусуванні в фокальній області лінзи

Максимальна інтенсивність поля  $TE_{01}+EH_{21}$  моди при помірному фокусуванні знаходиться на відстані  $z_{I_{max}} = 11,56 \lambda$ , а при гострому  $z_{I_{max}} = 1,48 \lambda$ . Діаметр пучка в даній області при помірному фокусуванні для моди  $TE_{01}+EH_{21}$  становив  $d_{\sigma} = 13,65 \lambda$ , а при гострому  $d_{\sigma} = 4,15 \lambda$ . У  $TE_{02}+EH_{22}$  – моди максимальна інтенсивність поля при помірному фокусуванні знаходиться на відстані  $z_{I_{max}} = 36,98 \lambda$ , а при гострому  $z_{I_{max}} = 3,79 \lambda$ . При цьому діаметр пучка в області максимальної інтенсивності для даної моди склав  $d_{\sigma} = 26,74 \lambda$  при помірному і  $d_{\sigma} = 8,36 \lambda$  при гострому фокусуванні. Що стосується моди  $TE_{03}+EH_{23}$ , то її максимальна інтенсивність поля при помірному фокусуванні знаходиться на відстані  $z_{I_{max}} = 64,72 \lambda$ , а при гострому  $z_{I_{max}} = 4,95 \lambda$ . Діаметр пучка в даній області при помірному фокусуванні для моди  $TE_{03}+EH_{23}$  становив  $d_{\sigma} = 43,30 \lambda$ , а при гострому  $d_{\sigma} = 14,10 \lambda$ .

На Рис. 4 наведено розподіли сумарної інтенсивності поля комбінованих лінійно поляризованих  $EH_{-1n}+EH_{3n}$  – мод ( $n = 1, 2, 3$ ) при помірному та гострому фокусуванні.

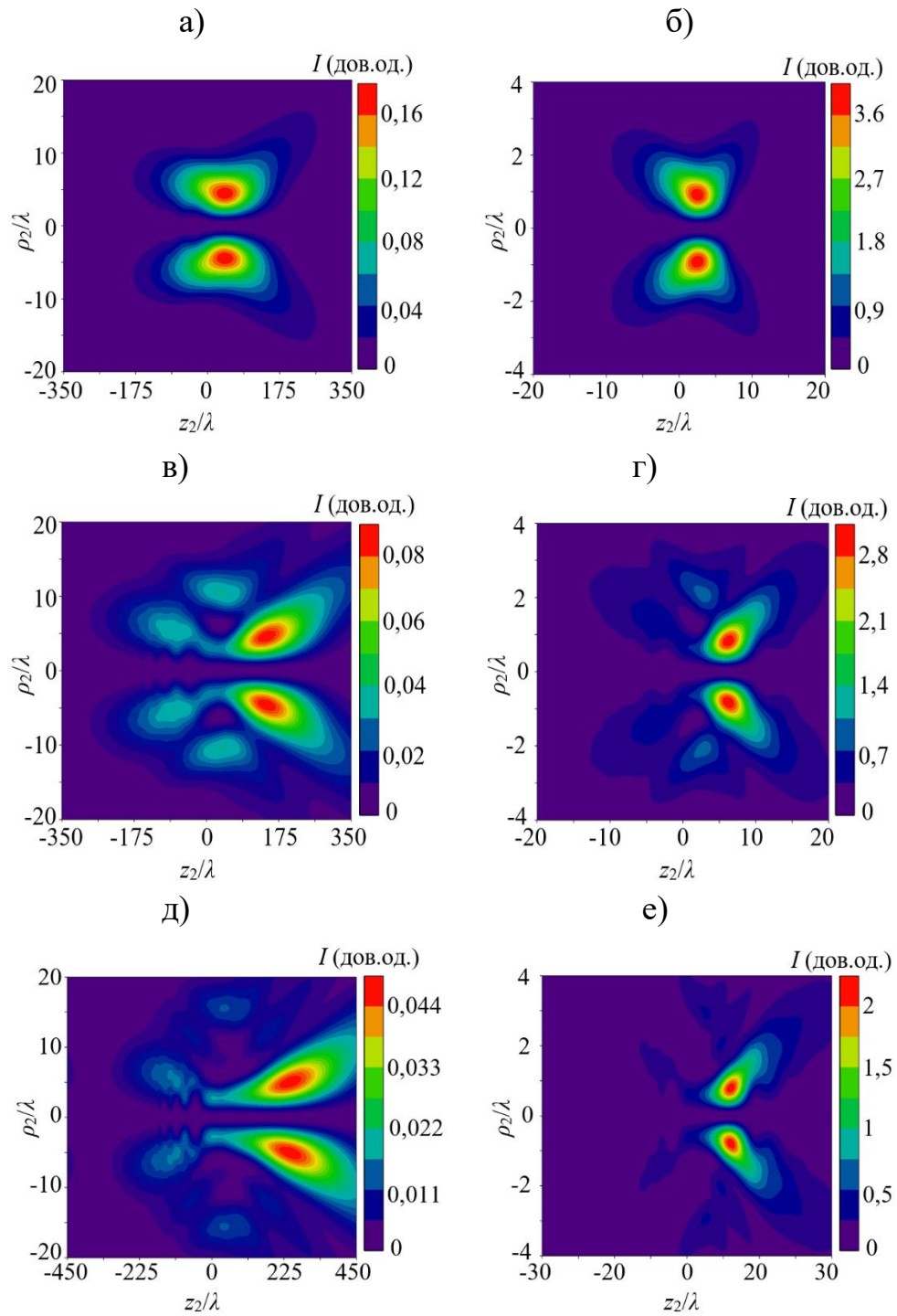


Рис. 4.4. Розрахункові розподіли сумарної інтенсивності поля лазерних пучків, збуджених модами  $EH_{-11} + EH_{31}$  (а, б),  $EH_{-12} + EH_{32}$  (в, г) та  $EH_{-13} + EH_{33}$  (д, е) мод при помірному (а, в, д) та гострому (б, г, е) фокусуванні в фокальній області лінзи

Сумарна інтенсивність поля даних мод, як і для комбінованих  $TE_{0n}+EH_{2n}$  мод, визначається усіма трьома компонентами та на осі має провал при обох видах фокусування. Максимум поля мають центральні лепестки даних мод, які також зміщені від фокальної площини. Максимальна інтенсивність поля  $EH_{-11}+EH_{31}$  моди при помірному фокусуванні знаходиться на відстані  $z_{I_{max}} = 36,98 \lambda$ , а при гострому  $z_{I_{max}} = 2,06 \lambda$ . Діаметр пучка в даній області при помірному фокусуванні для моди  $EH_{-11}+EH_{31}$  становив  $d_{\sigma} = 14,58 \lambda$ , а при гострому  $d_{\sigma} = 2,94 \lambda$ . У  $EH_{-12}+EH_{32}$  – моди максимальна інтенсивність поля при помірному фокусуванні знаходиться на відстані  $z_{I_{max}} = 115,58 \lambda$ , а при гострому  $z_{I_{max}} = 6,10 \lambda$ . При цьому діаметр пучка в області максимальної інтенсивності для даної моди склав  $d_{\sigma} = 24,21 \lambda$  при помірному і  $d_{\sigma} = 4,27 \lambda$  при гострому фокусуванні. Що стосується моди  $EH_{-13}+EH_{33}$ , то її максимальна інтенсивність поля при помірному фокусуванні знаходиться на відстані  $z_{I_{max}} = 196,49 \lambda$ , а при гострому  $z_{I_{max}} = 8,41 \lambda$ . Діаметр пучка в даній області при помірному фокусуванні для моди  $EH_{-13}+EH_{33}$  становив  $d_{\sigma} = 33,81 \lambda$ , а при гострому  $d_{\sigma} = 5,24 \lambda$ .

Теоретичні результати розрахунку діаметрів  $d_{\sigma}$  в областях положень максимумів інтенсивності  $z_{I_{max}}$  (відносно фокусу) поля комбінованих мод наведено в Табл. 1.

**Таблиця 1.** Діаметри фокальної плями та положення максимумів інтенсивності комбінованих мод

Типи мод	NA = 0,68		NA = 0,16	
	$z_{I_{max}} / \lambda$	$d_{\sigma} / \lambda$	$z_{I_{max}} / \lambda$	$d_{\sigma} / \lambda$
$TE_{01}+EH_{21}$	1,48	4,15	11,56	13,65
$TE_{02}+EH_{22}$	3,79	8,36	36,98	26,74
$TE_{03}+EH_{23}$	4,95	14,10	64,72	43,30
$EH_{-11}+EH_{31}$	2,06	2,94	36,98	14,58
$EH_{-12}+EH_{32}$	6,10	4,27	115,58	24,21
$EH_{-13}+EH_{33}$	8,41	5,24	196,49	33,81

### 4.3 Експериментальна установка

Експериментальні дослідження проводили на установці, зібраній на кафедрі квантової радіофізики ХНУ імені В.Н. Каразіна. Структурна схема даної установки на основі терагерцового лазера з оптичним накачуванням наведена на Рис. 4.5.

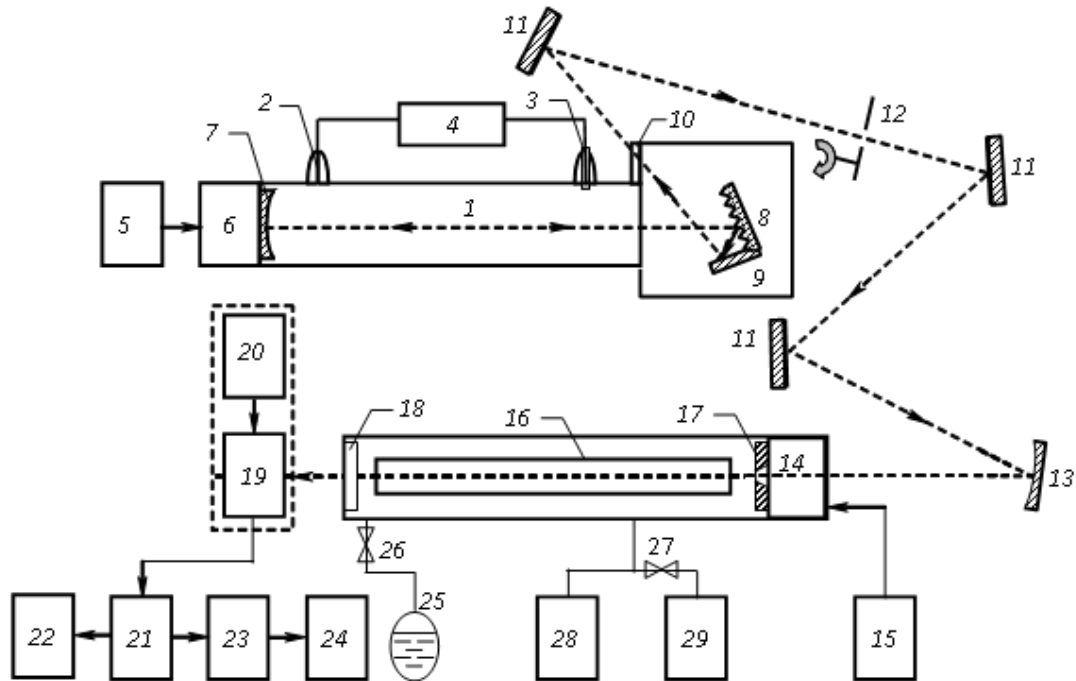


Рис. 4.5. Структурна схема експериментальної установки: 1 - CO<sub>2</sub>-лазер; 2 – катод; 3 – анод; 4 – високовольтне джерело живлення; 5 – джерело постійної напруги; 6 – п'єзоелемент; 7, 13 – сферичні дзеркала; 8 – ешелет; 9 – кутовий відбивач; 10 – пластина NaCl; 11 – плоскі дзеркала; 12 – механічний модулятор; 14 – механізм переміщення дзеркала; 15 - електропривод; 16 - порожнистий діелектричний (металевий) хвилевід; 17 – вхідне дзеркало; 18 – вихідне дзеркало; 19 – детектор; 20 - пристрій сканування пучка; 21 – селективний підсилювач; 22 - осцилограф; 23 - АЦП; 24 - комп'ютер; 25 - колба з HCOOH; 26 – натіковий вентиль; 27 – запірний вентиль; 28 - вакуумметр; 29 – форвакуумний насос



Установка включає 5 основних блоків:

- безперервний перестроювальний CO<sub>2</sub>-лазер із збудженням розрядом постійного струму;
- система поворотних дзеркал, що забезпечує фокусування випромінювання CO<sub>2</sub>-лазера на отворі зв'язку дзеркала ТГц осередку;
- ТГц комірка;
- система відкачування та наповнення ТГц осередку робочою сумішшю;
- система реєстрації ТГц випромінювання.

#### CO<sub>2</sub>-лазер.

В установці для збудження робочої молекули ТГц лазера використовується CO<sub>2</sub>-лазер, що працює в безперервному режимі генерації з постійного розрядом струму. Випромінювання даного лазера має лінійну поляризацію. Тліючий розряд постійного струму здійснюється від стабілізованого джерела 4 напругою 20 кВ при струмі розряду до 40 мА. Резонатор лазера утворений сферичним дзеркалом 7 з радіусом кривизни 10 м та дифракційною решіткою типу «ешелет» 8. Довжина резонатора 1500 мм. Поворотом ешелету здійснюється перестроювання лазера лініями генерації *P* і *R* гілок. Для збереження напрямку вихідного з резонатора в «0» порядок ешелету випромінювання використовується кутувий відбивач ешелет - дзеркало 9. Лазер працює на суміші газів CO<sub>2</sub>+N<sub>2</sub>+He+Xe у співвідношенні 1:1:4:0,25 при сумарному тиску робочої суміші 12 мм рт.ст.

Передбачена можливість плавного перестроювання частоти лазера в межах контуру лінії посилення при переміщенні дзеркала 7. Дзеркало закріплено на п'єзоелементі типу КП-1, що забезпечує зміщення на ± 5 мкм при подачі на нього напруги ± 50 від джерела постійного струму 5. Потужність випромінювання

лазера в центрах  $P$  та  $R$  гілок генерації не менше 40 Вт. Випромінювання лазера модулюється механічним переривником 12.

Система поворотних дзеркал складається з трьох плоских дзеркал 11 і сферичного дзеркала з фокусною відстанню 0,5 м і забезпечує фокусування випромінювання  $\text{CO}_2$ -лазера на отворі зв'язку дзеркала 14 терагерцової комірки. Така побудова системи введення випромінювання накачування в комірку забезпечує хорошу розв'язку  $\text{CO}_2$ -лазера від відбитого коміркою його випромінювання. Цим усувається вплив на характеристики випромінювання  $\text{CO}_2$ -лазера ТГц комірки під час її перестроювання.

