

ВИСНОВОК

наукового керівника щодо виконання
індивідуального плану освітньо-наукової програми
підготовки доктора філософії та роботи над дисертацією

ГАВРИЛЕНКА Ігоря Олеговича

«Мінімальні поверхні у субрімановій геометрії»

яка подається на здобуття ступеня доктора філософії

галузі знань 11 Математика та статистика

за спеціальністю 111 Математика

Гавриленко Ігор Олегович у 2022 році закінчив факультет математики і інформатики Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, і у тому ж році вступив до аспірантури кафедри фундаментальної математики факультету математики і інформатики Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна. Навчальну складову індивідуального плану освітньо-наукової програми підготовки доктора філософії І.О. Гавриленко виконав вчасно і в повному обсязі.

Дослідження з мінімальних поверхонь у субріманових многовидах І.О. Гавриленко почав під моїм керівництвом під час другого року навчання у магістратурі. У цей час він ознайомився з основними поняттями субріманової геометрії та інших необхідних для його роботи розділів диференціальної геометрії, зокрема, геометрії мінімальних підмноговидів та груп Лі, у рамках навчальних курсів і самостійної роботи та почав вивчення існуючої літератури з мінімальних поверхонь у субріманових многовидах та їхньої стійкості.

Актуальність обраної нами теми була зумовлена тим, що субріманова геометрія є розділом сучасної геометрії, який швидко розвивається і знаходить застосування, зокрема, у теорії керування і нейробиології, а дослідження мінімальних поверхонь у субріманових многовидах є цікавим та змістовним класом варіаційних задач.

За моєю пропозицією першим питанням, яке І.О. Гавриленко почав вивчати ще у магістратурі та закінчив на першому році аспірантури, було дослідження мінімальності та стійкості поверхонь у субрімановій тривимірній групі Лі, що є універсальним накриттям групи $E(2)$ власних рухів евклідової площини. Було знайдено формулу першої варіації субріманової площі поверхні у цій групі, виведено з неї критерій мінімальності поверхні, знайдено формулу другої варіації субріманової площі та досліджено кілька прикладів мінімальних поверхонь та їхньої стійкості, зокрема, описано вертикальні мінімальні поверхні. Цікавим наслідком отриманих результатів виявилось те, що, хоча ріманова геометрія даної групи Лі є евклідовою, поняття мінімальності поверхонь у ній в рімановому і субрімановому сенсі суттєво відрізняються, і з жодної з них не випливає інша. Також було встановлено, що, на відміну від інших досліджених на той час субріманових геометрій, мінімальність не є

еквівалентною до рівності нулю субріманової середньої кривини поверхні. Результати цього дослідження були опубліковані в нашій спільній роботі в журналі «Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, серія “Математика, прикладна математика і механіка”», що входить до переліку фахових видань України. У цій статті мені як співавтору належать постановка задачі, пропозиції прикладів, уточнення формулювань результатів та доведення субріманової нестійкості стандартного гелікоїда, яка впливає також із встановлених у подальших роботах аспіранта фактів. Решту результатів роботи І.О. Гавриленко отримав самостійно.

Під час роботи над першою статтею І.О. Гавриленко зацікавився окремим випадком вертикальних мінімальних поверхонь, тобто таких, що дотична площина поверхні у кожній точці перпендикулярна до площини горизонтального розподілу, що визначає субріманову структуру. З одного боку, таке обмеження є достатньо жорстким, що дає можливість повного опису таких поверхонь для широкого класу структур, з іншого боку, як виявилось, такі поверхні дозволяють отримати формули першої та другої варіації субріманової площі у загальному вигляді, що не залежать від субріманової структури, що й було зроблено аспірантом. З отриманих формул випливає, що вертикальна поверхня є мінімальною у субрімановому сенсі тоді й тільки тоді, коли вона мінімальна у рімановому сенсі, а з її субріманової стійкості впливає ріманова. У якості конкретного застосування цієї техніки І.О. Гавриленко дав повний опис вертикальних мінімальних поверхонь у тривимірній групі Гейзенберга, де, крім добре дослідженої стандартної субріманової структури, було розглянуто структури, що задаються довільним двовимірним лівоінваріантним цілком інтегрованим розподілом разом зі стандартною рімановою метрикою, що входить до списку тривимірних геометрій Терстона. Те ж саме було зроблене для тривимірної групи Sol. У процесі дослідження було знайдено нові класи мінімальних поверхонь у цих многовидах та доведено стійкість в усіх випадках. Результати було опубліковано у спільній роботі в журналі «Proceedings of International Geometry Center», який індексується наукометричною базою SCOPUS та належить до квартилю SCOPUS-Q3. У цій статті мені належать постановка задач, запропоновані техніки розв’язання та уточнення формулювань, а усі результати І.О. Гавриленко отримав самостійно.

