

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна
Міністерство освіти і науки України

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

ЛО ІЯН

УДК 519.876.5, 621.396.969.3

ДИСЕРТАЦІЯ

**ПРОЕКТУВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ АНТЕННОЇ РЕШІТКИ ЗА
ДОПОМОГОЮ СПЕЦІАЛЬНИХ МАТРИЦЬ**

Спеціальність 105 – «Прикладна фізика та наноматеріали»

(Галузь знань 10 – Природничі науки)

Подається на здобуття наукового ступеня доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень.
Використання ідей, результатів і текстів інших авторів
мають посилання на відповідне джерело.

Ло Іян (Luo Yiyang)_____

Наукові керівники:

Сергій ШУЛЬГА, доктор фізико-математичних наук, професор, професор
кафедри теоретичної радіофізики Харківського національного університету
імені В. Н. Каразіна

Владислав ЛУЦЕНКО, доктор фізико-математичних наук, професор,
завідувач лабораторії моніторингу і спектроскопії середовищ Інституту
радіофізики та електроніки ім. О. Я. Усикова Національної академії наук
України

Харків - 2023

АНОТАЦІЯ

Ло Іян. **Проектування та оптимізація антенної решітки за допомогою спеціальних матриць.** – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 105 – Прикладна фізика та наноматеріали (Галузь знань 10 – Природничі науки). – Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна Міністерства освіти і науки України, Харків, 2023.

Мета дослідження. Дисертаційна робота присвячена розробці нових методів побудови розріджених планарних антенних решіток (АР), які можуть бути використані для багатьох функцій, зокрема для радіотелескопів (8–80 МГц). Серія прямих і простих методів проектування таких розріджених були запропоновані плоскі АР. Нееквідистантні розріджені АР, побудовані на основі структури латинських квадратів та їх трикутної матриці, є найбільш задовільним результатом, отриманим на теперішній час. Запропоновано новий метод побудови АР, що істотно відрізняється від раніше відомих. Досконально досліджено властивості АР такого типу, які забезпечують повне покриття просторових частот, при високому ступені розрідження з досить малим бічним випромінюванням. **Наукова новизна та практична значимість** результатів дисертаційної роботи полягають у наступному:

- 1) Вперше використано латинську квадратну матрицю при побудові АР.
- 2) Запропоновано піонерську комбінацію циклічних різницевих множин і латинських квадратних матриць для плоских розріджених АР.
- 3) Використано нову інтеграцію латинської квадратної матриці та її нижньої трикутної матриці при побудові плоскої розрідженої АР.

4) Розроблений матричний метод, на відміну від ітераційних підходів і підходів до оптимізації на основі видалення, пропонує ефективний, прямий і простий метод для проектування АР.

5) Новий матричний підхід забезпечує повне охоплення просторових частот у розрідженій планарній антенній решітці, призначеної для потреб радіоастрономії.

Структура та зміст дисертаційної роботи:

У **РОЗДІЛІ 1** зроблено огляд робіт у галузі досліджень поширення радіохвиль, теорії антен, методів побудови лінійних АР і планарних АР. Наведено роз'яснення щодо деяких параметрів, які використовуються в дисертаційній роботі включаючи: діаграму спрямованості, ширину основної пелюстки, середній рівень бокових пелюсток, коефіцієнт заповнення, надмірність, просторові частоти, що покриваються тощо. Розглянуто традиційний матричний метод побудови антенних решіток. Наведено перелік завдань, що вирішуються у дисертаційній роботі.

У **РОЗДІЛІ 2** досліджується доцільність побудови нерівномірної АР на основі латинських квадратів. Алгоритм, що використовується для обчислення координат АР на основі «латинських» квадратів, відображає підхід, який використовується в АР, побудованих із використанням «магічних» квадратів. Цей алгоритм ґрунтується на використанні значень елементів матриці, що генеруються (утворюють квадрат), як основа для інтерферометра, створеного сусідніми елементами. У той час як результуючі АР забезпечують повне покриття просторової частоти в області розміщення елементів АР, вони мають значний коефіцієнт надмірності. Вивчено діаграми спрямованості генерованої АР та оцінено рівні бічних пелюсток отриманої неоднорідної АР. Зменшення надмірності в АР на основі латинських квадратів має мінімальний вплив на ширину головної пелюстки. Проте це значно зменшує коефіцієнти заповнення та надмірності, водночас помітно

