Рішення
разової спеціалізованої вченої ради
про присудження ступеня доктора філософії

Здобувачка ступеня доктора філософії *Андреєва Дар'я Миколаївна*, *1997* року народження, громадянка *України*,
освіта вища:закінчила у *2020* році *Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна*
за спеціальністю *113 Прикладна математика,*
виконала акредитовану освітньо-наукову програму *доктора філософії*.

Разова спеціалізована вчена рада, утворена наказом *Вченої ради Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна Міністерства освіти і науки України, м. Харків* від «30» квітня 2025 р., № 0114-1/215,
у складі:

Голови разової спеціалізованої вченої ради – *Фаворов Сергій Юрійович, доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри фундаментальної математики Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна;*

Рецензентів – *Бебія Максим Отарійович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри прикладної математики факультету математики і інформатики Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна;*

Півень Олексій Леонідович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри прикладної математики факультету математики і інформатики Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна.

Офіційних опонентів – *Зуєв Олександр Леонідович, член-кореспондент Національної академії наук України, доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач відділу прикладної механіки Інституту прикладної математики і механіки Національної академії наук України;*

Халіна Катерина Сергіївна, кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник Фізико-технічного інституту низьких температур ім. Б.І. Вєркіна Національної академії наук України

на засіданні «*30*» *червня* 20*25* року прийняла рішення про присудження ступеня доктора філософії з галузі знань *11 – Математика та статистика*
Андреєвій Дар'ї Миколаївні
на підставі публічного захисту дисертації «*Побудова та аналіз однорідних апроксимацій нелінійних керованих систем*»
за спеціальністю *113 – Прикладна математика*
Дисертацію виконано в *Харківському національному університеті імені В. Н. Каразіна Міністерства освіти і науки України, м. Харків*

Науковий керівник *Ігнатович Світлана Юріївна, доктор фізико-математичних наук, доцент, професор кафедри прикладної математики Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна*

Дисертацію подано у вигляді спеціально підготовленого рукопису. Дисертація містить нові науково обґрунтовані результати проведених здобувачем досліджень. А саме, побудовано однорідні апроксимації нелінійних керованих систем з виходом і відповідних реалізовних *рядів ітерованих інтегралів, а також встановлено зв'язок їхніх алгебраїчних властивостей з задачею оптимальної швидкодії. Результати досліджень можуть бути застосовані в теорії керування, прикладній механіці та інших розділах математики. Зміст, структура й обсяг дисертації відповідають вимогам пункту 6 Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії, затвердженого постановою Кабінету Міністрів України від 12 січня 2022 року № 44 (зі змінами).*

Здобувачка має *7 наукових публікацій за темою дисертації, з них 3 статті у наукових виданнях: 2 статті опубліковані у наукових виданнях, включених до переліку наукових фахових видань України, і 1 стаття опублікована у періодичному науковому виданні, що входить до міжнародної наукометричної бази Scopus:*

1. Andreieva D. M., Ignatovich S.Yu. Homogeneous approximation for minimal realizations of series of iterated integrals // Visnyk of V. N. Karazin Kharkiv National University, Ser. Mathematics, Applied Mathematics and Mechanics. 2022. Vol. 96. P. 23–39.DOI: 10.26565/2221-5646-2022-96-02. (*фахове видання України*)
2. D.M. Andreieva, S.Yu. Ignatovich. Homogeneous approximations of nonlinear control systems with output and weak algebraic equivalence // Visnyk of V.N.Karazin Kharkiv National University, Ser. Mathematics, Applied Mathematics and Mechanics, 2024, V. 99, P. 36-50.DOI: 10.26565/2221-5646-2024-99-03. (*фахове видання України*)
3. Andreieva D.M., Ignatovich S.Yu. Homogeneous approximation of one-dimensional series of iterated integrals and time optimality // Journal of Optimization, Differential Equations and their Applications. 2023. Vol. 31, No 2. P. 1–23.DOI: 10.15421/142308. (*Scopus*)

У дискусії взяли участь *голова, рецензенти, офіційні опоненти* та висловили зауваження:
1. Офіційний опонент Зуєв Олександр Леонідович, завідувач відділу прикладної механіки Інституту прикладної математики і механіки Національної академії наук України.
Робота оцінена позитивно і висловлено такі зауваження:

1. Запропоновану в дисертації методику побудови однорідних наближень керованих систем варто було б проілюструвати на прикладі неголономної механічної системи. Відомо, що метод побудови однорідних апроксимацій, описаний у роботі A. Bellaïche, F. Jean, J. J. Risler [13], виявився придатним для кінематичних моделей колісних екіпажів. Зокрема, цим методом було побудовано зважені однорідні апроксимації моделі керованого візка з двома причепами для довільних 3 параметрів довжини у статті M. Vendittelli, J. Laumond, G. Oriolo, "Nilpotent approximation of nonholonomic systems with singularities: A case study", IFAC Proceedings Volumes, vol. 31, no. 17, pp. 751–756, 1998. На думку опонента, узагальнення таких кінематичних моделей є природною сферою застосування методів, розроблених у дисертаційній роботі Д. М. Андреєвої, а результати у цьому напрямку мали б значну цінність для перспективних використань у галузях механіки та робототехніки.
2. На с. 88 замість формулювання «для (майже) довільного t» доречніше вживати «для майже всіх t».
3. На с. 137 у бібліографічному посиланні [41] виявлено друкарську помилку: "jff-hooked".

2. Офіційний опонент Халіна Катерина Сергіївна, старший науковий співробітник Фізико-технічного інституту низьких температур ім. Б.І. Вєркіна Національної академії наук України.
Робота оцінена позитивно і висловлено такі зауваження:

1. У дисертації розглядаються ряди ітерованих інтегралів, які представляють вихід системи. Зокрема, для однорідних систем ряди зводяться до скінченних сум. Якщо розглянути задачу керованості, тобто побудування керування, для якого вихід у кінцевий момент часу дорівнює заданому значенню, то отримуємо рівняння або систему рівнянь, до яких шукані керування входять під інтегралами. Отже, доречною здається ідея використати структуру ітерованих інтегралів для того, щоб знаходити керування з певних класів, наприклад, кусково-сталі, що

розв'язують задачу керованості. Було б добре розглянути таку конструкцію, принаймні для певних класів систем.

2. Задача швидкодії, досліджена в розділі 3, стосується систем з одновимірним виходом. Але аналогічна задача для випадку виходу довільної розмірності не розглядається. Можливо, в загальному випадку дослідження є складнішим, або потрібно накласти додаткові умови на систему та/або на клас оптимальних керувань. На мій погляд, здобувачці в майбутньому варто продовжити дослідження у цьому напрямку і отримати умови апроксимації у сенсі швидкодії для загального випадку.

3. Дисертація містить низку лексичних помилок. Наприклад, у багатьох місцях потрібно використовувати слово «одержати» замість «отримати», «одержаний» замість «отриманий», «за допомогою» замість «за допомоги» тощо. Також у багатьох місцях доречно замінити «всі» на «усі», «вперше» на «уперше» і так далі. На стор. 36, Визначення 1.3, «при будь-якому допустимому керуванні» потрібно замінити на «за будь-якого допустимого керування». Крім того, є пунктуаційні помилки. Наприклад, на стор. 32 (формула між (1.11) і (1.12)) у правій частині рівності після 1 і 0 потрібні коми. Зустрічаються неузгодженості: наприклад, на стор. 39 «ми розглядаємо систему, що задовольняють». Також присутня друкарська помилка: на стор. 36, рядок 9 – замість «k-ті компоненти» має бути «різниця k-тих компонент».

3. Офіційний рецензент Бебія Максим Отарійович, доцент кафедри прикладної математики факультету математики і інформатики Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна.

Робота оцінена позитивно і висловлено такі зауваження:

1) Номери формул (2.2), (2.25) та (2.33) не помістилися у відповідні рядки й змістилися вниз, чого можна було б уникнути, розділивши формули на кілька рядків або зменшивши шрифт.

2) В роботі розглядаються два типи обмеження на керування: обмеження на модуль кожного керування (2.2) і обмеження на суму квадратів керувань (3.13). Щодо другого типу, в роботі наявне пояснення: таке обмеження є зручнішим для задачі оптимальної швидкодії. Було б добре ще пояснити, чи можна було з самого початку в якості обмеження на керування вибрати (3.13).

3) Було б цікаво розвинути ідею підрозділу 3.6 щодо зведення однорідної задачі швидкодії до задачі оптимізації. А саме, дослідити системи рівнянь для керувань, які виходять після застосування методу Лагранжа, у загальному випадку, і порівняти з умовами, які можна отримати з застосуванням принципу максимуму Понтрягіна.