Продовжуючи роботу над дослідженням вертикальних поверхонь, Гавриленко І.О. зацікавився субрімановими структурами на тривимірній групі Лі, що є універсальним накриттям матричної групи $SL(2, \mathbb{R})$. Важливість цього прикладу була зумовлена тим, що це остання зі списку тривимірних унімодулярних груп Лі з геометріями Терстона, що допускає субріманові структури, які раніше не досліджувалися. І.О. Гавриленко вивчив клас горизонтальних розподілів, що задає, зокрема, нелівоінваріантні субріманові структури, а також нову лівоінваріантну структуру. В усіх цих випадках він отримав повний опис вертикальних мінімальних поверхонь, що включає велику кількість нових прикладів. Під час дослідження стійкості цих поверхонь виникла необхідність у новому аналітичному інструментарії. Було запропоновано аналог оператора Якобі для вертикальних мінімальних поверхонь і доведено аналог достатньої умови стійкості з відомої ріманової теореми Д. Фішер-

Колбрі та Р. Шоена. Це дозволило успішно показати стійкість усіх знайдених поверхонь. Результати дослідження були опубліковані І.О. Гавриленком у самостійній роботі в журналі «Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, серія «Математика, прикладна математика і механіка»», що входить до переліку фахових видань України.

Як висновок, результати досліджень І.О. Гавриленка повністю відповідають заявленій темі роботи «Мінімальні поверхні у субрімановій геометрії». Також засвідчую, що у дисертаційну роботу включені лише результати, що були отримані І.О. Гавриленком особисто.

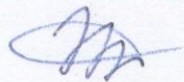
Під час навчання в аспірантурі І.О. Гавриленко зробив три доповіді на міжнародних конференціях, тези яких опубліковано, виступав на семінарах. У 2025 році отримав стипендію фонду імені Н.І. Ахієзера.

Під час навчання в аспірантурі і роботи над дисертацією І.О. Гавриленко продемонстрував належний рівень теоретичної підготовки, здатність висувати нові ідеї та використовувати різноманітні методи для реалізації цих ідей, виявив здібності до навчання та до самостійного проведення наукових досліджень, довів спроможність презентувати та обговорювати свої результати на наукових зустрічах.

Дисертаційна робота Гавриленка Ігоря Олеговича «Мінімальні поверхні у субрімановій геометрії» є самостійною завершеною науковою працею, в якій отримані нові науково обґрунтовані результати, що становлять важливий внесок у дослідження геометрії субріманових многовидів, мінімальних поверхонь у них та стійкості таких поверхонь. Отримані результати є достовірними, мають теоретичне значення та опубліковані у трьох фахових наукових виданнях, одне з яких належить до квартилю SCOPUS-Q3.

Вважаю, що наукова складова індивідуального плану роботи Гавриленка Ігоря Олеговича виконана повністю та на високому рівні.

Науковий керівник:
кандидат фіз.-мат. наук, доцент
закладу вищої освіти
кафедри фундаментальної математики
факультету математики і інформатики
Харківського національного
університету імені В. Н. Каразіна



Євген ПЕТРОВ

Підпис
Євгена Петрова засвідчую
Начальник відділу кадрів
Харківського національного
університету імені В. Н. Каразіна



Олена ГРОМИКО