збільшуючи середні рівні бічних пелюсток. Продемонстровано можливість синтезу великих АР на основі вкладених (складових) квадратів з використанням вбудованих латинських квадратів. Характеристики отриманих решіток досліджено при адитивних і мультиплікативних зсувах, а також повороті (транспонуванні). Показано, що використання взаємних поворотів окремих шарів у межах синтезованої решітки може покращити її характеристики. Дослідним шляхом встановлено, що найбільш сприятливі характеристики мають АР, отримані при вбудовуванні магічного квадрата шляхом адитивного зсуву елементів у латинському квадраті, що приводить до утворення нового латинського квадрата. Це залишається вірним навіть при використанні операцій обертання (транспонування). Отримані результати відкривають нові можливості для створення неоднорідних антенних решіток з низькими коефіцієнтами заповнення та надлишковості й прийнятними рівнями бічних пелюсток, що перевершують характеристики неоднорідних планарних АР на основі циклічно-різницевих множин (ЦРМ), що використовувались раніше. Представлений підхід і методологія пропонує нові шляхи, включаючи використання греко-латинських (ейлерових) ортогональних квадратів як вихідних елементів, що відкривають перспективні можливості для подальших досліджень.

У **РОЗДІЛІ 3** розглянуто побудову нееквідистантних АР на основі латинських квадратів із ЦРМ в якості елементів, з використанням алгоритму, представленого у РОЗДІЛІ 1. Отримані АР демонструють майже повне покриття просторових частот з мінімальним коефіцієнтом надмірності. Слід відзначити, що АР на основі латинських квадратів із використанням ЦРМ в якості елементів мають істотні переваги над іншими конфігураціями, пропонуючи нові можливості для АР зі зниженим коефіцієнтом заповнення та надмірності. Крім того було досліджено синтезування великих АР з використанням латинських квадратів із ЦРМ в якості елементів. Доведено, що це сприятиме покращенню продуктивності та гнучкості корегування

параметрів конструкції. Запропоновані підходи до синтезу мають потенційне застосування при проектуванні низькочастотних радіотелескопів, радіолокаційних комплексів і систем моніторингу сейсмічної та атмосферної активності.

У **РОЗДІЛІ 4** було запропоновано новий метод синтезу АР, заснований на використанні латинського квадрата та його трикутної матриці, який продемонстрував прямий та ефективний підхід для синтезування розрідженої АР. Запропонований метод забезпечує повне просторове частотне покриття, зменшує компактність АР та загальну кількість АР, зберігаючи ефективний контроль над бічними пелюстками. Синтезована АР демонструє вузьку головну пелюстку і низькі рівні бічних пелюсток, що робить її універсальною для різноманітного застосування, включаючи радіолокацію, зв'язок, радіоастрономію, радіотерапію, дистанційне зондування, автомобільну промисловість, медичну візуалізацію, навігацію тощо. Незважаючи на велику кількість елементів АР, синтезованих за допомогою цього методу, АР зберігає фіксовану геометрію, демонструючи узгоджені характеристики при обертанні на площині.

У **РОЗДІЛІ 5** було проведено порівняльний аналіз на прикладі антенного елемента, призначеного для радіоастрономічного телескопа 25 МГц. Доведено, що нові підходи до побудови нееквідистантних плоских розріджених АР із використанням математичних конструкцій, таких як магічні квадрати, латинські квадрати (включаючи елементи у формі ЦРМ), мають ряд унікальних властивостей. По-перше, методологія характеризується простотою й ефективністю, уникаючи складної нелінійності, що пов'язана з традиційною конструкцією розріджених АР. Натомість вона використовує прості математичні концепції, такі як множення матриць, вкладення та генерація елементів, що приводить до простого та ефективного процесу проектування АР. По-друге, методологія демонструє регулярність і масштабованість, оскільки математичні концепції,

що використовуються можуть бути розширені зі збільшенням порядку, дозволяючи синтезувати великі АР. По-третє, пропонований методика поєднує в собі нелінійність і багатовимірність, представляючи нелінійний підхід із використанням лінійних форм (матриць) для проектування АР. Багатовимірна природа методу дозволяє генерувати координатні матриці різного розміру, що робить його адаптованим до багатовимірних обмежень. Нарешті, цей інноваційний підхід має значний майбутній потенціал, що забезпечить нову парадигму проектування АР з чіткими основами, прозорістю та перспективою подальшого розвитку. Це відкриває нові можливості для комплексної системи оптимізації конструкції АР, що містить додаткові математичні концепції, модифікації та заміни. При достатній кількості спроектованих АР та високому порядку матриці це може сприяти створенню баз знань для класифікації АР, систематичних досліджень характеристик розріджених АР та геометричного розподілу їх елементів.