Терагерцова комірка являє собою вакуумний об'єм, усередині якого розміщується відрізок круглого діелектричного хвилеводу 16 діаметром 35 мм і довжиною 1848 мм. Резонатор лазера утворений відрізком хвилеводу та двома плоскими дзеркалами 17, 18. Вхідне дзеркало 17 – мідне із центральним отвором зв'язку 1,5 мм. Така неоднорідність вносить незначні зміни у втрати та розподіл інтенсивності резонаторних мод. Вихідні дзеркала 18 вибиралися виходячи з необхідності отримання заданої поперечної моди генерації, і являли собою двомірні ємнісні решітки, так і аксіально-симетричні дифракційні решітки.

При дослідженні лазера з порожнистим металевим хвилеводом в діелектричний хвилевід 16 на кільцях центру вставлявся круглий мідний хвилевід діаметром 19,9 мм такої ж довжини, як і діелектричний. Використовувалися дзеркала резонатора з тими самими параметрами, що діелектричного. Вхідне дзеркало 17 закріплено в механізмі плоскопаралельного переміщення, що дозволяє зміщувати дзеркало на відстань більше 2 мм при паралельності переміщення не гірше  $10'$ .

Система відкачування і наповнення робочою сумішшю терагерцової комірки включає в себе форвакуумний насос 29, вакуумметр 28, запірний вентиль 27, натікальний вентиль 26 і об'єм з робочим газом 25. Така побудова системи напуску забезпечувало підтримку постійним тиск робочої суміші  $\sim 10^{-1}$  мм рт.ст.

Система реєстрації терагерцового випромінювання складається з піроелектричного детектора 19, закріпленого у спеціальному пристрої, що дозволяє досліджувати поперечний розподіл вихідної інтенсивності випромінювання лазера на різних азимутах. Приймач міг розташовуватися на відстані від 10 см до 1,5 м від вихідного дзеркала 18 осередку.

Сигнал піроелектричного детектора посилювався селективним підсилювачем типу 21 У2-8 і надходив на АЦП 23 і комп'ютер 24. Сигнал підсилювача візуально спостерігався на осцилографі типу С1-83 22.

При вимірюванні ступеня поляризації вихідного випромінювання ТГц лазера як поляризатор використовувалася одномірна дротяна решітка з кроком 40 мкм і діаметром дроту 8 мкм.

Ступінь поляризації випромінювання визначалася як:

$$P = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{U_{\max} + U_{\min}}$$

де  $U_{\max}$  - максимальний сигнал приймача, який пройшов через поляризатор випромінювання,  $U_{\min}$  - мінімальний сигнал.

Потужність випромінювання ТГц лазера вимірювалася болометричним вимірювачем потужності типу БИМО-1, розробленим та виготовленим на кафедрі квантової радіофізики ХНУ. Потужність СО<sub>2</sub>-лазера вимірювалася калориметричним вимірником потужності типу ИМО-2Н. При виконанні роботи основні експерименти проведено на довжині хвилі 432,6 мкм (лінія генерації терагерцового лазера на молекулі мурашиної кислоти НСООН). Лінія генерації СО<sub>2</sub>-лазера 9R20 з довжиною хвилі 9,27 мкм.

Методика вимірювань аналогічна описаній у [154]. Спектр власних мод резонатора реєструвався при зміні довжини резонатора електроприводом 15. Повні енергетичні втрати за круговий обхід  $\delta$  визначалися за вимірною шириною резонансної кривої. Поперечні моди ідентифікувалися за міжмодовими

інтервалами, які розраховувалися за їх фазовими зрушеннями за круговий обхід резонатора, і відомим з теорії поперечних розподілів інтенсивності [155]. Вимірювання поперечних розподілів інтенсивності поблизу вихідного відбивача резонатора проводилося при скануванні піроелектричного приймача 19 з просторовою роздільною здатністю 1 мм у площині перпендикулярної напрямку поширення випромінювання.

#### 4.4 Порівняння результатів розрахунків та експериментів

Структурна схема хвилевідного ТГц лазера з оптичним накачуванням та експериментальної установки для його дослідження докладно описано у [149, 156]. Для збудження робочої молекули НСООН-лазера використовується працюючий у безперервному режимі генерації з розрядом постійного струму СО<sub>2</sub>-лазер, описаний у [157]. Для дослідження фокусування комбінованих мод в резонаторі ТГц лазера використовувалися вхідне неоднорідне фазоступеневе та вихідне однорідне дзеркало [149]. Спектр збуджуваних мод, отриманий експериментально з використанням даних дзеркал, наведено на Рис 4.6. Потужність випромінювання ТГц-лазера на модах  $EH_{11q}$ , та  $TE_{01q}+EH_{21q}$  склала 3,6 мВт, а на модах  $EH_{-11q}+EH_{31q}$  та  $EH_{12q}$  – 2,9 мВт Для дослідження гострого та помірною фокусування комбінованих мод лазер налагоджувався на більш потужну лінійно поляризовану моду  $TE_{01q}+EH_{21q}$ . Для повного перехоплення пучка на відстані  $z = 300$  мм було встановлено короткофокусну лінзу з фокусною відстанню 36,36 мм та довгофокусну лінзу з фокусною відстанню 160 мм. Було виміряно поперечні розміри пучків випромінювання даної моди при обох видах фокусування (гострому та помірному).

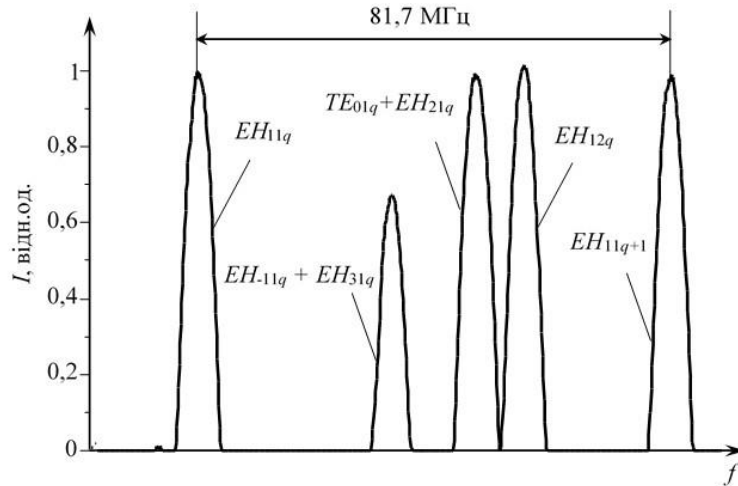


Рис. 4.6 Перестроювальна характеристика хвилевідного НСООН-лазера

Теоретично та експериментально було встановлено, що максимум інтенсивності поля моди  $TE_{01q} + EH_{21q}$  при помірному фокусуванні знаходився на відстані  $z_{lmax} = 11,56 \lambda$ , а при гострому –  $z_{lmax} = 1,48 \lambda$ . Розподіли інтенсивності на отриманих відстанях для сфокусованої комбінованої моди при помірному та гострому фокусуванні в поперечній площині наведено на Рис. 4.7. З рисунків видно, що поперечний розподіл сумарної інтенсивності поля  $TE_{01q} + EH_{21q}$ -моди діелектричного хвилеводу в області мінімального розміру сфокусованих пучків випромінювання зберігає кільцеподібний вигляд, як при помірному, так і при гострому фокусуванні. Експериментальні та розрахункові розподіли сфокусованої  $TE_{01q} + EH_{21q}$  -моди збігаються не повністю. Розходження зумовлено використанням піроелектричного приймача з просторовою роздільною здатністю 0,2 мм та аберацією лінзи.

Діаметр сфокусованої моди  $TE_{01q} + EH_{21q}$  при помірному фокусуванні ( $NA = 0,16$ ) в експерименті становив  $FWHM = 12,9 \lambda$  ( $FWHM = 13,6 \lambda$  – в розрахунках), а при гострому ( $NA = 0,68$ ) в експерименті  $FWHM = 2,2 \lambda$  ( $FWHM = 2,55 \lambda$  – в розрахунках).

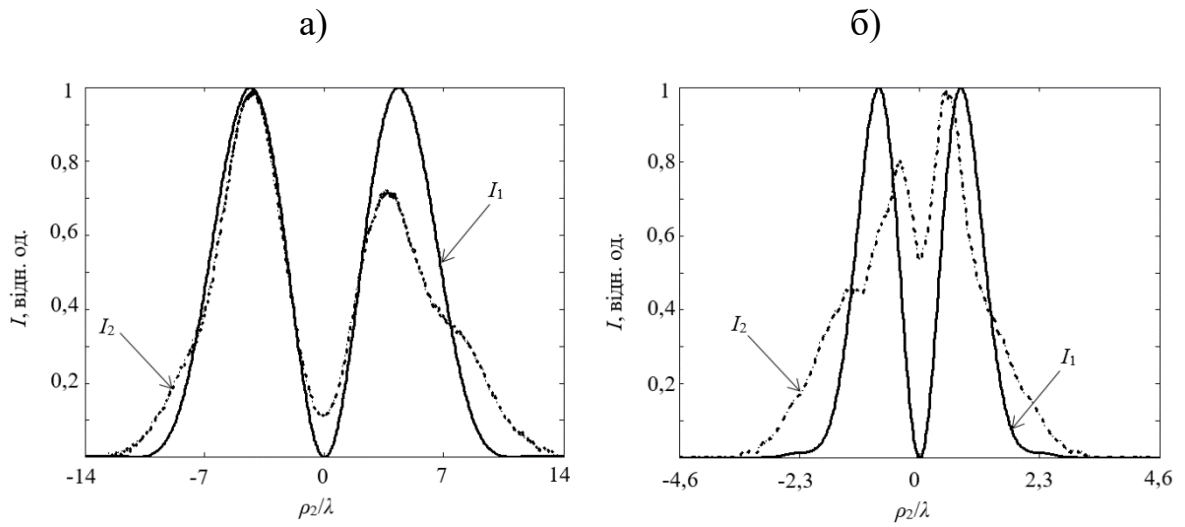


Рис. 4.7. Розрахункові ( $I_1$ ) та експериментальні ( $I_2$ ) розподіли сумарної інтенсивності поля лазерного пучка, збудженого модами  $TE_{01q} + EH_{21q}$ -моди при помірному (а) та гострому (б) фокусуванні в поперечній площині

#### Висновки до розділу 4

Вперше теоретично та експериментально встановлено фізичні особливості просторово-енергетичних характеристик при гострому та помірному фокусуванні у вільному просторі лазерних пучків випромінювання з лінійною поляризацією поля, які збуджуються комбінованими модами резонатора лазера на основі круглого діелектричного хвилеводу.

Показано, що сумарна інтенсивність поля, як комбінованих  $TE_{0n}+EH_{2n}$ , так і  $EH_{-1n}+EH_{3n}$  мод, визначається усіма трьома компонентами. Центральні максимуми поля даних мод значно зміщуються від геометричних фокусів досліджуваних лінз зі збільшенням свого порядку  $n$ . Найменший діаметр фокальної плями в області максимальної інтенсивності має  $EH_{-11}+EH_{31}$  мода при гострому фокусуванні, найбільший діаметр плями має при помірному фокусуванні  $TE_{03}+EH_{23}$  мода.

Теоретично встановлено та експериментально підтверджено, що поперечний розподіл сумарної інтенсивності поля  $TE_{01q}+EH_{21q}$  моди діелектричного хвилевідного резонатора в області максимальної інтенсивності сфокусованих пучків випромінювання зберігає кільцеподібний вигляд, як при помірному, так і при гострому фокусуванні.

## ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

У роботі отримано такі нові результати для лазерних пучків безперервного випромінювання в терагерцовому діапазоні частот:

1. На основі дифракційних інтегралів Релея-Зоммерфельда вперше отримано аналітичні вирази для опису непараксіальної дифракції у вільному просторі мод діелектричного та металевого резонаторів терагерцового лазера у процесі їх взаємодії зі спіральною фазовою пластиною з різними топологічними зарядами ( $n = 0, 1$  і  $2$ ).

2. Вперше чисельно встановлені фізичні особливості просторово-енергетичних характеристик вихрових лазерних пучків безперервного випромінювання терагерцового діапазону, сформованих спіральною фазовою пластиною, при їх поширенні у вільному просторі:

– показано, що спіральна фазова пластина для лазерного пучка, збудженого лінійно поляризованою модою  $EH_{11}$  діелектричного резонатора, з просторової структури із максимумом інтенсивності в центрі ( $n = 0$ ) формує кільцеву структуру ( $n = 1, 2$ ). Для лазерних пучків, утворених азимутально поляризованою  $TE_{01}$  модою та радіально поляризованою  $TM_{01}$  модою, їх початковий кільцевий профіль ( $n = 0$ ) перетворюється в профіль із максимумом інтенсивності в центрі ( $n = 1$ ), а надалі знову в кільцевий ( $n = 2$ ). За таких умов хвильовий фронт лазерного пучка, збудженого  $EH_{11}$  модою, перетворюється зі сферичного в спіральний з однією ( $n = 1$ ) та двома ( $n = 2$ ) точками сингулярності на осі, тоді як для фазової структури лазерних пучків, утворених  $TE_{01}$  та  $TM_{01}$  модами, з'являється область з двома та трьома точками фазової сингулярності поза віссю, відповідно;

– наведено, що у вільному просторі спіральна фазова пластина для лазерного пучка, збудженого лінійно поляризованою модою  $TE_{11}$  металевого



резонатора, з просторового профілю з максимумом інтенсивності в центрі ( $n = 0$ ) утворює асиметричне кільце з двома максимумами ( $n = 1, 2$ ). Для лазерних пучків, сформованих азимутально поляризованою  $TE_{01}$  модою та радіально поляризованою  $TM_{01}$  модою, початкова поперечна кільцева структура інтенсивності поля ( $n = 0$ ) трансформується в структуру з максимальною інтенсивністю випромінювання в центрі ( $n = 1$ ), а потім знову в кільцеву ( $n = 2$ ). Фазовий фронт для основної поперечної  $E_y$  компоненти випромінювання, збудженого модою  $TE_{11}$ , змінюється зі сферичного на спіральний з однією ( $n = 1$ ) та двома ( $n = 2$ ) точками сингулярності. В той же час для хвильового фронту  $E_x$  компоненти лазерного пучка спостерігається утворення трьох ( $n = 1$ ) та чотирьох ( $n = 2$ ) гвинтових витків. У фазовому профілі поперечних компонент пучків, утворених  $TE_{01}$  та  $TM_{01}$  модами, спостерігається область з двома та трьома позаосьовими точками сингулярності фази, відповідно;

– показано, що розподіли фази для поперечних компонент лазерних пучків, збуджених модами діелектричного та металевого резонаторів з однорідною поляризацією, мають чітко сформовану вихрову структуру, як в зоні Френеля, так і в дальній зоні. Однак, для лазерних пучків, збуджених модами з неоднорідною поляризацією, розподіли фази набувають стійкої структури тільки в дальній зоні.

3. Вперше отримано аналітичні вирази для опису компонент полів випромінювання, утворених модами хвилевідного діелектричного та металевого резонаторів терагерцового лазера, у процесі їх взаємодії зі спіральною фазовою пластиною, у фокальній області лінзи.

