

ВИСНОВОК

про наукову новизну, теоретичне на практичне значення результатів дисертації

Селютіна Дмитра Дмитровича

«Фільтри, узагальнені види збіжності та їхні застосування»

яка подається на здобуття ступеня доктора філософії

з галузі знань 11 — Математика та статистика

за спеціальністю 111 — Математика

1. Оцінка роботи здобувача у процесі підготовки дисертації і виконання індивідуального плану навчальної і наукової програми.

Аспірант Селютін Дмитро Дмитрович виконав в повному обсязі Індивідуальний план освітньо-наукової програми підготовки доктора філософії. Освітню програму в обсязі 40 кредитів ECTS виконано в повному обсязі. Він успішно пройшов викладацьку практику (95 б.) і склав 7 заліків та іспитів з наступних дисциплін:

Заліки:

- 1) Філософські засади та методологія наукових досліджень — 100 б.
- 2) Англійська мова — 85 б.
- 3) Підготовка наукових публікацій та презентація результатів досліджень — 95 б.

Іспити:

- 4) Іноземна мова для аспірантів — 90 б.
- 5) Сучасна теорія оптимального керування — 100 б.
- 6) Теорія банахових просторів — 72 б.
- 7) Теорія графів — 91 б.

2. Обґрунтування вибору теми дослідження.

В математичному аналізі і в тій частині функціонального аналізу, що стосується метризовних просторів, основні поняття (замкненість, неперервність, компактність, тощо) можна описати мовою збіжних послідовностей. Коли ми виходимо в неметризовані простори, цієї мови вже

недостатньо. Зручним аналогом мови збіжних послідовностей, що адекватно описує неметризовний випадок, є мова збіжності за фільтром.

Якщо Ω -- непорожня множина, то фільтром на множини Ω називають непорожню сім'ю підмножин множини Ω , яка є стійкою відносно скінченного перетину своїх елементів на взяття надмножин.

Теорія фільтрів є відносно молодого наукою. Поняття фільтра у 1937 році запропонував знаменитий французький математик, член групи Бурбакі, Анрі Картан. В термінах теорії фільтрів ми можемо описувати, наприклад, компактність простору: топологічний векторний просторів X є компактним тоді і тільки тоді, коли кожен фільтр на X має граничну точку, тоді і тільки тоді, коли кожен ультрафільтр на X має границю. Тому мова фільтрів наразі є дуже поширеною в теорії топологічних векторних просторів. Використання мови фільтрів в задачах математичного та функціонального аналізу призводить природним чином до багатьох цікавих питань, на деякі з яких нам вдалося дати відповідь в даному дисертаційному дослідженні.

Мета дослідження. Розширення теоретичних відомостей про фільтри та їх застосування до дослідження загальних топологічних векторних просторів.

Завдання дослідження.

- 1) Встановити зв'язок між ядром послідовності відносно до ідеалу та множиною граничних точок послідовності відносно ідеалу.
- 2) Описати сім'ю модульних функцій таких, що ідеали, породжені цими функціями співпадають зі статистичним ідеалом.
- 3) Дати характеристикацію сім'ї фільтрів, які не можна задати однією статистичною мірою.
- 4) Дослідити питання єдиності представлення фільтрів як перетину нескінченної кількості ультрафільтрів.
- 5) Дати означення різних типів повноти топологічних векторних просторів в термінах фільтрів.
- 6) Дослідити взаємозв'язки між топологічними векторними просторами, повними за фільтрами.

- 7) Дослідити зв'язки між ультрафільтрами та просторами, повними за цими ультрафільтрами.
- 8) Дати означення інтеграла функції відносно фільтра та дослідити його властивості.

Об'єкт дослідження. Фільтри, ультрафільтри, ідеали, топологічні векторні простори.

Предмет дослідження. Будова сімей фільтрів, ультрафільтрів, та ідеалів на заданій непорожній множині, питання повноти топологічних векторних просторів.

Методи дослідження. В дисертаційні роботи використано методи функціонального на математичного аналізів, загальної топології, теорії множин, теорії загальних топологічних векторних просторів, та теорії фільтрів.

3. Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

Дисертаційну роботу виконано на кафедрі фундаментальної математики факультету математики і інформатики Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна у відповідності до тематики пріоритетних досліджень кафедри та в рамках державної науково-дослідницької роботи за темою «Оператори в нескінченновимірних просторах: взаємозв'язок між геометрією, алгеброю, та топологією» (номер проєкту: 2020.02/0096).