У **ВИСНОВКАХ**, виокремлено основні результати отримані в дисертаційній роботі. Дисертація містить набір нових методів прямого проектування для розріджених планарних АР на основі спеціальних матриць, в роботі підкреслено їх численні переваги, зокрема невелику вартість, малий рівень бічних пелюсток, низьку надлишковість при забезпеченні повного покриття просторової частоти та різноманітність застосувань, зокрема в галузі радіоастрономії і моніторингу атмосфери та геокосмосу. Розглянуто перспективи подальшого застосування запропонованих методів, підкреслено їх потенційну вигоду при різних сценаріях. Однак, при числених перевагах, слід відзначити деякі недоліки поточних досліджень, зокрема: 1) відсутність конкретних вимірювань у реальних умовах, 2) відсутність глибокого розуміння конкретних сценаріїв застосування та можливих обмежень, 3) необхідність подальшого розвитку математичної природи створення розріджених решіток на основі спеціальних матриць, необхідність порівняльного аналізу решіток, що використовують як антенні блоки різні

типи антен, 4) необхідність більш глибокого аналізу та розгляду систем обробки сигналів (таких як фазообертачі та підсилювачі сигналу) в інтегрованій конструкції розріджених АР. Ці визначені області для вдосконалення, що не були предметом досліджень даної дисертаційної роботи, є актуальними напрямками для майбутніх досліджень і розробок у цій галузі.

Ключові слова: антена, проектування решітки, просторовий фільтр, діаграма спрямованості, обробка сигналу, поширення радіохвиль, радіоастрономія, радіолокація.

ABSTRACT

Luo Yiyang. **Sparse Antenna Array Design Based on Special Matrix Operations**. Qualification scholarly paper: a manuscript. Thesis submitted for obtaining the Doctor of Philosophy degree in Natural Sciences, Speciality 105 – Applied Physics and Nanomaterials. V. N. Karazin Kharkiv National University, Ministry of Education and Science of Ukraine, Kharkiv, 2023.

The purpose of the research. The dissertation work is devoted to the development of new methods to construct sparse planar antenna arrays (AAs), which can be used for multiple functions, specially for radiotelescopes (8–80 MHz). A series of direct and simple methods for designing such sparse planar AA were proposed. Non-equidistant sparse AAs constructed on the structure of Latin Squares and its Triangular matrix are the most satisfactory results currently available. A method for their construction, which is different from the past, are proposed. The properties of this type of AA, which ensure full coverage of spatial frequencies at a high degree of rarefaction with a sufficiently small lateral radiation, are thoroughly examined. The **innovativeness and highlights** of this dissertation is summarized as follows:

- 1) The inaugural use of a Latin square matrix in constructing an AA.
- 2) Pioneering combination of circular difference sets and Latin square matrices for planar sparse arrays.
- 3) Novel integration of the Latin square matrix and its lower triangular matrix in constructing a planar sparse array.
- 4) The proposed matrix method, in contrast to iterative and deletion-based optimization approaches, offers an efficient, direct, and straightforward method for AA design.
- 5) A novel matrix approach attains full spatial frequency coverage in a sparse planar antenna array tailored for radio astronomy.

The outline of the main content of the thesis is as follows:

In **CHAPTER 1**, the research history of radiowave propagation, antenna theory, linear AA, and planar AA were reviewed. Some parameters used in this thesis (including radiation pattern, main beam width, average side lobe level, filling factor, redundancy, spatial frequency), etc. are explained. And the traditional matrix-based method of constructing antenna arrays is explained.

In **CHAPTER 2**, the feasibility of constructing non-uniform AA based on Latin squares is explored. The algorithm used for computing the coordinates of the AA, based on “Latin” squares, mirrors the approach employed in AA constructed from “Magic” squares. This algorithm is grounded in using the matrix element values that generate (form the square) as the basis for the interferometer created by adjacent elements. While the resulting AA provide complete coverage of the spatial frequency in the AA element placement area, they exhibit a substantial redundancy coefficient. Radiation patterns of the generated AA are studied, and side lobe levels of the obtained non-uniform AA are assessed. Mitigating redundancy in AA based on Latin squares has a minimal impact on the main lobe width. However, it significantly reduces fill and redundancy coefficients while notably increasing the average side lobe levels. The possibility of synthesizing large AA based on component squares using embedded Latin squares is demonstrated. Characteristics of the obtained grids are examined under additive and multiplicative shifts, as well as rotation (transposition). It is shown that employing mutual rotations of individual layers within the synthesized grid can enhance its characteristics. The study establishes that AAs with the most favorable characteristics are those obtained by embedding a magic square through additive shifts of elements in a Latin square, resulting in the formation of a new Latin square. This remains true even when employing rotation operations (transposition). The results open new possibilities for creating non-uniform antenna grids with low fill and redundancy coefficients and acceptable side lobe levels, surpassing the characteristics of previously utilized non-uniform planer AA based on cyclic-

difference sets (CDS). New avenues are proposed in the presented approach and methodology, including the use of Greco-Latin (Eulerian) orthogonal squares as starting elements, offering promising possibilities for further exploration.