4. Вперше чисельно встановлені фізичні особливості просторово-енергетичних характеристик вихрових лазерних пучків випромінювання з різною просторовою поляризацією поля, які збуджуються модами резонатора лазера на основі круглого діелектричного та металевого хвилеводів, при їх помірному та гострому фокусуванні:

– показано, що у фокальній області лінзи за відсутності спіральної фазової пластини досліджуваний пучок, збуджений  $EH_{11}$  модою діелектричного резонатора, має максимум інтенсивності випромінювання на осі. Введення фазової пластини призводить до появи мінімуму інтенсивності випромінювання на осі, а також до збільшення розміру фокальної плями. Для лазерного пучка, утвореного модами  $TE_{01}$  та  $TM_{01}$ , з топологічними зарядами  $n = 0$  і  $n = 2$  розподіл інтенсивності зберігає кільцеву форму, а при  $n = 1$  профіль пучка перетворюється на гаусоподібний. У фокальній області лінзи хвильовий фронт із збільшенням топологічного заряду для лазерного пучка, збуджених  $EH_{11}$ ,  $TE_{01}$  і  $TM_{01}$  модами, перетворюється зі сферичного на спіральний з різною кількістю гвинтових витків на осі. Показаний однаковий вклад поперечних компонент поля в загальну потужність випромінювання для лазерного пучка, збудженого  $TE_{01}$  модою і суттєвий внесок повздовжньої компоненти поля в загальну потужність випромінювання для лазерного пучка, збудженого  $TM_{01}$  модою;

– наведено, що лазерний пучок, сформований модою  $TE_{11}$  металевого резонатора, при топологічному заряді  $n = 0$  та  $2$  утворює фокальну пляму з максимумом в центрі, а при значенні  $n = 1$  фокусується в кільце. Хвильовий фронт  $E_x$  компоненти вихрового пучка в поперечному перерізі із зарядом  $n = 1$  має три спіральних витка, а хвильовий фронт для вихрового пучка із зарядом  $n = 2$  має вже чотири спіральні витки. В той же час хвильовий фронт  $E_y$  компоненти вихрового пучка в поперечному перерізі із зарядом  $n = 1$  має один спіральний виток, а хвильовий фронт для пучка із зарядом  $n = 2$  має два спіральні витки. Для лазерного пучка, сформованого модою  $TE_{01}$  металевого резонатора, з топологічним зарядом  $n = 1$  профіль пучка перетворюється на гаусоподібний, а при топологічних зарядах  $n = 0$  і  $n = 2$  розподіл інтенсивності пучка зберігає кільцеву форму. Хвильовий фронт для обох компонент вихрового пучка в

поперечному перерізі з зарядом  $n = 1$  має два спіральні витки, а хвильовий фронт пучка з зарядом  $n = 2$  має три спіральні витки.

5. Вперше теоретично та експериментально встановлені фізичні особливості структури поля лазерних пучків вищого порядку, збуджених комбінованими  $TE_{0n}+EH_{2n}$  та  $EH_{-1n}+EH_{3n}$  модами ( $n = 1, 2, 3$ ) з лінійною поляризацією діелектричного резонатора терагерцового лазера, при їх поширенні у вільному просторі та фізичних властивостей лазерних пучків, утворених даними модами, при їх помірному та гострому фокусуванні:

– показано, що сумарна інтенсивність поля лазерного пучка, збудженого комбінованими  $TE_{0n}+EH_{2n}$  та  $EH_{-1n}+EH_{3n}$  модами, визначається усіма трьома компонентами. Центральні максимуми поля даних пучків значно зміщуються від геометричних фокусів досліджуваних лінз зі збільшенням свого порядку  $n$ ;

– наведено, що поперечний розподіл сумарної інтенсивності поля лазерного пучка, утвореного  $TE_{01q}+EH_{21q}$  модою діелектричного хвилевідного резонатора, в області максимальної інтенсивності сфокусованих пучків випромінювання зберігає кільцеподібний вигляд як при помірному, так і при гострому фокусуванні.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Park G. S., Tani M., Rieh J. S., Park S. Y. *Advances in Terahertz Source Technologies*. 2024. CRC Press.
2. Saha A., Biswas A., Ghosh K., Mukhopadhyay N. *Optical to Terahertz Engineering*. 2023. Springer.
3. Das S., Nella A., Patel S. K. *Terahertz Devices, Circuits and Systems*. (2022) Springer Singapore.
4. PICKWELL E., WALLACE V. P. Biomedical applications of terahertz technology. *Journal of Physics D: Applied Physics*. 2006. Vol. 39, №17: R301.
5. Miyamoto K., Kang B. J., Kim W. T., Sasaki Y., Niinomi H., Suizu K., Omatsu T. Highly intense monocycle terahertz vortex generation by utilizing a Tsurupica spiral phase plate. *Scientific reports*. 2016. Vol.6, №1, P. 38880.
6. Watanabe T., Iketaki Y., Omatsu T., Yamamoto K., Sakai M., Fujii M. Two-point-separation in super-resolution fluorescence microscope based on up-conversion fluorescence depletion technique. *Optics Express*. 2003. Vol. 11, №24, P. 3271–3276.
7. Miyamoto K., Sano K., Miyakawa T., Niinomi H., Toyoda K., Vallés A., Omatsu T. Generation of high-quality terahertz OAM mode based on soft-aperture difference frequency generation. *Optics Express*. 2019. Vol. 27, №22. P. 31840–31849.
8. Zhang C., Deng L., Zhu J., Hong W., Wang L., Yang W., Li S. Control of the spin angular momentum and orbital angular momentum of a reflected wave by multifunctional graphene metasurfaces. *Materials*. 2018. Vol. 11, №7. P. 1054.
9. Kampfrath Tobias, Koichiro Tanaka, Keith A. Nelson. Resonant and nonresonant control over matter and light by intense terahertz transients. *Nature Photonics*. 2013. Vol. 7. №9: P. 680–690.
10. Tonouchi M. Cutting-edge terahertz technology. *Nature photonics*. 2007. Vol. 1. №2. P. 97–105.
11. Mittleman D. M. Twenty years of terahertz imaging. *Optics express*. 2018. Vol. 26. №8. P. 9417–9431.
12. Kawase K., Ogawa Y., Watanabe Y., Inoue H. Non-destructive terahertz imaging of illicit drugs using spectral fingerprints. *Optics express*. 2003. Vol. 11. №20. P. 2549–2554.

13. Hangyo M. Development and future prospects of terahertz technology. *Japanese journal of applied physics*. 2015. Vol. 54. №12. P. 120101.
14. Ju L., Geng B., Horng J., Girit C., Martin M., Hao Z., Wang, F. Graphene plasmonics for tunable terahertz metamaterials. *Nature nanotechnology*. 2011. Vol. 6. №10. P. 630–634.
15. Dhillon S. S., Vitiello M. S., Linfield E. H., Davies A. G., Hoffmann M. C., Booske J., Johnston M. B. The 2017 terahertz science and technology roadmap. *Journal of Physics D: Applied Physics*. 2017. Vol. 50. №4. P. 043001.
16. Wang H., Song Q., Cai Y., Lin Q., Lu X., Shangguan H., Xu, S. Recent advances in generation of terahertz vortex beams and their applications. *Chinese Physics B*. (2020). Vol. 29. №9. P. 097404.
17. Taylor Z. D., Singh R. S., Bennett D. B., Tewari P., Kealey C. P., Bajwa N., Grundfest W. S. THz medical imaging: in vivo hydration sensing. *IEEE transactions on terahertz science and technology*. 2011. Vol. 1. №1. P. 201–219.
18. Taylor Z. D., Singh R. S., Bennett D. B., Tewari P., Kealey C. P., Bajwa N., Grundfest, W. S. (2011). THz medical imaging: in vivo hydration sensing. *IEEE transactions on terahertz science and technology*. Vol. 1. №1. P. 201–219.
19. Suen J. Y., Tewari P., Taylor Z. D., Grundfest W. S., Lee H., Brown E. R., Singh, R. S. Towards medical terahertz sensing of skin hydration. *In Medicine Meets Virtual Reality. IOS Press*. 2009. Vol. 17. P. 364–368.
20. Tamburini F., Thidé B., Molina-Terriza G., Anzolin G. Twisting of light around rotating black holes. *Nature Physics*. 2011. Vol.7. №3. P. 195–197.
21. Harwit M. Photon orbital angular momentum in astrophysics. *The Astrophysical Journal*. 2003. Vol. 597. №2. P. 1266.
22. Sanchez D. J., Oesch D. W., Reynolds O. R. The creation of photonic orbital angular momentum in electromagnetic waves propagating through turbulence. *Astronomy & Astrophysics*. 2013. Vol. 556. №A130.
23. Thidé B., Then H., Sjöholm J., Palmer K., Bergman J., Carozzi T. D., Khamitova R. Utilization of photon orbital angular momentum in the low-frequency radio domain. *Physical review letters*. 2007. Vol. 99. №8. P. 087701.
24. Chan W. L., Chen H. T., Taylor A. J., Brener I., Cich M. J., Mittleman D. M. A spatial light modulator for terahertz beams. *Applied Physics Letters*. 2009. Vol. 94. №2.

25. Podzorov A., Gallot, G. Low-loss polymers for terahertz applications. *Applied optics*. 2008. Vol. 47. №18. P. 3254–3257.
26. Walia S., Shah C. M., Gutruf P., Nili H., Chowdhury D. R., Withayachumnankul W., Sriram S. Flexible metasurfaces and metamaterials: A review of materials and fabrication processes at micro-and nano-scales. *Applied Physics Reviews*. 2015. Vol. 2. №1.
27. Fallah S., Rouhi K., Abdolali A. Optimized chemical potential graphene-based coding metasurface approach for dynamic manipulation of terahertz wavefront. *Journal of Physics D: Applied Physics*. 2019. Vol. 53. №8. P. 085102.
28. Rouhi K., Rajabalipanah H., Abdolali A. Multi-bit graphene-based bias-encoded metasurfaces for real-time terahertz wavefront shaping: From controllable orbital angular momentum generation toward arbitrary beam tailoring. *Carbon*. 2019. Vol. 149. P. 125–138.
29. Asgari S., Rahmanzadeh M. Tunable circular conversion dichroism and asymmetric transmission of terahertz graphene metasurface composed of split rings. *Optics Communications*. 2020. Vol. 456. P. 124623.
30. Qu K., Jia Q., Fisch N. J. Plasma q-plate for generation and manipulation of intense optical vortices. *Physical Review E*. 2017. Vol. 96. №5. P. 053207.
31. Wang X., Shi J., Su W., Feng, S., Han P., Ye J., Zhang, Y. Longitudinal field characterization of converging terahertz vortices with linear and circular polarizations. *Optics express*. 2016. Vol. 24. №7. P. 7178–7190.
32. Schemmel P., Pisano G., Maffei B. Modular spiral phase plate design for orbital angular momentum generation at millimetre wavelengths. *Optics express*. 2014. Vol. 22. №12. P. 14712–14726.
33. Schemmel P., Maccalli S., Pisano G., Maffei B., Ng M. W. R. Three-dimensional measurements of a millimeter wave orbital angular momentum vortex. *Optics letters*. 2014. Vol. 39. №3. P. 626–629.
34. Petrov N. V., Kulya M. S., Tsyarkin A. N., Bespalov V. G., Gorodetsky A. Application of terahertz pulse time-domain holography for phase imaging. *IEEE transactions on terahertz science and technology*. 2016. Vol. 6. №3. P. 464–472.
35. Zhu L., Wei X., Wang J., Zhang Z., Li Z., Zhang H., Liu J. Experimental demonstration of basic functionalities for 0.1-THz orbital angular momentum (OAM) communications. *IEEE*. 2014. P. 1–3.

36. Yongqiang Yang, Xi Ye, Liting Niu, Kejia Wang, Zhengang Yang, and Jinsong Liu. Generating terahertz perfect optical vortex beams by diffractive elements. *Opt. Express*. 2020. Vol. 28. P. 1417–1425
37. Xuli Wei, Changming Liu, Liting Niu, Zhongqi Zhang, Kejia Wang, Zhengang Yang, Jinsong Liu. Generation of arbitrary order Bessel beams via 3D printed axicons at the terahertz frequency range. *Appl. Opt.* 2015. Vol. 54. P. 10641–10649.
38. Zhen Wu, Xinke Wang, Wenfeng Sun, Shengfei Feng, Peng Han, Jiasheng Ye, Yue Yu, and Yan Zhang. Vectorial diffraction properties of THz vortex Bessel beams. *Opt. Express*. 2018. Vol. 26. P. 1506–1520.
39. Hernandez-Serrano A.I., Castro-Camus E. Lopez-Mago D.  $q$ -plate for the Generation of Terahertz Cylindrical Vector Beams Fabricated by 3D Printing. *J Infrared Milli Terahz Waves*. 2017. Vol. 38. P. 938–944. <https://doi.org/10.1007/s10762-017-0396-8>
40. MARRUCCI Lorenzo; MANZO Carlo; PAPARO Domenico. Optical spin-to-orbital angular momentum conversion in inhomogeneous anisotropic media. *Physical review letters*. 2006. Vol. 96. №16. P. 163905.
41. L. Marrucci, C. Manzo, D. Paparo. Pancharatnam-Berry phase optical elements for wave front shaping in the visible domain: Switchable helical mode generation. *Appl. Phys. Lett.* 2006. Vol. 88. №22. P. 221102. <https://doi.org/10.1063/1.2207993>
42. Lei Wang, Xiao-wen Lin, Xiao Liang, Jing-bo Wu, Wei Hu, Zhi-gang Zheng, Biao-bing Jin, Yi-qiang Qin, and Yan-qing Lu. Large birefringence liquid crystal material in terahertz range. *Opt. Mater. Express*. 2012. Vol. 2. P. 1314–1319.
43. Xiao-wen Lin, Jing-bo Wu, Wei Hu, Zhi-gang Zheng, Zi-jian Wu, Ge Zhu, Fei Xu, Biao-bing Jin, Yan-qing Lu. Self-polarizing terahertz liquid crystal phase shifter. *AIP Advances*. 2011. Vol. 1. №3. P. 032133. <https://doi.org/10.1063/1.3626560>
44. Shijun Ge, Peng Chen, Zhixiong Shen, Wenfeng Sun, Xinke Wang, Wei Hu, Yan Zhang, and Yanqing Lu. Terahertz vortex beam generator based on a photopatterned large birefringence liquid crystal. *Opt. Express*. 2017. Vol. 25. P. 12349–12356.
45. Bruno Piccirillo, Vincenzo D’Ambrosio, Sergei Slussarenko, Lorenzo Marrucci, Enrico Santamato. Photon spin-to-orbital angular momentum conversion via an electrically tunable  $q$ -plate. *Appl. Phys. Lett.* 2010. Vol. 97. №24. P. 241104. <https://doi.org/10.1063/1.3527083>

