

Рішення
разової спеціалізованої вченої ради
про присудження ступеня доктора філософії

Здобувач ступеня доктора філософії Гавриленко Ігор Олегович, 1998 року народження, громадянин України, освіта вища: закінчив у 2022 році Харківський національний університет імені В.Н.Каразіна за спеціальністю 111 Математика, виконав акредитовану освітньо-наукову програму «Математика».

Разова спеціалізована вчена рада, утворена наказом Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна № 0114-1/236 від 26.05.2026 у складі:

Голови разової

спеціалізованої вченої ради – **ІГНАТОВИЧ Світлани Юріївни**, доктора фізико-математичних наук (спеціальність 01.01.01 – математичний аналіз), доцента, професора кафедри прикладної математики факультету математики і інформатики Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна;

Рецензента –

БЕБІЙ Максима Отарійовича, кандидата фізико-математичних наук (спеціальність 01.01.02 – диференціальні рівняння), доцента кафедри прикладної математики факультету математики і інформатики Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна;

Офіційних опонентів –

БОЛОТОВА Дмитра Валерійовича, доктора фізико-математичних наук (спеціальність 01.01.04 – геометрія та топологія), старшого наукового співробітника, провідного наукового співробітника відділу диференціальних рівнянь і геометрії Фізико-технічного інституту низьких температур ім. Б.І. Веркіна НАН України;

ПРИШЛЯКА Олександра Олеговича, доктора фізико-математичних наук (спеціальність 01.01.04 – геометрія та топологія), професора, професора кафедри комп'ютерних методів механіки і процесів керування Київського національного університету імені Тараса Шевченка;

СТЕГАНЦЕВОЇ Поліни Георгіївни, кандидата фізико-математичних наук (спеціальність 01.01.04 – геометрія та топологія), професора, професора кафедри загальної математики Запорізького національного університету,

на засіданні «23» липня 2026 року прийняла рішення про присудження ступеня доктора філософії з галузі знань 11 Математика та статистика

Гавриленку Ігорю Олеговичу

на підставі публічного захисту дисертації «Мінімальні поверхні у субрімановій геометрії» за спеціальністю 111 Математика.

Дисертацію виконано у Харківському національному університеті імені В.Н. Каразіна Міністерства освіти і науки України, м. Харків.

Науковий керівник Петров Євген В'ячеславович, кандидат фізико-математичних наук (спеціальність 01.01.04 – геометрія і топологія), доцент кафедри фундаментальної математики Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна.

Дисертацію подано у вигляді спеціально підготовленого рукопису. Зміст, структура й обсяг дисертації відповідають вимогам пункту 6 Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії, затвердженого постановою Кабінету Міністрів України від 12 січня 2022 року № 44 (зі змінами).

Здобувач має 3 наукових публікації за темою дисертації, з них 3 статті у наукових виданнях (2 статті у фахових виданнях України, 1 стаття у науковому виданні, що входить до міжнародної наукометричної бази Scopus):

1. Гавриленко І., Петров Є. Стійкість мінімальних поверхонь у субрімановому многовиді $\widetilde{E(2)}$. *Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, Серія «Математика, прикладна математика і механіка»*. 2023. Т. 98. С. 50-67.

DOI: 10.26565/2221-5646-2023-98-04

(Особистий внесок здобувача: обчислення формули першої варіації субріманової площі поверхні у групі Лі $\widetilde{E(2)}$, виведення критерію мінімальності поверхні, знаходження формули другої варіації субріманової площі, дослідження декількох прикладів мінімальних поверхонь та їхньої стійкості, опис вертикальних мінімальних поверхонь).

2. Havrylenko I., Petrov E. Stability of vertical minimal surfaces in three dimensional sub-Riemannian manifolds. *Proceedings of the International Geometry Center*. 2025. Vol. 18, No. 2. P. 159-182. (Scopus Q3).

DOI: 10.15673/pigc.v18i2.3009

(Особистий внесок здобувача: обчислення формул першої та другої варіацій субріманової площі вертикальної поверхні у субрімановому многовиді з двовимірним горизонтальним розподілом, опис вертикальних мінімальних поверхонь у тривимірних групах Лі Nil та Sol, доведення їхньої стійкості).

3. Havrylenko I. The Jacobi operator and the stability of vertical minimal surfaces in the sub-Riemannian Lie group $SL(2, \mathbb{R})$. *Visnyk of V.N. Karazin Kharkiv National University, Ser. Math., Appl. Math., Mech.* 2025. Vol. 102. P. 30-47.