In **CHAPTER 3**, the construction of non-equidistant Antenna Arrays (AAs) based on Latin squares with CDS as elements, employing the traditional algorithm presented in CHAPTER 1. The resulting AAs demonstrate nearly complete spatial frequency coverage with a minimal redundancy factor. Notably, AAs based on Latin squares utilizing CDS as elements outperform other configurations, offering new possibilities for AA with reduced filling and redundancy coefficients. The synthesis of large AAs using Latin squares with CDS as element were also explored, highlighting improvements in performance and increased flexibility in design parameter adjustments. The proposed synthesis approaches hold potential applications in designing low-frequency radio telescopes, radar complex, and systems monitoring seismic and atmospheric activity.

In **CHAPTER 4**, a novel Antenna Array (AA) synthesis method, based on the Latin square and its triangular matrix, was proposed and has been demonstrated as a direct and efficient approach for sparse AA synthesis. This method ensures full spatial frequency coverage, reduces array compactness and the overall number of arrays, while maintaining effective control over side lobes. The synthesized array exhibits a narrow main lobe and low side lobe levels, making it versatile for various applications, including radar, communications, radio astronomy, radiotherapy, remote sensing, automotive, medical imaging, navigation, and more. Despite the large number of AA elements synthesized using this method, the array maintains a fixed geometry, displaying consistent characteristics when rotated on a plane.

In **CHAPTER 5**, a comparative analysis was conducted using the example of an antenna element designed for a 25MHz radio astronomical telescope. The novel approaches to constructing non-equidistant planar sparse AAs utilizing

mathematical constructions such as Magic squares, Latin squares (including elements in the form of CDS), were proven to offer several unique properties. Firstly, the methodology is characterized by simplicity and efficiency, steering clear of the intricate nonlinearity associated with traditional sparse AA design. Instead, it employs straightforward mathematical concepts like matrix multiplication, nesting, and element generation, resulting in a straightforward and effective AA design process. Secondly, the methodology exhibits regularity and scalability, as the mathematical concepts employed can be expanded with increasing order, allowing for the synthesis of large AAs. Thirdly, it combines nonlinearity and multidimensionality, representing a nonlinear approach using linear forms (matrices) for AR design. The method's multidimensional nature enables the generation of coordinate matrices of varying sizes, making it adaptable to multidimensional constraints. Finally, this innovative approach holds significant future potential, providing a new paradigm for AA design with clear foundations, transparency, and the prospect for further development. It opens the door to a comprehensive AA optimization design system, accommodating additional mathematical concepts, modifications, and replacements. With a sufficient number of projected AAs and a high matrix order, it can facilitate the creation of knowledge bases for AA classification, systematic studies on the characteristics of sparse AAs, and the geometric distribution of their elements.

In the **CONCLUSION** a comprehensive review of the entire thesis is presented. The thesis introduces a set of novel direct design methods for sparse planar AAs based on special matrices, highlighting their numerous advantages (especially, low cost, low side lobe level, low redundancy while ensuring complete spatial frequency coverage) and versatile applications (especially in the field of radio astronomy and monitoring for the atmosphere and Geospace). The prospects for applying these methods are discussed, emphasizing their potential benefits in various scenarios. However, critical shortcomings in current research are also discussed, including: 1) the absence of specific measurements in real-world

situations, 2) a lack of in-depth understanding of specific application scenarios and constraints, 3) the need for further development of the mathematical nature of generating sparse arrays based on special matrices, the necessity for comparative analyses of arrays using different types of antennas as antenna units, and 4) the requirement for in-depth analysis and consideration of signal processing systems (such as phase shifters and signal amplifiers) in the integration of sparse antenna array designs. These identified areas for improvement serve as valuable directions for future research and development in the field.

Key words: Antenna, Array Design, Radiation Pattern, Signal Processing, Spatial Filter, Radiowave Propagation, Radio Astronomy.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА

Наукові праці в наукових фахових виданнях України:

1. Q. Guo, **Y. Luo**, V. Lutsenko, Y. Zheng, "Nonequidistant two-dimensional antenna arrays synthesized using latin squares and cyclic difference sets," *Radio Physics and Electronics*, Volume 24, Issue 1, 2019, pp. 12-23.
(Особистий внесок здобувача: ідея та методика перетворення значень латинських квадратів в координати антенної решітки, створення комп'ютерної програми для моделювання, проведення розрахунків, обговорення та аналіз результатів, підготовка матеріалів та ілюстрацій, оформлення статті)
2. V. Kravchenko, V. Lutsenko, I. Lutsenko, I. Popov, **Y. Luo**, A. Mazurenko, "Nonequidistant Two-Dimensional Antenna Arrays Based on Magic Squares", *Journal of Measurement Science & Instrumentation*, Volume 8, Issue 3, Mar 2017, pp. 244-253.
(Особистий внесок здобувача: методика перетворення значень магічних квадратів в координати антенної решітки, створення комп'ютерної програми для моделювання, проведення розрахунків, обговорення та аналіз результатів, підготовка матеріалів та ілюстрацій, оформлення статті)
3. V. Kravchenko, V. Lutsenko, I. Popov, **Y. Luo**, "Nonequidistant two-dimensional antenna arrays based on Latin squares", *Journal of Measurement Science & Instrumentation*, Volume 10, Issue 1, Mar 2019, pp. 38-48.
(Особистий внесок здобувача: методика перетворення значень латинських квадратів в координати антенної решітки, створення комп'ютерної програми для моделювання, проведення розрахунків, обговорення та аналіз результатів, підготовка матеріалів та ілюстрацій, оформлення статті)

Наукові праці в наукових виданнях, які індексуються в наукометричних базах WoS/SCOPUS

4. **Y. Luo**, V. Lutsenko, S. Shulga, "New method for designing non-equidistant plane antenna arrays with full coverage of spatial frequencies based on latin squares and their triangular matrix", *Telecommunications and Radio Engineering*, Volume 80, Issue 6, 2021, pp. 15-28.

(Особистий внесок здобувача: методика конструювання та оптимізації нееквідистантних антенних решіток з використанням латинських квадратів та трикутних матриць, створення комп'ютерної програми для моделювання, проведення розрахунків, обговорення та аналіз результатів, підготовка матеріалів та ілюстрацій, оформлення статті)

5. V. Lutsenko, I. Lutsenko, A. Soboliak, I. Popov, An. Nguyen & **Y. Luo**, "Interference to active-passive radar systems created by emissions from HF and VHF broadcasting stations," *Telecommunications and Radio Engineering*, Volume 79, Issue 10, 2020, pp. 829-845.

(Особистий внесок здобувача: створення комп'ютерної програми для обробки результатів експериментальних досліджень, моделювання, проведення розрахунків, обговорення та аналіз результатів, підготовка матеріалів та ілюстрацій, оформлення статті)

Список публікацій, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації

6. **Y. Luo**, Q. Guo, V. Lutsenko and Y. Zheng, "Nonequidistant Two-Dimensional Antenna Arrays Based on the Structure of Latin Squares Taking Cyclic Difference Sets as Elements," *2019 European Microwave Conference in Central Europe (EuMCE)*, 2019, pp. 427-430. (EI)

(Особистий внесок здобувача: ідея побудови нееквідистантних антенних решіток на основі латинських, методика перетворення їх значень в координати решітки, створення комп'ютерної програми для моделювання, проведення розрахунків, обговорення та аналіз результатів, підготовка матеріалів та ілюстрацій, оформлення тез)

7. V. Lutsenko, I. Lutsenko, A. Soboliak, I. Popov, An. Nguyen and **Y. Luo**, "Characteristics of Interference to Active-Passive Radar Systems from Emissions of HF and VHF Broadcast Stations," *2020 IEEE Ukrainian Microwave Week (UkrMW)*, 2020, pp. 259-262. (EI)

(Особистий внесок здобувача: Ідея використання методу кепстра та вейвлет-перетворення для аналізу високочастотних радіосигналів, створення комп'ютерної програми для моделювання, проведення розрахунків, підготовка матеріалів та ілюстрацій, оформлення тез)

8. **Y. Luo**, V. Lutsenko and S. Shulga, "Design and Optimization of Sparse Planar Antenna Arrays Based on Special Matrices," *2020 IEEE Ukrainian Microwave Week (UkrMW)*, 2020, pp. 1-6. (EI)

(Особистий внесок здобувача: ідея побудови AP на основі спеціальних матриць, методика перетворення їх значень в координати AP, створення комп'ютерної програми для моделювання, проведення розрахунків, підготовка матеріалів та ілюстрацій, оформлення тез)

9. V. Lutsenko, I. Lutsenko, I. Popov, **Y. Luo**, An. Nguyen, Q. Guo, Y. Zheng, (2020). "GNSS Signal Use for Sea Waves Monitoring," 2020 IEEE Ukrainian Microwave Week (UkrMW), 2020, pp. 768-771.