46. Walter D. Furlan, Vicente Ferrando, Juan A. Monsoriu, Przemysław Zagrajek, Elżbieta Czerwińska, Mieczysław Szustakowski. 3D printed diffractive terahertz lenses. *Opt. Lett.* 2016. Vol. 41. P. 1748–1751.
47. Turnbull G. A., Robertson D. A., Smith G. M., Allen L., Padgett M. J. The generation of free-space Laguerre-Gaussian modes at millimetre-wave frequencies by use of a spiral phase plate. *Optics communications.* 1996. Vol. 127. №4–6. P. 183–188.
48. Ryo Imai, Natsuki Kanda, Takuya Higuchi, Kuniaki Konishi, and Makoto Kuwata-Gonokami. Generation of broadband terahertz vortex beams. *Opt. Lett.* 2014. Vol. 3. P. 3714–3717.
49. Xinke Wang, Sen Wang, Zhenwei Xie, Wenfeng Sun, Shengfei Feng, Ye Cui, Jiasheng Ye, and Yan Zhang. Full vector measurements of converging terahertz beams with linear, circular, and cylindrical vortex polarization. *Opt. Express.* 2014. Vol. 22. P. 24622–24634.
50. Knyazev B. A., Choporova Y. Y., Mitkov M. S., Pavelyev V. S., Volodkin, B. O. (). Generation of terahertz surface plasmon polaritons using nondiffractive Bessel beams with orbital angular momentum. *Physical review letters.* 2015. Vol. 115. №16. P. 163901.
51. Volodkin B., Choporova Y., Knyazev B. et al. Fabrication and characterization of diffractive phase plates for forming high-power terahertz vortex beams using free electron laser radiation. *Opt Quant Electron.* 2016. Vol. 48. P. 223. <https://doi.org/10.1007/s11082-016-0496-z>
52. Liu C., Liu J., Niu L. et al. Terahertz circular Airy vortex beams. *Sci Rep.* 2017. Vol. 7. P. 3891. <https://doi.org/10.1038/s41598-017-04373-6>
53. Zhang Y., Liu W., Gao J., Yang X. Generating focused 3D perfect vortex beams by plasmonic metasurfaces. *Advanced Optical Materials.* 2018. Vol. 6. №4. P. 1701228.
54. Zhang Chen, Li Deng, Jianfeng Zhu, Weijun Hong, Ling Wang, Wenjie Yang, Shufang Li. Control of the Spin Angular Momentum and Orbital Angular Momentum of a Reflected Wave by Multifunctional Graphene Metasurfaces. *Materials.* 2018. Vol. 11. №7. P. 1054. <https://doi.org/10.3390/ma11071054>
55. Jingwen He, Xinke Wang, Dan Hu, Jiasheng Ye, Shengfei Feng, Qiang Kan Yan Zhang. Generation and evolution of the terahertz vortex beam. *Opt. Express.* 2013. Vol. 21. P. 20230–20239.
56. M. Zhuldybina, C. Trudeau, X. Ropagnol, M. Bolduc, R. J. Zednik, F. Blanchard. Terahertz Vortex Phase Plate from a Printed Electronic Device. *Photonics North.* 2018. P. 1–1.



57. H. Zhou, J. Dong, S. Yan, Y. Zhou and X. Zhang. Generation of Terahertz Vortices Using Metasurface With Circular Slits. *in IEEE Photonics Journal*. 2014. Vol. 6. №6. P. 1–7.
58. Y. Taira, Y. Nakata, F. Miyamaru, M. W. Takeda. Terahertz vortex beam generation using anisotropic chiral metasurfaces. *Progress in Electromagnetic Research Symposium (PIERS)*, Shanghai, China. 2016. P. 2396–2397
59. Y. Chen, S. Suzuki. M. Asada. Generation of Terahertz Vortex Waves in Resonant-Tunneling-Diode Oscillators by Integrated Radial Line Slot Antenna. *2018 43rd International Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves (IRMMW-THz)*. Nagoya, Japan. 2018. P. 1–2.
60. X. Zang, Y. Zhu, C. Mao, W. Xu, H. Ding, J. Xie, Q. Cheng, L. Chen, Y. Peng, Q. Hu, M. Gu, S. Zhuang. Manipulating Terahertz Plasmonic Vortex Based on Geometric and Dynamic Phase. *Advanced Optical Materials*. 2019. Vol. 7. №3. P. 1801328. <https://doi.org/10.1002/adom.201801328>
61. Hao Wu, Wei Hu, Hua-chao Hu, Xiao-wen Lin, Ge Zhu, Jae-Won Choi, Vladimir Chigrinov, Yan-qing Lu. Arbitrary photo-patterning in liquid crystal alignments using DMD based lithography system. *Opt. Express*. 2012. Vol. 20. P. 16684–16689.
62. Salo J., Meltaus J., Noponen E., Salomaa M. M., Lönnqvist A., Koskinen T., Räisänen A. V. Holograms for shaping radio-wave fields. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*. 2002. Vol. 4. №5. P. S161.
63. J. Meltaus et al. Millimeter-wave beam shaping using holograms. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*. 2003. Vol. 51. №4. P. 1274–1280.
64. Qinggang Lin, Shuiqin Zheng, Qiying Song, Xuanke Zeng, Yi Cai, Ying Li, Zhenkuan Chen, Lang Zha, Xinjian Pan, Shixiang Xu. Generation of terahertz vortex pulses without any need of manipulation in the terahertz region. *Opt. Lett*. 2019. Vol. 44. P. 887–890.
65. Q. Jin et al. THz Aqueous Photonics and Beyond. *43rd International Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves (IRMMW-THz)*, Nagoya, Japan. 2018, P. 1–4.
66. Honggeng Wang, Qiying Song, Cai Yi et al. Recent advances in generation of terahertz vortex beams and their applications. *Chinese Physics B*. 2020. Vol. 29. №9. P. 097404.
67. Zainud-Deen A.S., Malhat H.A., Sebak AR. et al. Generating terahertz multiple vortex beams using graphene metasurfaces. *Opt Quant Electron*. 2024. Vol. 56. P. 1117. <https://doi.org/10.1007/s11082-024-06994-4>

68. Ren Z., Zhao Y., Wang W., Yao H., Ren G., Li S., Wang, R. Polarization and frequency multiplexed multi-channel focusing terahertz vortex with a birefringent dielectric metasurface. *Physica Scripta*. 2024. Vol. 99. №6. P. 065508.
69. Chen M. H., Liu Y. L., Su V. C. Gallium nitride-based geometric and propagation metasurfaces for vortex beam emissions. *Heliyon*. 2024. Vol. 10. №3.
70. Chen M., Li M., Zhang L. Generation and Propagation of Terahertz Vortex Beams Using Spiral Phase Plates. *Scientific Reports*. 2018. Vol. 8. P. 978.
71. Nobahar Davod, Sirous Khorram. Terahertz vortex beam propagation through a magnetized plasma-ferrite structure. *Optics & Laser Technology*. 2022. Vol. 146. P. 107522.
72. Feng X., Chen X., Lu Y., Wang Q., Niu L., Xu Q., Zhang W. Direct Emission of Focused Terahertz Vortex Beams Using Indium-Tin-Oxide-Based Fresnel Zone Plates. *Advanced Optical Materials*. 2023. Vol. 11. №1. P. 2201628.
73. Ali Al Dhaybi, Jérôme Degert, Etienne Brasselet, Emmanuel Abraham, Eric Freysz. Terahertz vortex beam generation by infrared vector beam rectification. *J. Opt. Soc. Am. B*. 2019. Vol. 36. P. 12–18.
74. Haiying Li, Jiawei Liu, Wei Ding, Lu Bai, Zhensen Wu; Propagation of arbitrarily polarized terahertz Bessel vortex beam in inhomogeneous unmagnetized plasma slab. *Phys. Plasmas*. 2018; Vol. 25. №12: 123505.
75. Simpson N.B., Dholakia K., Allen L., Padgett M.J. Mechanical equivalence of spin and orbital angular momentum of light: an optical spanner. *Optics Lett*. 1997. Vol. 22. P. 52–54.
76. Rao L., Pu J., Chen Z., Yei P. Focus shaping of cylindrically polarized vortex beams by a high numerical-aperture lens. *Optics & Laser Technology*. 2009. Vol. 41. P. 241–246.
77. Pu J., Zhang Z. Tight focusing of spirally polarized vortex beams. *Optics & Laser Technology*. 2010. Vol. 42. P. 186–191. <https://doi.org/10.1016/j.optlastec.2009.06.008>
78. Han L., Liu S., Li P. et al. Catalystlike effect of orbital angular momentum on the conversion of transverse to three-dimensional spin states within tightly focused radially polarized beams. *Phys. Rev. A*. 2018. Vol. 97. P. 053802. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.97.053802>.
79. Li H., Ma C., Wang J. et al. Spin-orbit Hall effect in the tight focusing of a radially polarized vortex beam. *Opt. Express*. 2021. 29. P. 39419–39427. <https://doi.org/10.1364/OE.443271>

80. Zhang X., Shen B., Zhu Z. et al. Understanding of transverse spin angular momentum in tightly focused linearly polarized vortex beams. *Opt. Express*. 2022. Vol. 30. P.5121–5130. <https://doi.org/10.1364/OE.449583>.
81. Li M., Cai Y., Yan S. et al. Orbit-induced localized spin angular momentum in strong focusing of optical vectorial vortex beams. *Phys. Rev. A*. 2018. Vol. 97. P. 053842. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.97.053842>.
82. Zhang X., Xu, Y., Hong B. et al. Generation of a focused THz vortex beam from a spintronic THz emitter with a helical Fresnel zone plate. *Nanomaterials*. 2023. Vol. 13. P. 2037. <https://doi.org/10.3390/nano13142037>
83. Li H., Zheng C., Xu H. et al. All-graphene geometric terahertz metasurfaces for generating multi-dimensional focused vortex beams. *Optics & Laser Technology*. 2023. Vol. 159. P. 108986. <https://doi.org/10.1016/j.optlastec.2022.108986>
84. R. Piesiewicz, M. Jacob, M. Koch, J. Schoebel, T. Kurner. Performance Analysis of Future Multigigabit Wireless Communication Systems at THz Frequencies With Highly Directive Antennas in Realistic Indoor Environments. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*. 2008. Vol. 14. №2. P. 421–430. doi:10.1109/JSTQE.2007.910984.
85. John Federici, Lothar Moeller. Review of terahertz and subterahertz wireless communications. *J. Appl. Phys.* 2010. Vol. 107. №11. P. 111101. <https://doi.org/10.1063/1.3386413>
86. C. Han, A. O. Bicen, I. F. Akyildiz. Multi-Wideband Waveform Design for Distance-Adaptive Wireless Communications in the Terahertz Band. *IEEE Transactions on Signal Processing*. 2016. Vol. 64. №4. P. 910–922. doi: 10.1109/TSP.2015.2498133
87. Wei Xuli, et al. Orbit angular momentum multiplexing in 0.1-THz free-space communication via 3D printed spiral phase plates. *Conference on Lasers and Electro-Optics (CLEO)-Laser Science to Photonic Applications. IEEE*. 2014.
88. Zhang C., Deng L., Zhu J., Hong W., Wang L., Yang W., Li S. Control of the Spin Angular Momentum and Orbital Angular Momentum of a Reflected Wave by Multifunctional Graphene Metasurfaces. *Materials*. 2018. Vol. 11. P. 1054. <https://doi.org/10.3390/ma11071054>
89. Koenig S., Lopez-Diaz D., Antes J. et al. Wireless sub-THz communication system with high data rate. *Nature Photon*. 2013. Vol. 7. P. 977–981. <https://doi.org/10.1038/nphoton.2013.275>

90. Ivanov M., Thiele I., Bergé L., Skupin S., Buožius D., Vaičaitis V. Intensity modulated terahertz vortex wave generation in air plasma by two-color femtosecond laser pulses. *Optics letters*. 2019. Vol. 44. №15. P. 3889–3892.
91. Nenad Bozinovic et al. Terabit-Scale Orbital Angular Momentum Mode Division Multiplexing in Fibers. *Science*. 2013. Vol. 340. P.1545–1548. DOI :10.1126/science.1237861
92. Wang J., Yang JY., Fazal I. et al. Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing. *Nature Photon*. 2012. Vol. 6. P. 488–496. <https://doi.org/10.1038/nphoton.2012.138>
93. Chen Si-Chao, et al. Terahertz wave near-field compressive imaging with a spatial resolution of over  $\lambda/100$ . *Optics Letters*. 2018. P. 21–24.
94. Guo Youdong, et al. Super-resolution reconstruction for terahertz imaging based on sub-pixel gradient field transform. *Applied Optics*. 2019. Vol. 58. №23. P. 6244–6250.
95. Omatsu Takashige, et al. Metal microneedle fabrication using twisted light with spin. *Optics express*. 2010. Vol. 18. №17. P. 17967–17973.
96. Sanvitto D., Marchetti F., Szymańska M., et al. Persistent currents and quantized vortices in a polariton superfluid. *Nature Phys*. 2010. Vol. 6. P. 527–533. <https://doi.org/10.1038/nphys1668>
97. Toyoda Kohei, et al. Using optical vortex to control the chirality of twisted metal nanostructures. *Nano letters*. 2012. Vol. 12. №7. P. 3645–3649.
98. Toyoda Kohei, et al. Transfer of light helicity to nanostructures. *Physical review letters*. 2013. Vol. 110. №14. P. 143603.
99. Takahashi F., Miyamoto K., Hidai H., et al. Picosecond optical vortex pulse illumination forms a monocrystalline silicon needle. *Sci Rep*. 2016. Vol. 6. P. 21738. <https://doi.org/10.1038/srep21738>
100. Anzolin Gabriele, et al. Optical vortices with starlight. *Astronomy & Astrophysics*. 2008. Vol. 488. №3. P. 1159–1165.
101. Barbieri Cesare, et al. "AquEYE, a single photon counting photometer for astronomy. *Journal of Modern Optics*. 2009. Vol. 56. №2–3. P. 261–272.
102. Lee Jae Hoon, et al. Experimental verification of an optical vortex coronagraph. *Physical review letters*. 2006. Vol. 97. №5. P. 053901.