4. Особистий внесок дисертанта в отриманні наукових результатів та їх новизна.

В даній дисертаційній роботі вперше описано зв'язок між ядром відносно до ідеалу та множиною граничних точок послідовності відносно ідеалу у загальних локально опуклих топологічних векторних просторах. Також в роботі вперше описано необхідні і достатні умови для функцій f таких, що ідеали, породжені цими функціями, співпадають зі статистичним ідеалом. Вперше нам вдалось виділити широкий клас фільтрів, які не можна задати однією статистичною мірою. Це зроблено завдяки введенню нових понять бідного фільтра і конгломерованого фільтра. Також в роботі ми повністю розглянули

питання представлення фільтрів у вигляді перетину нескінченного сімейства ультрафільтрів і з'ясували, чи є воно єдиним.

У дисертаційній роботі введено поняття повного відносно фільтра топологічного векторного простору, в тому числі зліченна повнота, асимптотична зліченність і досліджено властивості нових типів просторів.

В роботі введено нове поняття інтеграла функції відносно фільтра та досліджено його властивості.

5. Обґрунтованість і достовірність наукових положень, висновків і рекомендацій, які захищаються.

Обґрунтування і достовірність наукових положень і результатів дисертації Селютіна Дмитра підтверджується

- повним викладенням доведень теорем;
- наявністю посилань на попередні дослідження і відомі факти, що використовуються в доведеннях.

Основні результати дисертації опубліковані в фахових журналах. Їх було представлено на міжнародних наукових конференціях.

6. Наукове, практичне та теоретичне значення результатів дисертації.

Робота носить теоретичний характер. Отримані результати розширюють наші уявленні про фільтри, ультрафільтри, топологічні векторні простори та можуть бути застосовані в топології, теорії банахових просторів та інших розділах математики.

7. Повнота викладення матеріалів дисертації в роботах, опублікованих автором.

За матеріалами дисертації опубліковано 5 наукових праці, зокрема 2 статті у фахових виданнях України та 3 статті, що входять до наукометричної бази SCOPUS. Крім того, результати було опубліковано в тезах 6 вітчизняних і зарубіжних конференцій.

Публікації у фахових виданнях України:

1. D. Seliutin, On relation between statistical ideal and ideal generated by a modulus function, Visnyk of V.N. Karazin Kharkiv National University. Ser. Mathematics, Applied Mathematics and Mechanics. 2022. Vol. 95. P. 23-30. DOI: 10.26565/2221-5646-2022-95.

2. D. Seliutin. On integration with respect to filter, Visnyk of V.N. Karazin Kharkiv National University. Ser. Mathematics, Applied Mathematics and Mechanics. 2023. Vol. 98. P. 25-35.
DOI: 10.26565/2221-5646-2023-98-02.

Публікації у наукових виданнях, що входять до міжнародних наукометричних баз:

3. V. Kadets, D. Seliutin. Completeness in topological vector spaces and filters on \mathbb{N} , Bulletin of the Belgian Mathematical Society, Simon Stevin. 2022. Vol. 28. №. 4.
DOI: 10.36045/j.bbms.210512.

(Особистий внесок здобувача: здобувачеві належить теореми 3.3, 3.4 про зв'язок різних типів повноти в загальних топологічних векторних просторах; теорема 4.15 про секвенціальну, але не обмежену повноту простору ℓ_1 зі слабкою топологією.

Особистий внесок співавтора: співавтору належить постановка задачі, теорема 4.6 про існування неповного топологічного векторного простору із потужністю континуум, який є зліченно повним, теорема 4.8 про обмежену зліченну повноту, теореми 4.10, 4.12 про локально опуклі простоти, розділ 5).

4. V. Kadets, D. Seliutin, J. Tryba, Conglomerated filters and statistical measures, J. Math. Anal. Appl. 2022. Vol. 509. №. 1.
DOI: 10.1016/j.jmaa.2021.125955.(Scopus Q1)

(Особистий внесок здобувача: здобувачеві належить теорема 2.5 — достатня умова того, що фільтр не можна задати однією статистичною мірою; здобувачем було перевірено, що фільтр Фреше, фільтр підсумовування, фільтр Ердеша-Улама не можна задати однією статистичною мірою; здобувачеві належить також теорема 3.4, лема 3.5, 3.6, теорема 3.7. Особистий внесок співавторів: співавтору V. Kadets належить загальна постановка задачі, теорема 3.9, лема 3.10, теорема 3.11, означення тін-представлення та всі теореми, пов'язані із цим поняттям; співавтору J. Tryba належить твердження 2.11, теорема 2.12, розділ 4).