(Особистий внесок здобувача: створення комп'ютерної програми для моделювання, проведення розрахунків, обговорення та аналіз результатів, підготовка матеріалів та ілюстрацій, оформлення тез)

10. **Y. Luo**, V. Lutsenko, S. Shulga, I. Lutsenko and X. -A. Nguyen, (2022) "Observation Theory and Result Analysis of Sea Surface Wind Speed by Pulse Radar," 2022 IEEE 2nd Ukrainian Microwave Week (UkrMW), Ukraine, 2022, pp. 634-637. (EI)

(Особистий внесок здобувача: ідея обчислити швидкість вітру за допомогою різницевої матриці, створення комп'ютерної програми для моделювання, проведення розрахунків, підготовка матеріалів та ілюстрацій, оформлення тез)

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....	18
ВСТУП.....	19
РОЗДІЛ 1 СУЧАСНИЙ СТАН ПРОБЛЕМИ ПРОЕКТУВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЇ РОЗРІДЖЕНОЇ ПЛАНАРНОЇ АНТЕННОЇ РЕШІТКИ	27
1.1 Огляд літератури у галузі математики, фізики, антен і поширення радіохвиль	28
1.2 Огляд розвитку теорії антени	30
1.3 Огляд досліджень однорідних та розріджених антенних решіток	32
1.4 Огляд можливих застосувань розріджених антенних решіток	34
1.5 Модель та параметри антенної решітки	36
1.6 Традиційний базовий метод проектування розрідженої плоскої антенної решітки за допомогою матриці.....	40
1.7 Висновки до розділу 1	41
РОЗДІЛ 2 РОЗРОБКА ТА ОПТИМІЗАЦІЯ РОЗРІДЖЕНОЇ ПЛОСКОЇ АНТЕННОЇ РЕШІТКИ НА ОСНОВІ ЛАТИНСЬКИХ КВАДРАТІВ	43
2.1 Латинські квадрати та їх властивості	43
2.2 Моделювання, оцінювання та оптимізація характеристик розрідженої планарної АР на основі традиційного латинського квадрата.....	48
2.3 Моделювання, оцінювання та оптимізація характеристик розрідженої планарної АР на основі вкладених латинських квадратів	53
2.3.1 Одиничні діагональні матриці як вкладені підматриці	54
2.3.2 Одиничні квадратні матриці як вкладені підматриці.....	59
2.3.3 Магічні квадрати як вкладені підматриці	65
2.3.4 Магічний квадрат і його матриця обертання як вкладені підматриці.....	71
2.4 Обговорення	77
2.5 Висновки до розділу 2	79

РОЗДІЛ 3 РОЗРОБКА ТА ОПТИМІЗАЦІЯ ЗАПАСНОЇ ПЛОСКОЇ АНТЕННОЇ РЕШІТКИ НА ОСНОВІ ЛАТИНСЬКОГО КВАДРАТУ ТА ЦИКЛІЧНОЇ РІЗНИЦЕВОЇ МНОЖИНИ.....	81
3.1 Вступ	81
3.2 ЦРМ та нова латинська квадратна матриця з її елементом.....	82
3.3 Порівняння характеристик АР на основі нових/традиційних латинських квадратів та методу Копиловича	86
3.4 Порівняння характеристик великих АР на основі нових/традиційних латинських квадратів та магічного квадрата	92
3.5 Висновки до розділу 3	98
РОЗДІЛ 4 НОВИЙ МЕТОД РОЗРАХУНКУ КООРДИНАТ ДЛЯ РОЗРІДЖЕНИХ ПЛАНАРНИХ АНТЕННИХ РЕШІТОК	100
4.1 Вступ	100
4.2 Латинський квадрат і трикутна матриця	101
4.3 Новий метод синтезу та оцінювання параметрів антенної решітки..	102
4.4 Моделювання, розрахунок та порівняння результатів.....	104
4.5 Обговорення	109
4.6 Висновки до розділу 4	111
РОЗДІЛ 5 ЗАСТОСУВАННЯ РОЗРІДЖЕНИХ ПЛАНАРНИХ АР НА ОСНОВІ СПЕЦІАЛЬНОЇ МАТРИЦІ	114
5.1 Вступ	114
5.2 Використання магічних квадратів та їх вкладеної матриці.....	115
5.3 Використання латинських квадратів та їх вкладеної матриці.....	123
5.4 Використання одиничної трикутної матриці та трикутних матриць латинського квадрата.....	138
5.5 Комплексний аналіз характеристик методів проектування АР із використанням різних математичних концепцій	146
5.6 Висновок до розділу 5	152
ВИСНОВКИ.....	154
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	154
ДОДАТОК А Список публікацій здобувача	183
ДОДАТОК Б Відомості про апробацію результатів дисертації.....	186

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

АМ – амплітудна модуляція.

АР – антенна решітка.

АПФ – адаптивне перетворення Фур'є.

ВПФ – віконне перетворення Фур'є.

ДС – діаграма спрямованості.