103. Bekshaev Aleksandr, Konstantin Y. Bliokh, Marat Soskin. Internal flows and energy circulation in light beams. *Journal of Optics*. 2011. Vol. 13. №5. P. 053001.
104. Dehnen H. Gravitational Faraday-effect. *Int J Theor Phys*. 1973. Vol. 7. P. 467–474. <https://doi.org/10.1007/BF00713248>
105. Carini Paolo, et al. Phase evolution of the photon in Kerr spacetime. *Physical Review D*. 1992. Vol. 46. №12. P. 5407.
106. Chevalier P., Amirzhan A., Wang F., Piccardo M., Johnson S.G., Capasso F., Everitt H.O. Widely tunable compact terahertz gas laser. *Science*. 2019. Vol. 366. №6467. P. 856–860. DOI: [10.1126/science.aay8683](https://doi.org/10.1126/science.aay8683)
107. Farhoomand J., Pickett H.M. Stable 1.25 watts CW far infrared laser radiation at the 119  $\mu\text{m}$  methanol line. *Int. J. Infrared Millim. Waves*. 1987. Vol. 8. №5. P. 441–447. DOI: [10.1007/BF01013257](https://doi.org/10.1007/BF01013257)
108. Marcatili E.A.J., Schmeltzer R.A. Hollow metallic and dielectric waveguides for long distance optical transmission and lasers. *Bell Syst. Tech. J*. 1964. Vol. 43. №4. P. 1783–1809. DOI: [10.1002/j.1538-7305.1964.tb04108.x](https://doi.org/10.1002/j.1538-7305.1964.tb04108.x)
109. Beijersbergen M.W., Coerwinkel R.P.C., Kristensen M., Woerdman J.P. Helical-wavefront laser beams produced with a spiral phase plate. *Opt. Commun*. 1994. Vol. 112. №5–6. P. 321–327. DOI: [10.1016/0030-4018\(94\)90638-6](https://doi.org/10.1016/0030-4018(94)90638-6)
110. Feng Long-Long, Wolung Lee. Gravitomagnetism and the Berry phase of photon in an rotating gravitational field. *International Journal of Modern Physics D*. 2001. Vol. 10. №06. P. 961–969.
111. Degtyarev A. V., Dubinin M. M., Maslov V. A., Muntean K. I., Svistunov O. O. Propagation of vector vortex beams excited by a terahertz laser dielectric resonator. *Telecommunications and Radio Engineering*. 2024. Vol. 83. №8. P. 57–67. <https://doi.org/10.1615/TelecomRadEng.2024052443>.
112. Degtyarev A. V., Dubinin M. M., Maslov V. A., Muntean K. I., Svistunov O. O. Free-space propagation of terahertz laser vortex beams. *RadioPhys. Radio Astron*. 2024. Vol. 29. №2. P. 127–136. <https://doi.org/10.15407/rpra29.02.127>
113. Degtyarev A. V., Dubinin M. M., Maslov V. A., Muntean K. I., Svystunov O. O. Evolution of vector vortex beams formed by a terahertz laser metal resonator. *East Eur. J. Phys*. 2024. Vol. 2. №3. P. 121–129. <https://doi.org/10.26565/2312-4334-2024-2-10>

114. Дегтярьов А. В., Дубінін М. М., Маслов В. О., Мунтян К. І., Свистунов О. О. Поширення вихрових лазерних пучків металевого резонатора. *Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Радіофізика та електроніка»*. 2024; Т. 40, С. 57–67. <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2024-40-05>
115. Degtyarev A.V., Dubinin M.M., Maslov V.O., Muntean K.I., Svystunov O.O. Propagation properties of vector vortex beams for the terahertz laser dielectric resonator // *Proc. IEEE Int. Conf. Electronics and Nanotechnology (ELNANO-2024)*, Kyiv. [https://www.aconf.org/conf\\_199429/program.html](https://www.aconf.org/conf_199429/program.html)
116. М. Дубінін, В. Маслов, К. Мунтян, О. Свистунов. Поширення терагерцових вихрових пучків в вільному просторі. VIII Всеукраїнська науково-практична конференція. Перспективні напрямки сучасної електроніки, інформаційних і комп'ютерних систем, м. Дніпро 22–24 листопада 2023 р, Україна, С. 195–196.
117. Degtyarev A.V., Dubinin M.M., Maslov V.O., Muntean K.I., Svystunov O.O. Propagation of terahertz laser vortex beams from a metal waveguide resonator. *2024 IEEE 5th KhPI Week on Advanced Technology*. October 7–11, 2024, Kharkiv, Ukraine. <https://khiweek.ieee.org.ua/program/>.
118. Kotlyar V.V., Kovalev A.A. Nonparaxial Propagation of a Gaussian Optical Vortex with Initial Radial Polarization. *J. Opt. Soc. Am. A*. 2010. Vol. 27. №3. P. 372–380. DOI: 10.1364/JOSAA.27.000372
119. Gu B., Cui Y. Nonparaxial and Paraxial Focusing of Azimuthal-variant Vector Beams. *Opt. Express*. 2012. Vol. 20. №16. P. 17684–17694. DOI: 10.1364/OE.20.017684
120. Zhang Y., Wang L., Zheng C. Vector Propagation of Radially Polarized Gaussian Beams Diffracted by an Axicon. *J. Opt. Soc. Am. A*. 2005. Vol. 22. №11. P. 2542–2546. DOI: 10.1364/JOSAA.22.002542
121. Beijersbergen M.W., Coerwinkel R.P.C., Kristensen M., Woerdman J.P. Helical-wavefront Laser Beams Produced with a Helical Phase Plate. *Opt. Commun.* 1994. Vol. 112. №5–6. P. 321–327. DOI: 10.1016/0030-4018(94)90638-6
122. Nye J.F., Berry M.V. Dislocations in Wave Trains. *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*. 1974. Vol. 336. №1605. P. 165–190. DOI: 10.1098/rspa.1974.0012

123. Wang H., Song Q., Cai Y., Lin Q., Lu X., Shangguan H., Ai Y., Xu, Y. Recent Advances in Generation of Terahertz Vortex Beams and their Applications. *Chin. Phys. B.* 2020. Vol. 29. №9. P. 097404. DOI: 10.1088/1674–1056/aba2df
124. Gurin O.V., Degtyarev A.V., Dubinin N.N., Legenkiy M.N., Maslov V.A., Muntean K.I., Ryabykh V.N., Senyuta V.S. Formation of Beams with Nonuniform Polarisation of Radiation in a CW Waveguide Terahertz Laser. *Quantum Electron.* 2021. Vol. 51. №4. P. 338–342. DOI: 10.1070/QEL17511
125. Gurin O.V., Degtyarev A.V., Dubinin M.M., Maslov V.A., Muntean K.I., Ryabykh V.N., Senyuta V.S. Focusing of Modes with an Inhomogeneous Spatial Polarization of the Dielectric Resonator of a Terahertz Laser. *Telecommunications and Radio Engineering.* 2020. Vol. 79. №2. P. 105–116. DOI: 10.1615/TelecomRadEng.v79.i2.30
126. YANG Yongqiang; YANG Zhengang; LIU Jinsong. Terahertz quasi-perfect vortex beams. *Infrared Physics & Technology.* 2024. Vol. 136. P. 104870.
127. Cai M., Wu Z., Yan W., Lei J., Xia Y., Tang R. Design terahertz polarizers and vector polarized vortex terahertz wave generators based on the effective dielectric constant of metal gratings. *Optics Express.* 2024. Vol. 32. №19. P. 33357–33368.
128. Wang L., Wang Y., Zong G., Hu W., Lu Y. Liquid crystal based tunable terahertz metadevices. *Journal of Materiomics.* 2025. Vol. 11. №1. P. 100888.
129. Simpson N.B., Dholakia K., Allen L., Padgett M.J. Mechanical equivalence of spin and orbital angular momentum of light: an optical spanner. *Opt. Lett.* 1997. Vol. 22. P. 52–54. <https://doi.org/10.1364/OL.22.000052>.
130. Rao L., Pu J., Chen Z., Yei P. Focus shaping of cylindrically polarized vortex beams by a high numerical-aperture lens. *Opt. Laser Technol.* 2009. Vol. 41. P. 241–246. <https://doi.org/10.1016/j.optlastec.2008.06.012>.
131. Pu J., Zhang Z. Tight focusing of spirally polarized vortex beams. *Opt. Laser Technol.* 2010. Vol. 42. P. 186–191. <https://doi.org/10.1016/j.optlastec.2009.06.008>.
132. Youngworth K.S., Brown T.G. Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams. *Opt. Express.* 2000. Vol. 7. P. 77–87. <https://doi.org/10.1364/oe.7.000077>.
133. Han L., Liu S., Li P. et al. Catalystlike effect of orbital angular momentum on the conversion of transverse to three-dimensional spin states within tightly focused radially polarized beams. *Phys. Rev. A.* 2018. Vol. 97. P. 053802. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.97.053802>.

134. Li H., Ma C., Wang J. et al. Spin-orbit Hall effect in the tight focusing of a radially polarized vortex beam. *Opt. Express*. 2021. Vol. 29. P. 39419–39427. <https://doi.org/10.1364/OE.443271>.
135. Zhang X., Shen B., Zhu Z., et. al. Understanding of transverse spin angular momentum in tightly focused linearly polarized vortex beams. *Opt. Express*. 2022. Vol. 30. P. 5121–5130. <https://doi.org/10.1364/OE.449583>.
136. Li M., Cai Y., Yan S. et. al. Orbit-induced localized spin angular momentum in strong focusing of optical vectorial vortex beams. *Phys. Rev. A*. 2018. Vol. 97. P. 053842. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.97.053842>.
137. Zhang X., Xu, Y., Hong B. et. al. Generation of a focused THz vortex beam from a spintronic THz emitter with a helical Fresnel zone plate. *Nanomaterials*. 2023. Vol. 13. P. 2037. <https://doi.org/10.3390/nano13142037>.
138. Li H., Zheng C., Xu H. et. al. All-graphene geometric terahertz metasurfaces for generating multi-dimensional focused vortex beams. *Opt. Laser Technol.* 2023. Vol. 159. P. 108986. <https://doi.org/10.1016/j.optlastec.2022.108986>.
139. Degtyarev A. V., Dubinin M. M., Maslov V. O., Muntean K. I., Svystunov O. O. Tight focusing of terahertz vortex beams formed by laser dielectric resonator. *Semiconductor Physics, Quantum Electronics & Optoelectronics*. 2024. Vol. 27. №3. P. 328–336.
140. Дубінін М., Маслов В., Мунтян К., Свистунов О. Гостре фокусування терагерцових лазерних вихрових пучків. *VIII Всеукраїнська науково-практична конференція Перспективні напрямки сучасної електроніки, інформаційних і комп'ютерних систем MEICS–2024*, 27–29 листопада 2024 р., м. Дніпро, Україна, С. 201–202.
141. Gurin O.V., Degtyarev A.V., Dubinin M.M. et. al. Focusing of modes with an inhomogeneous spatial polarization of the dielectric resonator of a terahertz laser. *Telecommunications and Radio Engineering*. 2020. Vol. 79. P. 105–116. <https://doi.org/10.1615/TelecomRadEng.v79.i2.30>.
142. Chen Z., Hua L., Pu J. Tight focusing of light beams: Effect of polarization, phase and coherence. *Prog. Opt.* 2012. Vol. 57. P. 219–260. <https://doi.org/10.1016/B978-0-44-459422-8.00004-7>.



143. Leitenstorfer A., Moskalenko A. S., Kampfrath T., Kono J., Castro-Camus E., Peng K., et al. The 2023 terahertz science and technology roadmap. *Journal of Physics D: Applied Physic*. 2023. Vol. 56. № 22. P. 223001. <https://doi.org/10.1088/1361-6463/acbe4c>.
144. Valusis G, Lisauskas A, Yuan H, Knap W, Roskos HG. Roadmap of terahertz imaging 2021. *J Sensors*. 2021. Vol. 21. №12. P. 4092. <https://doi.org/10.3390/s21124092>.
145. Degtyarev A. V., Dubinin M. M., Gurin O. V., Maslov V. O., Muntean K. I., Ryabykh V. M., et al. Control of tightly ocused laser beams in the THz range. *Microwave and Optical Technology Letters*. 2021. Vol. 3. №11. P. 2888–2892. <https://doi.org/10.1002/mop.32946>.
146. Gurin O. V., Degtyarev A. V., Dubinin M. M., Maslov V. A., Muntean K. I., Ryabykh V. N., et. al. Focusing of modes with an inhomogeneous spatial polarization of the dielectric resonator of a terahertz laser. *Telecommunications and Radio Engineering*. 2020. Vol. 79. №2. P. 105–116. <https://doi.org/10.1615/TelecomRadEng.v79.i2.30>.
147. Winnerl S., Hubrich R., Mittendorff M., Schneider H., Helm M. Universal phase relation between longitudinal and transverse fields observed in focused terahertz beams. *New Journal of Physics*. 2012. Vol. 14. №49. P. 2–12. <https://doi.org/10.1088/1367-2630/14/10/103049>.
148. Minami Y., Kurihara T., Yamaguchi K., Nakajima M., Suemoto T. Longitudinal terahertz wave generation from an air plasma filament induced by a femtosecond laser. *Applied Physics Letters*. 2013. Vol. 102. №15. P. 151106. <https://doi.org/10.1063/1.4802482>.
149. Degtyarev A. V., Dubinin M. M., Gurin O. V., Maslov V. O., Muntean K. I., Ryabykh V. M., et al. Control over higher-order transverse modes in a waveguide-based quasi-optical resonator. *Radio Physics and Radio Astronomy*. 2022. Vol. 27. №1. P. 129–139. <https://doi.org/10.15407/rpra27.02.129>.
150. Degtyarev A. V., Dubinin M. M., Gurin O. V., Maslov V. O., Muntean K. I., Ryabykh V. N., Svystunov O. O. Properties of focused combined modes of terahertz laser. *Semiconductor Physics, Quantum Electronics & Optoelectronics*. 2024. Vol. 27. №2. P. 216–223. <https://doi.org/10.15407/spqeo27.02.216>.
151. Гурін О. В., Дегтярьов А. В., Дубінін М. М., Маслов В. О., Мунтян К. І., Рябих В. М., Свистунов О. О., Сенюта В. С. Гостре та помірне фокусування комбінованих мод терагерцового лазера. *Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Радіофізика та електроніка»*. 2023. Т. 38. С. 7–15. <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2023-38-01>

152. Degtyarev Andrey, Dubinin Mykola, Maslov Vyacheslav, Muntean Konstantin, Svystunov Oleg. Features of focusing combined modes of dielectric waveguide resonator. *XIX International scientific conference electronics and applied physics APHYS 2023*, October, Kyiv. P.11–13.
153. Henningsen J, Hammerich M, Olafsson A. Mode structure of hollow dielectric waveguide lasers. *Applied Physics. B.* 1990. Vol. 51. №4. P. 272–284. <https://doi.org/10.1007/BF00325048>
154. А.В. Дегтярев, В.А. Свич, В.М. Ткаченко, А.Н. Топков. Металлические волноводные резонаторы субмиллиметровых лазеров с однородными отражателями. *Использование радиоволн миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов: сб. научн. тр. НАН Украины.* — Харьков: Ин-т радиофизики и электроники. 1994. С. 105–111.
155. J. Henningsen, M. Hammerich, A. Olafsson. Mode structure of hollow dielectric waveguide lasers. *Appl. Phys. B.* 1990. Vol. 51. №4. P. 272–284.
156. Gurin O. V., Degtyarev A. V., Dubinin N. N., Legenkiy M. N., Maslov V. A., Muntean K. I., et al. Formation of beams with nonuniform polarisation of radiation in a cw waveguide terahertz laser. *Quantum Electronics.* 2021. Vol. 51. №4. P. 338–342. <https://doi.org/10.1070/QEL17511>
157. Degtyarev A., Maslov V., Topkov A. Continuous-wave terahertz waveguide lasers. *LAP LAMBERT Academic Publishing.* 2020. P. 80.
158. Carter W.H. Electromagnetic field of a Gaussian beam with an elliptical cross section. *J. Opt. Soc. Am. A.* 1972. Vol. 62. №10. P. 1195–1201.
159. Agrawal G. P., Pattanayak D. N. Gaussian beam propagation beyond the paraxial approximation. *J. Opt.Soc. Am. A.* 1979. Vol. 69. №4. P. 575–578.
160. Nuri Delen and Brian Hooker. Verification and comparison of a fast Fourier transform-based full diffraction method for tilted and offset planes. *Applied Optics.* 2001. Vol. 40. №21. P. 3525–3531.
161. Fabin Shen and Anbo Wang. Fast-Fourier-transform based numerical integration method for the Rayleigh-Sommerfeld diffraction formula. *Applied optics.* 2006. Vol. 45. №6. P. 1102–1110.
162. Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system. *Proc R Soc Lond A.* 1959. V. 253. P. 358–379. DOI:10.1098/rspa.1959.0200.