DOI: 10.26565/2221-5646-2025-102-02

У дискусії взяли участь голова, рецензент, офіційні опоненти та висловили зауваження:

1. Офіційний рецензент Бебія Максим Отарійович, доцент кафедри прикладної математики Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна.

Висловлено такі зауваження:

1. У розділі I приділено увагу інтерпретації геометричних задач знаходження горизонтальних шляхів та субріманових геодезичних з точки зору теорії керування, але не вказано, чи існують такого роду інтерпретації для геометричних задач пошуку мінімальних поверхонь і встановлення їхньої стійкості, що розглянуті в роботі.
2. Було б доречно встановити також, чи впливає у загальному випадку з ріманової стійкості вертикальної мінімальної поверхні її субріманова стійкість. Зауважимо, що у всіх конкретних прикладах, що розглянуті в роботі, ці

властивості збігаються.

3. Текст дисертації містить деякі граматичні та стилістичні помилки, які, втім, не впливають на сприйняття змісту роботи. Наприклад, на сторінці 118 у посиланні [20] між DOI: та самою адресою варто поставити нерозривний пробіл. Аналогічно, нерозривний пробіл варто поставити на сторінці 18 між словом «Chapter» та цифрою 3. Є і деякі інші подібні приклади, які суттєво не впливають на якість презентації результатів роботи.
2. Офіційний опонент Болотов Дмитро Валерійович, провідний науковий співробітник відділу диференціальних рівнянь і геометрії Фізико-технічного інституту низьких температур ім. Б.І. Веркіна НАН України.

Висловлено такі зауваження.

Загальні зауваження:

1. У розділі 1 роботи відсутнє обґрунтування, геометричне або з точки зору теорії керування, для поняття субріманового функціоналу площі (Означення 1.6), а отже, й для похідного поняття мінімальності поверхні в субрімановому многовиді.
2. Означення 1.8 мінімальності та стійкості поверхонь надані для варіацій, що визначені за межами сингулярної множини (до речі, варто було навести посилання на конкретні роботи, де ці поняття вводяться саме так). Вважаю, що для загального випадку корисніше було б розглядати варіації, що визначені також у сингулярних точках, наприклад, такі, що дорівнюють у цих точках нулю.
3. У розділі 4 дисертаційної роботи розглядаються терстонівські геометрії, тобто ріманові многовиди, що мають компактні фактормноговиди за діями дискретних підгруп груп ізометрій. Дослідження поверхонь у таких фактормноговидах із субрімановими структурами, їхньої мінімальності та стійкості, становило б особливий інтерес. Хоча у роботі згадуються властивості образів деяких зі знайдених вертикальних поверхонь під дією факторизації, їхнє систематичне дослідження не проводиться.
4. У дисертації, на мою думку, не досліджені детально властивості знайдених контактних структур. Зокрема, для контактної геометрії ключовим є поняття поля Ріба контактної структури. Вертикальні мінімальні поверхні, що описані у роботі, дотикаються до нормальних полів контактних структур, але не з'ясовано, коли ці поля є їхніми полями Ріба. Було б варто відмітити випадки поверхонь, що складаються з інтегральних траєкторій саме полів Ріба.

Зауваження редакційного характеру:

1. На с. 41 роботи відсутнє посилання на доведення твердження про нульову міру сингулярної множини поверхні.
2. На с. 62-63 роботи замість посилання на джерело краще було б безпосередньо перевірити твердження про те, що похідна модуля якобіана функції φ_S дорівнює дивергенції поля uN .
3. У Твердженні 3.1 роботи через u позначено функцію з компактим носієм, а у наступній за цим твердженням Теоремі 3.3 – вже додатну функцію на поверхні, носій якої, взагалі кажучи, не є компактным, що створює певну плутанину.
3. Офіційний опонент Пришляк Олександр Олегович, професор кафедри комп'ютерних методів механіки і процесів керування Київського національного університету імені Тараса Шевченка.