ІРЕ – Інститут радіофізики та електроніки.

ЦРМ – циклічні різницеві множини.

РЛС – радіолокаційні станції.

ХНУ – Харківський національний університет.

MBW – ширина основної пелюстки (англійською – main beam width).

SLL – середній рівень бічних пелюсток (англійською – side lobe level).

Δw_0 – MBW.

$\Delta w_{0.707}$ – ширина половинної потужності головного пелюстка ДС.

m – SLL.

α – коефіцієнт заповнення АР.

β – коефіцієнт надмірності АР.

N_0 – кількість елементів решітки.

ν – кількість вузлів еквідистантних решіток у яких вони можуть розташовуватися.

ВСТУП

Нееквідистантні антенні решітки (АР), включаючи розріджені лінійні АР та розріджені планарні АР, допомагають зменшити кількість елементів антени, зберігаючи при цьому високу точність та знижуючи бічні пелюстки.

Робота, спрямована на розробку нових методів побудови нееквідистантних АР за допомогою набору спеціальних матриць. Нові розріджені планарні АР були створені з використанням матриць магічних/латинських квадратів, їх вкладеної матриці, матриці латинського квадрата з використанням циклічних різницевих множин (ЦРМ) як елементу, та трикутної матриці латинського квадрата. З методологічної точки зору використано спеціальну математичну концепцію (матриця/квадрат) для побудови антенної решітки. Це цікавий, неординарний підхід, що створює передумови інноваційного прориву у сфері розробки радіотелескопів, радіолокаторів та антенних систем і є актуальним на сьогодні.

Обґрунтування вибору теми дослідження.

В останні роки конструювання нетрадиційних розріджених планарних решіток (АР) стало тенденцією з багатьма перевагами, яких немає в звичайних еквідистантних антенних решітках [1]. Оскільки доцільність застосування розріджених решіток була очевидною, почали розробляти відповідні методи, проте їх повне теоретичне обґрунтування [2] досі відсутнє. Розріджена АР може розглядатися як результат проріджування еквідистантної АР, загальна кількість активних елементів якої зменшено, без суттєвого погіршення якості системи [3]. Досі у багатьох випадках проектують розріджені АР, спочатку спроектувавши еквідистантні АР, а потім використовують серію методів для скорочення елементів (проріджування решітки), таких як: генетичний алгоритм (ГА) [3-6], оптимізація з використанням моделі біогеографії [7], підхід заснований на майже різницевих множинах [8], метод рою частинок (МРЧ) [9], Мурашиний

алгоритм [10], ітеративний алгоритм перетворення Фур'є [11-13], і навіть гібридний метод, заснований на ітеративному перетворенні Фур'є та диференціальній еволюції [14]. Деякі з них вже введені в експлуатацію та дали змогу досягти добрих результатів: ефективно знизити вагу, енергоспоживання, тепловиділення та економічні витрати на АР.

Проте, ці підходи засновані на застосуванні методів оптимізації, що належать до методів припасування, і це, по суті, унеможлиблює безпосереднє проектування розріджених АР. Традиційний метод прямого проектування решіток розглядає проблему дизайну АР як багатовимірну нелінійну локальну оптимізацію [15–19]. Незважаючи на кількість витраченого часу, енергії та ресурсів, проведення багаторазових ітерацій, результати все ще залишаються незадовільними. З огляду на це наразі існує гостра потреба у розробці формального, простого та ефективного методу.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами та грантами. Робота виконувалася на кафедрі теоретичної радіофізики Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна в рамках держбюджетних науково-дослідних тем: проєкт Національного фонду досліджень України 2020.02/0015 “Теоретичні та експериментальні дослідження глобальних збурень природного та техногенного походження в системі Земля – атмосфера –іоносфера” (2020, 2021, 2023 рр.), а також проєктів лабораторії моніторингу і спектроскопії середовищ Інституту радіофізики та електроніки ім. О. Я. Усикова НАН України, НДР «Розвиток методів та засобів оптики та квазіоптики для дослідження закономірностей та особливостей взаємодії терагерцевого випромінювання з фізичними та біологічними об'єктами» (шифр «ОРЕОЛ») у 4- х кн., № держреєстрації 0111U010479. - 2016. – Книга 2 «Методи формування та обробки зображень у терагерцевій ділянці електромагнітного спектру» (виконавець); НДР «Просторово-часові нестационарні електромагнітні та акустичні взаємодії в системі атмосфера – море – речовина; вплив стану середовища та складних

відбивачів на дистанційну діагностику при локаційному і ретрансляційному зондуванні та на метеорний радіозв'язок (шифр «Обрій»), яка виконувалася в період із 01.01. 2013 р. по 31.12. 2017 р. на підставі Постанови Бюро ВФА НАН України від 23.05.2012 р., протокол № 5, № державної реєстрації 0113U000048 (виконавець); НДР «Взаємодії електромагнітних і акустичних хвиль в системі довкілля–речовина та їх використання для вирішення проблем радіолокації, енергетики, екології, медицини та зв'язку» (шифр «Обрій-2»), яка виконувалась в період із 01.01.2018 р. по 31.12.2022 р. на підставі Постанови Бюро ВФА НАНУ від 06.06.2017р., протокол № 4, номер державної реєстрації 0118U003034 (виконавець).