163. Youngworth K.S., Brown T.G. Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams. *Opt. Express*. 2000. Vol. 7. №2. P. 77–87.
164. Zhan Q. Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications. *Advances in Optics and Photonics*. 2009. Vol. 1. №1. P. 1–57.
165. Chen Z., Hua L., Pu J. Tight focusing of light beams: effect of polarization, phase, and coherence. *Progress in Optics. Elsevier*. 2012. Vol. 57. P. 219–260.
166. Pereira S.F. Superresolution by means of polarisation, phase and amplitude pupil masks. *Opt. Commun*. 2004. Vol. 234. №1–6. P. 119–124.
167. Khonina S. N., Ustinov A. V., Kovalyov A. A., Volotovskiy S. G. Near-field propagation of vortex beams: models and computation algorithms. *Optical Memory and Neural Networks*. 2014. Vol. 23. №2. P. 50–73.

## ДОДАТОК А.

## СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

*Наукові праці в наукових фахових виданнях України:*

1. Гурін О., Дегтярьов А. В., Дубінін М. М., Маслов В.О., Мунтян К. І., Рябих В. М., Свистунов О. О., & Сенюта В. С. Гостре та помірне фокусування комбінованих мод терагерцового лазера. *Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Радіофізика та електроніка»*. 2023. Т. 38. С. 7–15. <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2023-38-01>

*(Особистий внесок здобувача: участь у проведенні експерименту, обговорення та аналіз результатів, підготовка матеріалів та ілюстрацій, оформлення статті.*

*Особистий внесок Гурін О.: проведення експерименту, збір експериментальних даних.*

*Особистий внесок Дегтярьов А. В.: перевірка наукової достовірності отримуваних результатів, перевірка тексту роботи, редагування, обговорення та аналіз результатів.*

*Особистий внесок Маслов В.О.: перевірка наукової достовірності отримуваних результатів, перевірка тексту роботи, редагування, обговорення та аналіз результатів.*

*Особистий внесок Дубінін М. М.: перевірка тексту роботи, редагування, обговорення та аналіз результатів, оформлення статті.*

*Особистий внесок Мунтян К. І.: перевірка тексту роботи, редагування, оформлення статті, обговорення та аналіз результатів.*

*Особистий внесок Сенюта В. С.: проведення експерименту, збір експериментальних даних. )*

2. Дегтярьов А. В., Дубінін М. М., Маслов В. О., Мунтян К. І., Свистунов О. О. Поширення вихрових лазерних пучків металевого резонатора. *Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Радіофізика та електроніка»*. 2024. Т. 40, С. 57–67. <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2024-40-05>.

*(Особистий внесок здобувача: написання розрахункових програм, обговорення та аналіз результатів, підготовка матеріалів та ілюстрацій, оформлення статті.*

*Особистий внесок Дегтярьов А. В.: перевірка наукової достовірності отримуваних результатів, перевірка тексту роботи, редагування, обговорення та аналіз результатів.*

*Особистий внесок Дубінін М. М.: перевірка тексту роботи, редагування, допомога в написанні розрахункових програм, обговорення та аналіз результатів, оформлення статті.*

*Особистий внесок Маслов В.О.: перевірка наукової достовірності отримуваних результатів, перевірка тексту роботи, редагування, обговорення та аналіз результатів.*

*Особистий внесок Мунтян К. І.: перевірка тексту роботи, редагування, оформлення статті, обговорення та аналіз результатів.)*

***Наукові праці в періодичних наукових виданнях що, входять міжнародних наукометричних баз:***

3. Degtyarev A. V., Dubinin M. M., Maslov V. A., Muntean K. I., Svistunov O. O. Free-space propagation of terahertz laser vortex beams. *RadioPhys. Radio Astron.* 2024. Vol. 29, №2. P. 127–136. <https://doi.org/10.15407/rpra29.02.127>.

4. Degtyarev A. V., Dubinin M. M., Maslov V. A., Muntean K. I., Svistunov O. O. Propagation of vector vortex beams excited by a terahertz laser dielectric

resonator. *Telecommunications and Radio Engineering*. 2024. Vol. 83. №8. P. 57–67. <https://doi.org/10.1615/TelecomRadEng.2024052443>

5. Degtyarev A. V., Dubinin M. M., Gurin O. V., Maslov V. O., Muntean K. I., Ryabykh V. N., Svystunov O. O. Properties of focused combined modes of terahertz laser. *Semiconductor Physics, Quantum Electronics & Optoelectronics*. 2024. Vol. 27. №2. P. 216–223. <https://doi.org/10.15407/spqeo27.02.216>

6. Degtyarev A. V., Dubinin M. M., Maslov V. A., Muntean K. I., Svystunov O. O. Evolution of vector vortex beams formed by a terahertz laser metal resonator. *East Eur. J. Phys.* 2024. Vol. 2. №3. P. 121–129. <https://doi.org/10.26565/2312-4334-2024-2-10>

7. Degtyarev A. V., Dubinin M. M., Maslov V. O., Muntean K. I., Svystunov O. O. Tight focusing of terahertz vortex beams formed by laser dielectric resonator. *Semiconductor Physics, Quantum Electronics & Optoelectronics*. 2024. Vol. 27. №3. P. 328–336. <https://doi.org/10.15407/spqeo27.03.328>

***Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:***

8. Degtyarev Andrey, Dubinin Mykola, Maslov Vyacheslav, Muntean Konstantin, Svystunov Oleg. Features of focusing combined modes of dielectric waveguide resonator. XIX International scientific conference electronics and applied physics APHYS 2023, October, Kyiv, P. 11–13.

9. Degtyarev A.V., Dubinin M.M., Maslov V.O., Muntean K.I., Svystunov O.O. Propagation properties of vector vortex beams for the terahertz laser dielectric resonator. Proc. IEEE Int. Conf. Electronics and Nanotechnology (ELNANO–2024), Kyiv. [https://www.aconf.org/conf\\_199429/program.html](https://www.aconf.org/conf_199429/program.html)

10. М. Дубінін, В. Маслов, К. Мунтян, О. Свистунов. Поширення терагерцових вихрових пучків в вільному просторі. VIII Всеукраїнська науково-практична конференція. Перспективні напрямки сучасної електроніки,

інформаційних і комп'ютерних систем, м. Дніпро 22–24 листопада 2023 р, Україна, С. 195–196.

11. Degtyarev A.V., Dubinin M.M., Maslov V.O., Muntean K.I., Svystunov O.O. Propagation of terahertz laser vortex beams from a metal waveguide resonator. 2024 IEEE 5th KhPI Week on Advanced Technology, October 7–11, 2024, Kharkiv, Ukraine. P. 1–5. <https://doi.org/10.1109/KhPIWeek61434.2024.10878064>

12. М. Дубінін М., Маслов В., Мунтян К., Свистунов О. Гостре фокусування терагерцових лазерних вихрових пучків. VIII Всеукраїнська науково-практична конференція Перспективні напрямки сучасної електроніки, інформаційних і комп'ютерних систем MEICS-2024, 27–29 листопада 2024 р., м. Дніпро, Україна, С. 201–202.

## ДОДАТОК Б

### РОЗПОДІЛИ ПОЛЯ ПОВЗДОВЖНЬОЇ КОМПОНЕНТИ У ВИПАДКУ ПОШИРЕННЯ ПУЧКІВ В ВІЛЬНОМУ ПРОСТОРИ

#### *Діелектричний резонатор*

Хоч і внесок компоненти  $E_z$  поля лазерного пучка, збудженого модою  $EH_{11}$  в розподіли фази та інтенсивності дуже малий, але задля наочності такі розподіли слід показати. Як видно з Рис. Б.1 розподіл інтенсивності цієї компоненти в зоні Френеля (708 мм) має симетричну форму, а розподіл фази набуває гвинтоподібну структуру. В дальній зоні (6000 мм) розподіли інтенсивності та фази зберігають свою форму.

На Рис. Б.2 зображені поперечні розподіли інтенсивності та фази компоненти  $E_z$  лазерного пучка, утвореного модою  $TE_{01}$  у зоні Френеля та дальній зоні. Профіль інтенсивності цієї компоненти має кільцеподібну форму в зоні Френеля. Така форма профіля зберігається в дальній зоні, але, також, присутнє розширення профілю. Фазовий фронт у зоні Френеля має гвинтоподібну форму з одним та двома витками при  $n = 1$  і  $n = 2$  відповідно. Цей характер розподілу зберігається і в дальній зоні.

На Рис. Б.3 зображені поперечні розподіли інтенсивності та фази компоненти  $E_z$  лазерного пучка, сформованого модою  $TM_{01}$  у зоні Френеля та дальній зоні. Профіль інтенсивності цієї компоненти в зоні Френеля має кільцеподібну форму, в дальній зоні така форма профіля пучка зберігається, але, також, присутнє розширення профілю. Фазовий фронт має гвинтоподібну форму з одним та двома витками при  $n = 1$  і  $n = 2$  відповідно. Такий характер розподілу зберігається і в дальній зоні.



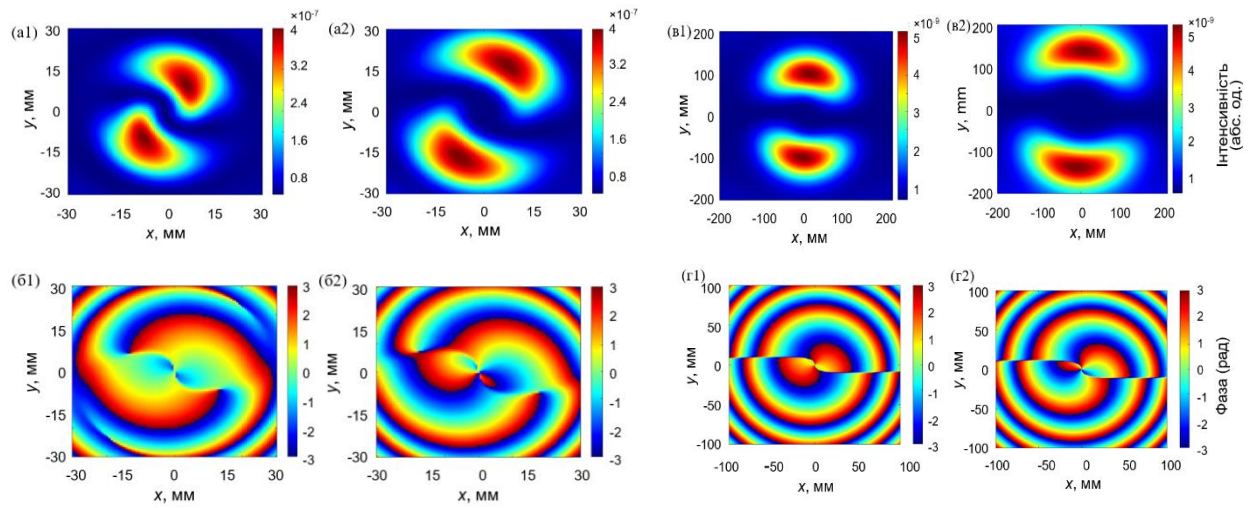


Рис. Б.1. Розрахункові поперечні розподіли інтенсивності (a1, a2, b1, b2) та фази (b1, b2, r1, r2) поля  $E_z$  компоненти лазерних пучків, збуджених модою  $EH_{11}$ , у зоні Френеля (а, б) та в дальній зоні (в, г). Перший і третій та другий і четвертий стовпці позначають  $n = 1$  і  $n = 2$  відповідно

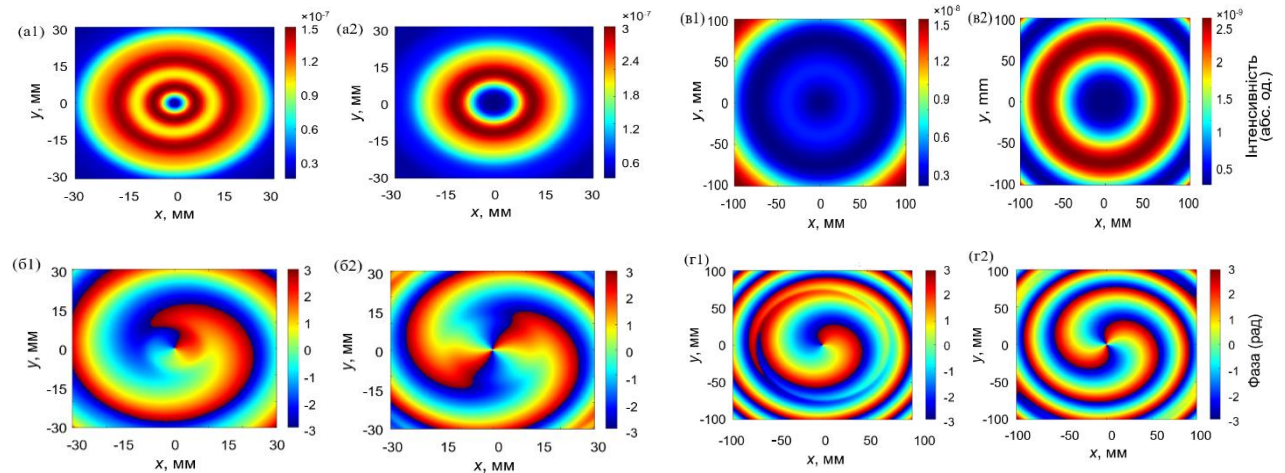


Рис. Б.2. Розрахункові поперечні розподіли інтенсивності (a1, a2, b1, b2) та фази (b1, b2, r1, r2) поля  $E_z$  компоненти лазерних пучків, збуджених модою  $TE_{01}$ , у зоні Френеля (рядки а, б) та в дальній зоні (рядки в, г). Перший і третій та другий і четвертий стовпці позначають  $n = 1$  і  $n = 2$  відповідно