4) Наприкінці підрозділу 3.6 (стор. 107-108) запропоновано метод наближеного знаходження оптимального за швидкодією керування для одної однорідної системи: якщо розкласти керування у ряд Фур'є і обмежитися кількома першими доданками, то задача зводиться до скінченновимірної задачі оптимізації. При цьому обмеження на керування можуть порушуватися. По-перше, про це варто було сказати в тексті. По-друге, було б цікаво запропонувати такий наближений метод, для якого наближені керування задовольняли б задане обмеження.

5) Нарешті, зазначу, що однорідні апроксимації систем, афінних за керуванням, в околі точки спокою можуть бути досліджені за допомогою аналогічного алгебраїчного підходу. Як побажання на майбутнє: цікаво дослідити однорідні апроксимації для таких систем з виходом.

4. Офіційний рецензент Півень Олексій Леонідович, доцент кафедри прикладної математики факультету математики і інформатики Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна.

Робота оцінена позитивно і висловлено такі зауваження:

- На с.36 не зовсім зрозуміло, яким чином формула (1.16) визначає підпростір $\mathcal{P}^k$ при $k = 1$. Краще було б визначити цей підпростір так, як це зроблено в теоремі 2.2.
- С. 49. Лінійна незалежність рядів $F_c(\ell_j)$ гарантує лише лінійну незалежність послідовностей їх коефіцієнтів як елементів простору послідовностей. Тому бажано надати більш детальні обґрунтування, чому існують такі мультиіндекси $I_1, \dots, I_n \in M_0$, що матриця (2.11) є невиродженою.
- С. 53. Як в формулі (2.18) діє відображення $\tilde{c}(\ell)$ на елементи $e^{\ell_1} \dots e^{\ell_n}$, що є рядами в алгебрі $\mathcal{F}$? Це відображення раніше було визначено лише на лінійних комбінаціях елементів $\mathcal{F}$.
- С. 54. В усіх прикладах потрібно було зробити припущення відносно m.

• С.64. При формулюванні леми 2.2 необхідно було зазначити, що n– фіксоване натуральне число.

• С. 72. Доцільно було б додати більш детальне обґрунтування, чому скінченна сума завжди є реалізовною.

• С.76. Як саме можна скористатися лемою 2.1 для обґрунтування існування керованої системи вигляду (2.3) ?

• На с. 76 при доведенні леми 3.1 з'являється нерівність $n' \geq n$, проте до цього моменту не є визначеним n. Малось на увазі, що $n = \mathrm{codim}(\mathcal{L}_S)$?

• На с. 78 замість D_S скрізь повинно бути $D_{\hat{S}}$.

• С. 78. Замість $x_1 = u_1$ повинно бути $\dot{x}_1 = u_1$.

• С. 80–81. У випадку $\mathcal{L}_1 = \mathcal{L}_2$ твердження теореми 3.2 є прямим наслідком теореми 2.3. Тож навіщо повторювати міркування, які було зроблено при доведенні теореми 2.3?

• С. 68 та 82. При визначенні ряду $F_c(\ell)$ втрачено додавання за k.

• При доведенні теореми 3.3 (с. 93–98) не варто використовувати позначення x для аргумента функції $G_s(x)$, оскільки x – це векторний аргумент полів $X_i(x)$ в системі (3.26). Також при доведенні теореми 3.3 був використаний принцип нерухомої точки, бажано було б в цьому місті надати посилання на теорему Брауера.

• С. 106. В лівій частині рівності на другому рядку пропущено $d\tau_1$.

• С. 116. При доведенні леми 4.1 використовувався n-вимірний ряд $\tilde{S}$, який визначався як мінімальна реалізація вихідного ряду S, хоча в підрозділі 2.4 було визначено ряд $\tilde{S}$ іншим шляхом. Виникає питання, чи це різні ряди, чи вони співпадають.

• В зауваженні 4.2 (с. 121) потрібно уточнити вигляд дуального базису.

• С. 124 (останні два рядки). Навіщо використовувати лему 3.1, сформульовану для одновимірних рядів, для перевірки рівності максимальних лівих ідеалів багатовимірних рядів?

Результати відкритого голосування:

«За» 5 членів ради,

«Проти» 0 членів ради.

На підставі результатів відкритого голосування разова спеціалізована вчена рада присуджує *Андреєвії Дар'ї Миколаївні*

ступінь доктора філософії з галузі знань *11 – Математика та статистика*

за спеціальністю *113 – Прикладна математика*

Відеозапис трансляції захисту дисертації додається.

Голова разової спеціалізованої вченої ради Сергій ФАВОРОВ

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ * ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ В. Н. КАРАЗІНА * КОД 02071205