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертаційної роботи:

5. D. Seliutin. On some properties of filters. XVI International Scientific Conference of Students and Young Scientists "Modern Problems of Mathematics and its Application in Natural Sciences and Information Technologies", March, 13-14, 2021.
6. D. Seliutin. Relations between the ideal core and the ideal cluster point. International Scientific Internet Conference of Young Researchers "Innovation in Science: Modern Dimension". April 22, 2021.
7. D. Seliutin. A generalization of completeness of topological vector spaces. \\ International conference on complex and functional analysis dedicated to the memory of Bohdan Vynnytsky. September 13-16, 2021, Drohobych, Ukraine.

8. D. Seliutin. On relations between statistical ideal and ideal generated by a modulus function. The International Online Conference “Current trends in abstract and applied analysis”. May 12-15, 2022, Ivano-Frankivsk, Ukraine.
9. Д. Селютін, Про застосування фільтрів в теорії інтегрування, XVIII Міжнародна науково-практична конференція «Сучасні проблеми математики та її застосування в природничих науках та інформаційних технологіях», Харків, 2023.
10. Д. Селютін, Про перетин сімейств ультрафільтрів, Міжнародна наукова конференція «Сучасні проблеми механіки та математики — 2023», Львів, 2023.

9. Дотримання академічної доброчесності.

На підставі вивчення тексту дисертації здобувача, наукових праць здобувача та Протоколу контролю оригінальності (перевірку наявних текстових запозичень виконано в антиплагіатній системі [Strikeplagiarism.com](https://www.strikeplagiarism.com)) встановлено, що дисертаційну роботу виконано самостійно, текст дисертації не містить плагіату, а дисертація відповідає вимогам академічної доброчесності. Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

10. Оцінка мови та стилю дисертації.

Матеріал дисертації викладено в логічній послідовності та доступній для сприйняття формі. Дисертація написана науковим стилем мовлення, з використанням коректної термінології, структура дисертації відповідає алгоритму здійсненого автором дослідження.

Зміст, структура оформлення дисертації відповідає вимогам відповідно постанови Кабінету Міністрів України «Про затвердження Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії» (постанова Кабінету Міністрів України від 12 січня 2022 року № 44, зі змінами, внесеними згідно з постановою Кабінету Міністрів України від 21.03.2022 року № 341), Наказу Міністерства освіти і науки України від 12.01.2017 р. № 40 «Про затвердження вимог до оформлення дисертації» зі змінами, внесеними згідно з Наказом Міністерства освіти і науки України від 31.05.2019 року № 759.

11. Відповідність змісту дисертації спеціальності з відповідної галузі знань, з якої вона подається до захисту.

За своїм фаховим спрямуванням і науковою новизною робота Селютіна Дмитра Дмитровича «Фільтри, узагальнені види збіжності та їхні застосування» відповідає спеціальності 111 Математика.

12. Рекомендація дисертації до захисту.

Дисертаційна робота Селютіна Дмитра Дмитровича «Фільтри, узагальнені види збіжності та їхні застосування» відповідає передбаченим "Порядком присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії" (постанова Кабінету Міністрів України від 12 січня 2022 року № 44, зі змінами, внесеними згідно з постановою Кабінету Міністрів України від 21.03.2022 року № 341).

Результати дослідження були представлені на розширеному засіданні кафедри фундаментальної математики Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна щодо попередньої експертизи дисертації (протокол № 16 розширеного засідання кафедри фундаментальної математики від 04 квітня 2024 року) у формі презентації та наукової дискусії після її завершення. На розширеному засіданні кафедри було одностайно (18 голосів) ухвалено рішення рекомендувати дисертацію Селютіна Дмитра Дмитровича на тему «Фільтри, узагальнені види збіжності та їхні застосування» до захисту у разовій спеціалізованій вченій раді для здобуття ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 - Математика з галузі знань 11 — Математика та статистика.

Доцент кафедри
фундаментальної математики
факультету математики і інформатики
Харківського національного
університету імені В. Н. Каразіна,
кандидат фізико-математичних наук



Сергій ГЕФТЕР