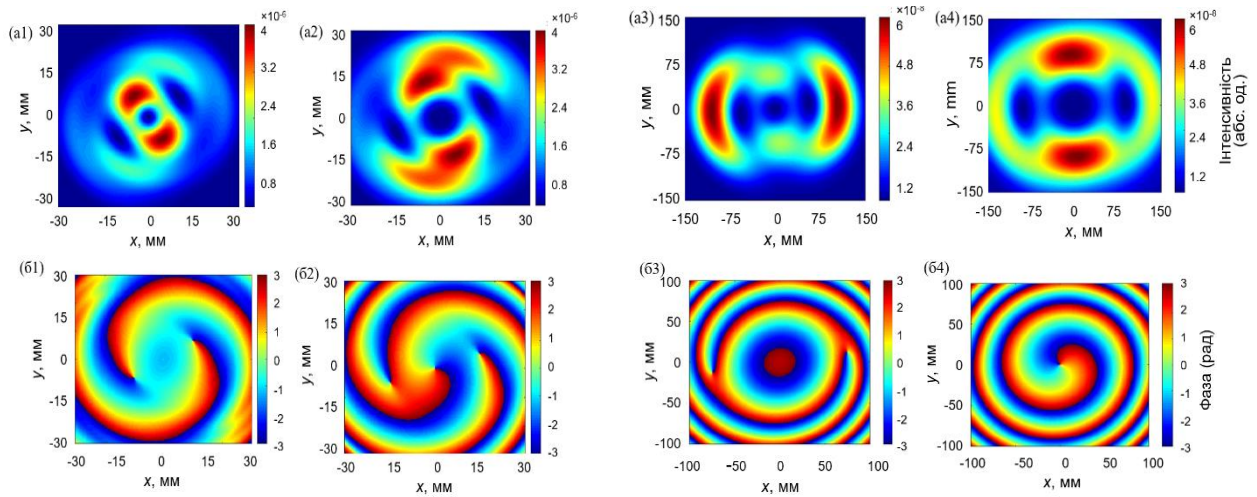


Рис. Б.3. Розрахункові поперечні розподіли інтенсивності (a1–a4) та фази (б1–б4) поля  $E_z$  компоненти лазерних пучків, збуджених модою  $TM_{01}$ , у зоні Френеля (перший та другий стовпець) та в дальній зоні (третій та четвертий стовпець). Перший і третій та другий і четвертий стовпці позначають  $n = 1$  і  $n = 2$  відповідно

### Металевий резонатор

На рис. Б.4 розподіли інтенсивності та фази поля для  $E_z$  компоненти лазерного пучка, збудженого модою  $TE_{11}$  у зоні Френеля та дальній зоні. Розподіл інтенсивності при  $n = 1$  має сфокусований центр, але при збільшенні топологічного заряду такий центр починає роздвоюватися, а також, утворюються бокові пелюстки. В дальній зоні утворюються дві симетричні плями та зі збільшенням топологічного заряду вони тільки розширюються. Фазовий профіль цієї компоненти в зоні Френеля має гвинтову структуру з двома витками при  $n = 1$  та структуру з трьома витками при  $n = 2$ . В дальній зоні фазовий профіль має добре сформований гвинтовий розподіл.

На Рис. Б.5 зображені поперечні розподіли інтенсивності та фази поля компоненти  $E_z$  лазерного пучка, утвореного модою  $TM_{01}$  у зоні Френеля та дальній зоні. Профіль інтенсивності цієї компоненти в зоні Френеля має кільцеподібну форму. В дальній зоні така форма профіля пучка зберігається, але,

присутнє розширення профілю. Фазовий фронт має гвинтоподібну форму з одним витком лише при  $n = 2$ . Такий характер розподілу зберігається і в дальній зоні.

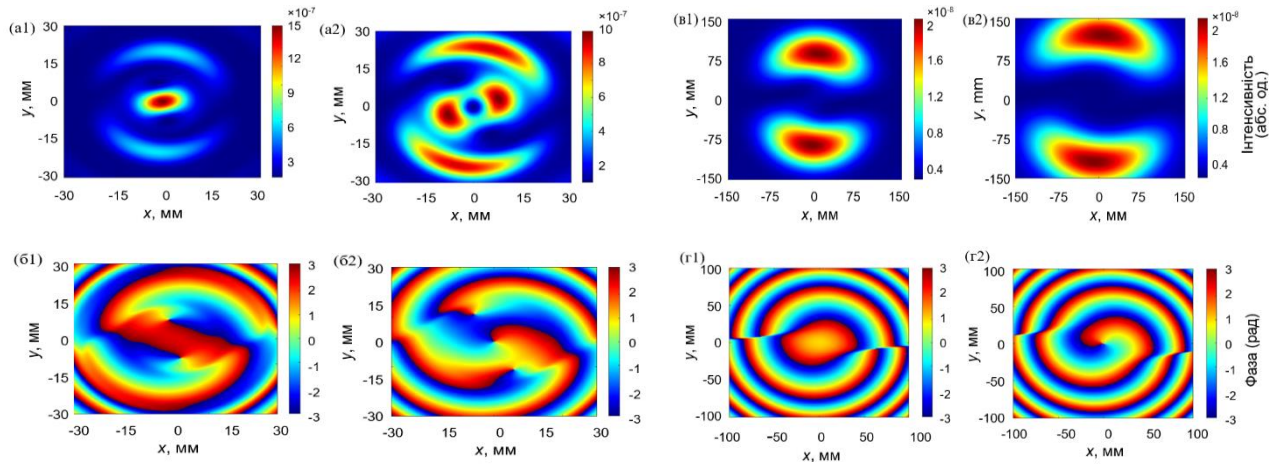


Рис. Б.4. Розрахункові поперечні розподіли інтенсивності (a1, a2, в1, в2) та фази (б1, б2, г1, г2) поля  $E_z$  компоненти лазерних пучків, збуджених модою  $TE_{11}$ , у зоні Френеля (рядки а, б) та в дальній зоні (рядки в, г). Перший і третій та другий і четвертий стовпці позначають  $n = 1$  і  $n = 2$  відповідно

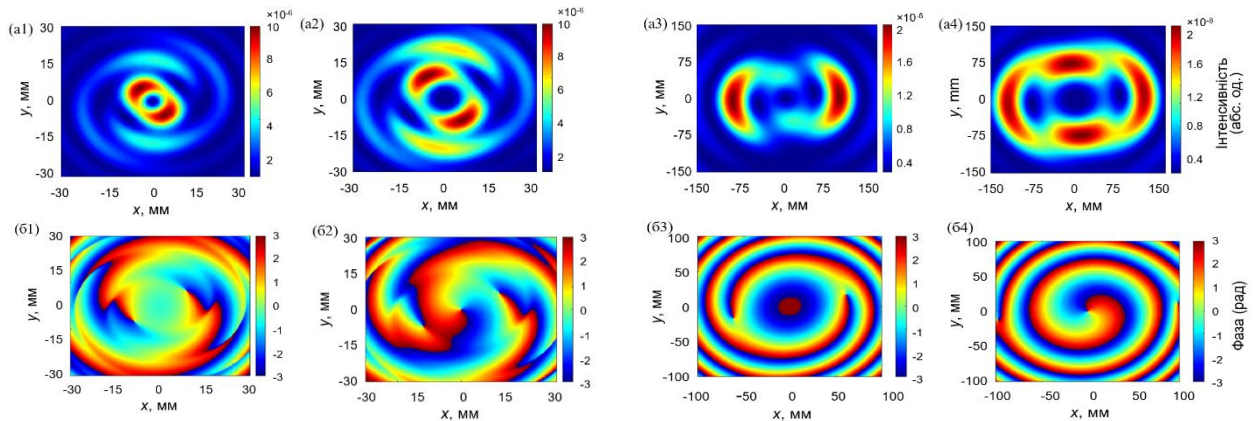


Рис. Б.5. Розрахункові поперечні розподіли інтенсивності (a1 – a4) та фази (б1 – б4) поля  $E_z$  компоненти лазерних пучків, збуджених модою  $TM_{01}$ , у зоні Френеля (перший та другий стовпець) та в дальній зоні (третій та четвертий стовпець). Перший і третій та другий і четвертий стовпці позначають  $n = 1$  і  $n = 2$  відповідно

**ДОДАТОК В**  
**ПОРІВНЯННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ РОБОТИ**  
**З РОЗРАХУНКАМИ ІНШИМИ МЕТОДАМИ**

**1.1 Метод розкладання поля за плоскими хвилями**

Для опису непараксіального розповсюдження світлових полів розглянемо векторний варіант оператора розповсюдження, що використовує розкладання поля за плоскими хвилями [158, 159]

$$\vec{E}(x, y, z) = \begin{pmatrix} E_x(x, y, z) \\ E_y(x, y, z) \\ E_z(x, y, z) \end{pmatrix} = \iint_{\Sigma_0} \vec{M}(\xi, \eta) \begin{pmatrix} F_x(\xi, \eta) \\ F_y(\xi, \eta) \end{pmatrix} \times \exp\left[ ikz\sqrt{1 - (\xi^2 + \eta^2)} \right] \exp[ik(\xi x + \eta y)] d\xi d\eta \quad (\text{B.1})$$

де

$$\begin{pmatrix} F_x(\xi, \eta) \\ F_y(\xi, \eta) \end{pmatrix} = \frac{1}{\lambda^2} \iint_{\Sigma_0} \begin{pmatrix} E_{0x}(x, y) \\ E_{0y}(x, y) \end{pmatrix} \exp[-ik(\xi x + \eta y)] dx dy \quad (\text{B.2})$$

– Фур'є-спектри компонент вхідного електричного поля визначеного в області  $\Sigma_0$ ,  $\sigma_1 \leq \sqrt{\xi^2 + \eta^2} \leq \sigma_2$ . У разі  $\sigma_1 = 0$ ,  $\sigma_2 = 1$  враховуються тільки хвилі, що розповсюджуються, у разі  $\sigma_1 = 1$ ,  $\sigma_2 > 1$  враховуються лише затухаючі хвилі.

Матриця поляризаційного перетворення  $M(\xi, \eta)$  має вигляд:

$$\vec{M}(\xi, \eta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -\frac{\xi}{\sqrt{1 - (\xi^2 + \eta^2)}} & -\frac{\eta}{\sqrt{1 - (\xi^2 + \eta^2)}} \end{bmatrix}. \quad (\text{B.3})$$

У полярних координатах вирази (B.1) – (B.3) набувають наступного вигляду

$$\vec{E}(\rho, \theta, z) = \frac{1}{\lambda^2} \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} \int_0^{2\pi} \vec{P}(\sigma, \phi) \exp[ik\sigma\rho\cos(\theta - \phi)] \times \exp\left[ikz\sqrt{1 - \sigma^2}\right] \sigma d\sigma d\phi, \quad (\text{B.4})$$

$$\vec{P}(\sigma, \phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -\frac{\sigma \cos \phi}{\sqrt{1 - \sigma^2}} & -\frac{\sigma \sin \phi}{\sqrt{1 - \sigma^2}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} F_x(\sigma, \phi) \\ F_y(\sigma, \phi) \end{pmatrix}, \quad (\text{B.5})$$

$$\begin{pmatrix} F_x(\sigma, \phi) \\ F_y(\sigma, \phi) \end{pmatrix} = \int_0^{r_0} \int_0^{2\pi} \begin{pmatrix} E_{0x}(r, \varphi) \\ E_{0y}(r, \varphi) \end{pmatrix} \exp[-ikr\sigma\cos(\varphi - \phi)] r dr d\varphi. \quad (\text{B.6})$$

Враховуючи радіально-вихровий вигляд компонентів вхідного поля:

$$\begin{pmatrix} F_x(\sigma, \phi) \\ F_y(\sigma, \phi) \end{pmatrix} = i^n \exp(in\varphi) \int_0^{r_0} \begin{pmatrix} E_{0x}(r, \varphi) \\ E_{0y}(r, \varphi) \end{pmatrix} J_n(kr\sigma) r dr. \quad (\text{B.7})$$

При використанні методу розкладання поля за плоскими хвилями можливе застосування алгоритму швидкого перетворення Фур'є (ШПФ) [160. 161], що істотно скорочує час розрахунку. Однак використання алгоритму ШПФ має свої недоліки, пов'язані з фіксованою дискретністю сигналів на вході та виході, а також можливістю обчислювати лише поперечні розподіли. При необхідності одержання поздовжніх (вздовж оптичної осі) розподілів використовувати алгоритм, заснований на ШПФ, недоцільно: залежність метричних розмірів від  $z$  вимагає перерахунку (інтерполяції) відліків у кожній площині. А при необхідності одержання значень на деякій кривій, що не лежить у поперечній площині, перевага ШПФ за швидкістю втрачається.

Отримані вирази було використано для проведення розрахунків поперечних розподілів інтенсивності поля ( $I = |E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2$ ) лазерних пучків випромінювання, що збуджуються у зоні Френеля симетричною лінійно

поляризованою  $EH_{11}$  модою хвилевідного резонатора терагерцового лазера при її взаємодії зі спіральною фазовою пластинкою. Довжина хвилі випромінювання була обрана в середній частині терагерцового діапазону  $\lambda = 0,4326$  мм. Діаметр хвилеводу обраний рівним  $2a = 35$  мм. Спіральна фазова пластинка з апертурою однакового діаметра розміщувалася на виході хвилеводу. Розрахунки проводились на відстані  $z = 708$  мм від СПФ.

Розглянемо порівняння результатів розрахунків поширення пучка за допомогою інтегралів Релея-Зоммерфельда та використовуючи метод розкладання поля за плоскими хвилями. На Рис. В.1 представлені розподіли інтенсивності поля в поперечному перерізі та порівняльний графік.