Висловлено такі зауваження:

1. У Наслідку 3.2 роботи доведено, що зі стійкості вертикальної мінімальної поверхні у субрімановому сенсі впливає її стійкість у рімановому сенсі. Природним видається питання про справедливість оберненого твердження, відповідь на яке потребувала б доведення в інший бік або побудови контрприкладу. Хоча це питання згадується в переліку відкритих у висновках до роботи, без відповіді на нього загальне дослідження стійкості вертикальних поверхонь виглядає, на мою думку, неповним.
2. В дисертації слід було б приділити більше уваги опису геометрії тривимірних унімодулярних груп Лі з лівоінваріантними метриками та геометрії Терстона, пояснити важливість розгляду у четвертому розділі дисертації саме таких геометричних об'єктів. Також потребує пояснень питання, чому не розглядалися тривимірні неунімодулярні групи Лі.
3. У роботі не пояснено, чому мінімальні поверхні розглядаються саме в універсальних накриттях груп Лі $E(2)$ (Розділ 2) і $SL(2, \mathbb{R})$ (Розділ 4), а не в самих цих групах. Зв'язок між мінімальністю або стійкістю поверхні в універсальному накритті та її образу під дією накриваючого відображення згадується в одному із зауважень, але не є достатньою мірою дослідженням.
4. З попереднім питанням також пов'язане наступне більш загальне. Хоча стійкість є глобальною властивістю поверхні, у дисертації вона досліджується здебільшого локальними методами. При цьому мінімальність теж виступає як локальна властивість. Тому мало б сенс проаналізувати доведення теорем і встановити, для яких поверхонь ці властивості зберігаються під дією локальних ізометрій субріманових многовидів.
4. Офіційний опонент Стеганцева Поліна Георгіївна, професор кафедри загальної математики Запорізького національного університету.

Висловлено такі зауваження.

Загальні зауваження:

1. В роботі не пояснено, чому саме унімодулярні групи Лі обрані в якості конкретних прикладів тривимірних субріманових многовидів і чому не розглядаються, наприклад, неунімодулярні групи Лі. Є згадки про геометрії Терстона, але значення цієї групи геометричних структур не розкрито належним чином.
2. В деяких випадках для полегшення читання роботи було б краще деталізувати пояснення (або викладки). Так, для усіх груп Лі, що розглядаються у роботі, наведено вигляд групових операцій та базисних лівоінваріантних векторних полів, але не пояснено, як здійснюється перехід від групової операції до полів, й не надано посилань, які могли б замінити це пояснення. Те ж стосується виведення формул для коваріантного диференціювання. На мою думку, ці переходи варто було б виписати детальніше.

Зауваження редакційного характеру:

1. По всьому тексту роботи використовується «зветься» замість «називається».
2. Одночасно використовуються терміни «цілком неінтегровний розподіл» (с. 32) та «повна неінтегровність розподілу» (с. 33) для одного й того самого поняття.
3. На с. 40 замість виразів «не містять якусь точку...», «не містять якусь геодезичну...» краще використати «існує точка (геодезична), що не належить до...».
4. На с. 86 повинно бути «використаємо метод, що був описаний...».
5. На с. 74 у реченні перед наслідком 4.1 «З неї також впливає наступний частковий результат типу Бернштейна» краще використати слово «частинний»

- (або «особливий»).
6. Символ Σ використовується для позначення поверхні, але іноді зустрічаються фрази «розшарування Σ » (наприклад, с. 77) або «друга фундаментальна форма Σ » (наприклад, с. 78). Краще було б не опускати слово «поверхня» в такого типу виразах.
 7. На с. 115 у формулюванні задачі для можливих майбутніх досліджень «отримання класифікаційних теорем про вертикальні мінімальні поверхні в неунімодулярних тривимірних субріманових групах Лі та встановлення їхньої стійкості» та інших аналогічних замість «встановлення» краще «дослідження».
 8. Відсутні дужки для підінтегральних виразів, наприклад, у формулюванні теореми 3.2.
 9. На с. 84 й с. 86 запропоновані перепозначення для коефіцієнтів λ і μ , що є різними, хоча з тексту можна зробити висновок, що це одне й те саме перепозначення.
 10. Варто було б на с. 35 для групи Гейзенберга надати номери формулам, що описують вигляд групової операції та базисних векторів алгебри Лі цієї групи. На ці номери можна було б дати посилання при отриманні формул (4.6) та (4.7).

Результати відкритого голосування:

«За» 5 членів ради,

«Проти» 0 членів ради.

На підставі результатів відкритого голосування разова спеціалізована вчена рада присуджує

Гавриленку Ігорю Олеговичу

ступінь доктора філософії з галузі знань II Математика та статистика

за спеціальністю III Математика

Відеозапис трансляції захисту дисертації додається.

Голова разової спеціалізованої вченої ради

Світлана ІГНАТОВИЧ