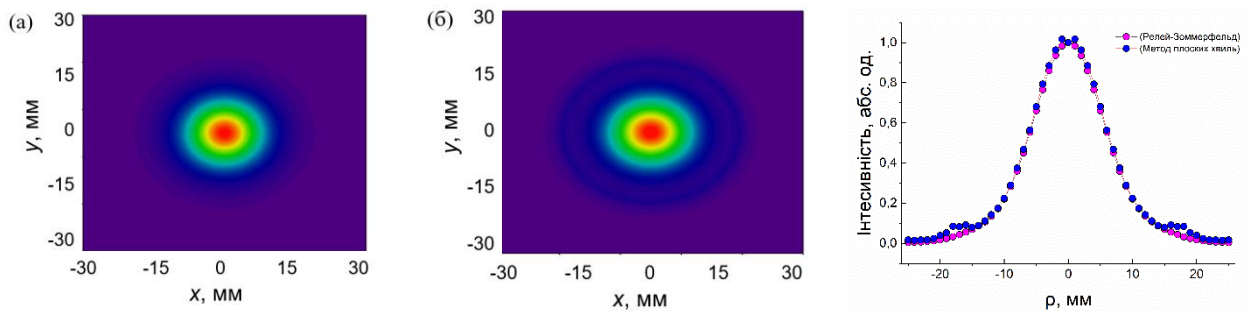


Рис. В.1. Поперечні розподіли інтенсивності поля лазерних пучків, збуджених модою  $EH_{11}$ , розраховані методом Релея-Зоммерфельда (а) та методом розкладання поля за плоскими хвилями (б) при значенні топологічного заряду  $n = 0$ . Порівняння розподілів (а) та (б) зображені на (в)

На Рис. В.1 показано, що розрахунок поширення вихрового пучка інтегралами Релея-Зоммерфельда (Рис.В.1а) або методом розкладання поля за плоскими хвилями (Рис. В. 1б) дає майже ідентичні результати. Це підтверджує достовірність результатів, отриманих в дисертаційній роботі.

## 1.2 Перетворення Річардса-Вольфа

Для широкоапертурної оптичної системи, що фокусує, векторне електричне поле в однорідному діелектричному середовищі поблизу фокусу часто розглядається з використанням формул Річардса-Вольфа [162, 163]

$$\vec{E}(r, \psi, z) = -\frac{if}{\lambda} \int_0^\alpha \int_0^{2\pi} \vec{E}_0(\theta, \varphi) T(\theta) P(\theta, \varphi) \exp[ik(r \sin \theta \cos(\varphi - \psi) + z \cos \theta)] \sin \theta d\theta d\varphi,$$

де  $(r, \psi, z)$  – циліндричні координати фокальної області,  $(\theta, \varphi)$  – сферичні кутові координати вихідної зіниці фокусуєчої системи,  $E_0(\theta, \varphi)$  – амплітуда електричного поля на вході широкоапертурної системи,  $T(\theta)$  – функція аподизації лінзи,  $f$  – фокусна відстань лінзи,  $k = 2\pi / \lambda$  – хвильове число,  $\lambda$  – довжина хвилі,  $\alpha$  – максимальний полярний кут, що визначається числовою апертурою лінзи ( $NA = \sin(\arctg(a_2/F))$ ),  $P(\theta, \varphi)$  – поляризаційна матриця.

Геометрія розглянутої задачі показана на Рис. В.2. Функція аподизації лінзи залежить від об'єктива, що використовується при фокусуванні. Найпоширенішим об'єктивом є аплантичний об'єктив. Для нього функція аподизації має вигляд [164, 165]:  $T(\theta) = \cos^{1/2}(\theta)$ . Також під час проведення розрахунків використовується співвідношення зв'язку між радіальною та сферичною координатами  $r = f \sin(\theta)$ , так звана “умова синуса”.

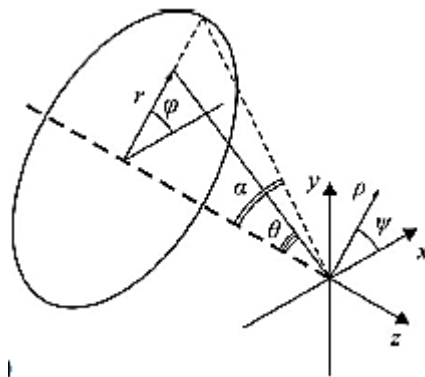


Рис. В.2. Геометрія розглянутої задачі

Матриця поляризації фокусувальної системи  $P(\theta, \varphi)$  має такий вигляд [166]

$$P(\theta, \varphi) = \begin{bmatrix} \cos \theta + \sin^2 \varphi (1 - \cos \theta) \\ \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) \\ -\sin \theta \cos \varphi \end{bmatrix} a(\theta, \varphi) + \begin{bmatrix} \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) \\ \cos \theta + \cos^2 \varphi (1 - \cos \theta) \\ -\sin \theta \sin \varphi \end{bmatrix} b(\theta, \varphi),$$

де  $a(\theta, \varphi)$ ,  $b(\theta, \varphi)$  – функції поляризації для  $x$ -,  $y$ -компонент падаючого пучка.

При лінійній  $y$ -поляризації функції поляризації падаючого пучка  $a(\theta, \varphi) = 0$ ,  $b(\theta, \varphi) = 1$ , а матриця поляризації системи зводиться до вигляду:

$$P(\theta, \varphi) = \begin{bmatrix} \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) \\ \cos \theta + \cos^2 \varphi (1 - \cos \theta) \\ -\sin \theta \sin \varphi \end{bmatrix}.$$

Тоді в цьому випадку компоненти вектора електричного поля можна зобразити у вигляді:

$$E_x(\rho, \psi, z) = -\frac{if}{2\lambda_0} \int_0^\alpha d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi E_x^0(\theta, \varphi) \sqrt{\cos \theta} \sin \theta \sin 2\varphi (\cos \theta - 1) \times \\ \times \exp[ik(r \sin \theta \cos(\varphi - \psi) + z \cos \theta)],$$

$$E_y(\rho, \psi, z) = -\frac{if}{\lambda_0} \int_0^\alpha d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi E_y^0(\theta, \varphi) \sqrt{\cos \theta} \sin \theta [\cos \theta + \cos^2 \varphi (1 - \cos \theta)] \times \\ \times \exp[ik(\rho \sin \theta \cos(\varphi - \psi) + z \cos \theta)],$$

$$E_z(\rho, \psi, z) = +\frac{if}{\lambda_0} \int_0^\alpha d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi E_y^0(\theta, \varphi) \sqrt{\cos \theta} \sin^2 \theta \sin \varphi \times \\ \times \exp[ik(\rho \sin \theta \cos(\varphi - \psi) + z \cos \theta)].$$

При радіальній поляризації випромінювання, що падає на високоапертурну фокусувальною систему, коефіцієнти для початкової поляризації записуються як  $a(\varphi) = \cos \varphi$ ,  $b(\varphi) = \sin \varphi$ , і матриця поляризації системи набуває вигляду:



$$P(\theta, \varphi) = \begin{bmatrix} \cos \varphi \cos \theta \\ \sin \varphi \cos \theta \\ -\sin \theta \end{bmatrix}.$$

Тоді в цьому випадку компоненти вектора електричного поля можна зобразити у вигляді

$$E_x(\rho, \psi, z) = -\frac{if}{\lambda} \int_0^\alpha d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi E_x^0(\theta, \varphi) \sqrt{\cos \theta} \sin \theta \cos^{\frac{3}{2}} \theta \cos \varphi \times \\ \times \exp[ik(r \sin \theta \cos(\varphi - \psi) + z \cos \theta)],$$

$$E_y(\rho, \psi, z) = -\frac{if}{\lambda} \int_0^\alpha d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi E_y^0(\theta, \varphi) \sqrt{\cos \theta} \sin \theta \cos^{\frac{3}{2}} \theta \sin \varphi \times \\ \times \exp[ik(r \sin \theta \cos(\varphi - \psi) + z \cos \theta)],$$

$$E_z(\rho, \psi, z) = -\frac{if}{\lambda} \int_0^\alpha d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi E_y^0(\theta, \varphi) \sqrt{\cos \theta} \sin \theta \cos^{\frac{1}{2}} \theta \sin \theta \times \\ \times \exp[ik(r \sin \theta \cos(\varphi - \psi) + z \cos \theta)].$$

В цьому випадку можна показати, що азимутальна компонента дорівнює нулю. Вирази для радіальної та азимутальної компонентів мають вигляд

$$E_\rho(\rho, \psi, z) = -\frac{if}{\lambda} \int_0^\alpha d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi E_\rho^0(\theta, \varphi) \sqrt{\cos \theta} \sin \theta \cos \theta \cos(\varphi - \psi) \times \\ \times \exp[ik(r \sin \theta \cos(\varphi - \psi) + z \cos \theta)],$$

$$E_z(\rho, \psi, z) = -\frac{if}{\lambda} \int_0^\alpha d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi E_\rho^0(\theta, \varphi) \sqrt{\cos \theta} \sin \theta \cos \theta \cos(\varphi - \psi) \times \\ \times \exp[ik(r \sin \theta \cos(\varphi - \psi) + z \cos \theta)].$$

При азимутальній поляризації випромінювання, що падає на високоапертурну фокусуєчу систему, коефіцієнти для початкової поляризації

записуються як  $a(\varphi) = \sin \varphi$ ,  $b(\varphi) = -\cos \varphi$ ,  $c(\varphi) = 0$ , і матриця поляризації системи набуває вигляду:

$$P(\theta, \varphi) = \begin{bmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Тоді в цьому випадку компоненти вектора електричного поля у площині спостереження подаються у вигляді

$$E_x(\rho, \psi, z) = \frac{if}{\lambda} \int_0^\alpha d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi E_x^0(\theta, \varphi) \sqrt{\cos \theta} \sin \theta \sin \varphi \times \\ \times \exp[ik(r \sin \theta \cos(\varphi - \psi) + z \cos \theta)],$$

$$E_y(\rho, \psi, z) = -\frac{if}{\lambda} \int_0^\alpha d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi E_y^0(\theta, \varphi) \sqrt{\cos \theta} \sin \theta \cos \varphi \times \\ \times \exp[ik(r \sin \theta \cos(\varphi - \psi) + z \cos \theta)].$$

Використовуючи перетворення координат можна показати, що радіальна та азимутальна компонента дорівнює нулю.

$$E_\varphi(\rho, \psi, z) = -\frac{if}{\lambda} \int_0^\alpha d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi E_y^0(\theta, \varphi) \sqrt{\cos \theta} \cos(\varphi - \psi) \times \\ \times \exp[ik(r \sin \theta \cos(\varphi - \psi) + z \cos \theta)].$$

Порівняльний розрахунок проводився при параметрах, які були вказані вище. Топологічний заряд  $n$  дорівнював нулю. Фокусна відстань  $F$  дорівнює 36,36 мм для випадку гострого фокусування. Числова апертура лінзи  $NA$  дорівнює 0,43.

Розглянемо порівняння результатів розрахунків у випадку гострого фокусування пучка за допомогою інтегралів Релея-Зоммерфельда та перетворень Річардса-Вольфа. На Рис. В.3 представлені розподіли інтенсивності поля в поперечному перерізі та порівняльний графік.

Як видно з Рис. В.3 результати розрахунків гострого фокусування вихрових лазерних пучків за допомогою інтегралів Релея-Зоммерфельда (Рис. В.3а) та перетворень Річардса-Вольфа (Рис. В.3б) не повністю збігаються. Це пояснюється наступним чином: теорія Річардса-Вольфа показує задовільні результати коли в дослідженнях застосовується широкоапертурна оптична система з числовим параметром  $NA \geq 1$  (наприклад: аплантична лінза, дифракційна лінза та параболічне дзеркало). В наших дослідженнях застосовувалась вузькоапертурна лінза де  $NA$  дорівнює 0,43. Тому результати розрахунків по фокусуванню вихрових лазерних пучків отриманих в дисертації можна вважати достовірними.

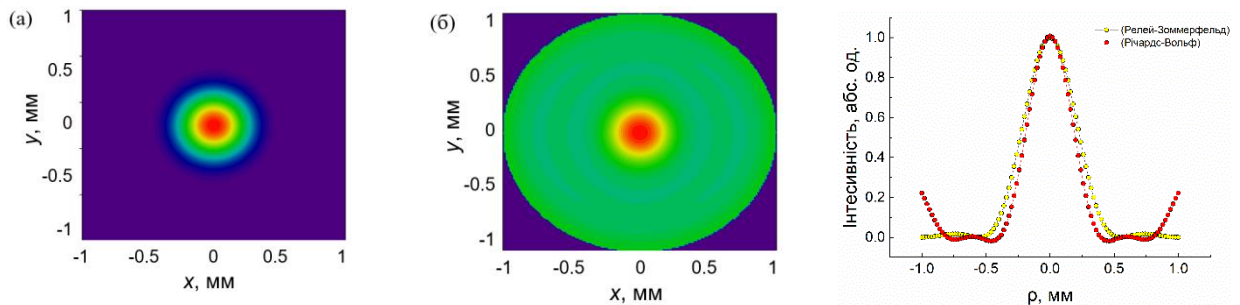


Рис. В.3. Поперечні розподіли інтенсивності поля лазерних пучків, збуджених модою  $EH_{11}$ , розраховані інтегралами Релея-Зоммерфельда (а) та перетворенням Річардса-Вольфа (б) при значенні топологічного заряду  $n = 0$ . Порівняння розподілів (а) та (б) зображено на (в)

Достовірність отриманих результатів також підтверджується результатами роботи [167], яка виконана в оптичному діапазоні. В роботі показано, що:

– метод розкладання поля за плоскими хвилями та інтегральні перетворення Релея-Зоммерфельда демонструють суттєво різні результати в області менше п'яти довжин хвиль. Але, при відстані від апертури більше п'яти довжин хвиль, результати, отримані обома методами, однакові, включаючи позаосьовий розподіл.

– при суттєвій економії часу розрахунку за допомогою інтегралів Релея-Зоммерфельда і перетворень Річардса-Вольфа при надкороткій фокусній відстані (менше 1,6...2,6 мкм для довжини хвилі 633 нм) більш точним виявляється перетворення Річардса-Вольфа, а при віддаленні від початкової площини і поза фокальною площиною точнішим є інтеграл Релея-Зоммерфельда.

Онлайн сервіс створення та перевірки кваліфікованого та удосконаленого електронного підпису

ПРОТОКОЛ  
створення та перевірки кваліфікованого та удосконаленого електронного підпису

Дата та час: 16:49:58 24.03.2025

Назва файлу з підписом: Svystunov\_diss.pdf.asice  
Розмір файлу з підписом: 7.6 МБ

Перевірені файли:  
Назва файлу без підпису: Svystunov\_diss.pdf  
Розмір файлу без підпису: 8.4 МБ

Результат перевірки підпису: Підпис створено та перевірено успішно. Цілісність даних підтверджено

Підписувач: СВИСТУНОВ ОЛЕГ ОЛЕКСАНДРОВИЧ  
П.І.Б.: СВИСТУНОВ ОЛЕГ ОЛЕКСАНДРОВИЧ  
Країна: Україна  
РНОКПП: 3583210354  
Організація (установа): ФІЗИЧНА ОСОБА  
Час підпису (підтверджено кваліфікованою позначкою часу для підпису від Надавача): 16:49:55  
24.03.2025  
Сертифікат виданий: КНЕДП АЦСК АТ КБ "ПРИВАТБАНК"  
Серійний номер: 5E984D526F82F38F040000001847BF0192582806  
Алгоритм підпису: ДСТУ 4145  
Тип підпису: Удосконалений  
Тип контейнера: Підпис та дані в архіві (розширений) (ASiC-E)  
Формат підпису: З повними даними для перевірки (XAdES-B-LT)  
Сертифікат: Кваліфікований

Версія від: 2025.02.05 13:00