Мета і завдання дослідження. Метою роботи є розробка методик створення та оптимізації двовимірних нееквідистантних розріджених антенних решіток на основі матриць спеціального вигляду для повного покриття просторових частот при малих значеннях коефіцієнту заповнення та надмірності, що мали б змогу використовуватися в низькочастотних радіотелескопах та декаметрових радіолокаторах. Для досягнення цієї мети були поставлені та виконані наступні **задачі дослідження**:

1. Проаналізувати сучасний стан проблеми моделювання двовимірних нееквідистантних антенних решіток для низькочастотних радіотелескопів та радіолокаторів;

2. Створити методики, що дозволяють трансформувати значення матриць спеціального вигляду в координати елементів антенної решітки (АР) і комп'ютерну програму для розрахунку характеристик отриманих АР таких як:

а) Розрахувати діаграму спрямованості (ДС), її ширина та середній рівень бокових пелюсток;

б) Визначити просторові частоти, що покривають та створити методику їх доповнення до повного покриття;

в) Оцінити коефіцієнти заповнення та надмірності.

3. Провести моделювання антенних решіток на базі матриць спеціального вигляду (латинських квадратів, магічних квадратів, трикутних матриць) та зіставити характеристики отриманих АР з отриманими раніше із використанням циклічних різницевих множин.

4. Зіставити характеристики отриманих із використанням запропонованого підходу АР на основі спеціальних матриць з характеристиками раніш відомих нееквідистантних АР.

5. Розглянути можливість застосування розріджених планарних АР на основі спеціальних матриць.

Об'єкт дослідження – метод проектування розріджених планарних антенних решіток на основі спеціальних матриць для застосування в радіоастрономії та радіолокації.

Предмет дослідження – визначення та оптимізація параметрів нееквідистантних антенних решіток, таких, як діаграми спрямованості, коефіцієнти заповнення та надмірності для проєктованих АР в декаметровому діапазоні хвиль.

Методи дослідження. В роботі для вирішення поставлених завдань були використані методи сучасної радіофізики, обчислювальної електродинаміки і математичної фізики:

- методи статистики для аналізу характеристик, отриманих при проектуванні двовимірних нееквідистантних АР;
- «жадібний» алгоритм (для доповнення та видалення координат АР);
- матричні операції (перетворення, обертання, розширення, вкладення) (використання спеціальної матриці для генерації координатної АР);
- методика аналізу розподілу згортки та гістограми (для визначення та аналізу розподілу просторової частоти АР).

Наукова новизна отриманих результатів.

- 1) Представлено ряд нетрадиційних, прямих, простих методів генерації плоскої розрідженої антенної решітки на основі спеціальних матриць (магічних та латинських квадратів, трикутної матриці).
- 2) Запропоновано можливий розв'язок для подальшої оптимізації існуючої наземної системи спостереження з кількома обладнаннями та антенами (збільшення продуктивності та зменшення споживання).
- 3) Створено методіку та розроблено алгоритм доповнення AP елементами для забезпечення повного просторового покриття частот.
- 4) Оцінено характеристики AP, сконструйованих на основі спеціальних матриць та показано, що деякі з них (зокрема AP, отримані за допомогою латинського квадрата та його трикутної матриці) мають суттєво кращі характеристики (за кількістю елементів, коефіцієнтами надмірності та заповнення).

Практичне значення отриманих результатів.

Зазначені нові підходи до конструювання нееквідистантних розріджених антенних решіток на основі математичних конструкцій, таких як магічні квадрати, латинські квадрати і ЦРМ (циклічні різницеві множини), мають численні переваги та унікальні властивості, що роблять їх привабливими для дослідження та використання в області антенних технологій. Основні аспекти цих підходів можна обґрунтувати наступним чином:

Простота та ефективність. Запропоновані методи використовують прості математичні концепції, такі як множення матриць, вкладення матриць і генерація матричних елементів. Це дозволяє уникнути складної нелінійної оптимізації при проектуванні розріджених антенних решіток, забезпечуючи при цьому ефективність у процесі синтезу.

Регулярність та масштабованість. Використання математичних понять, таких як магічні квадрати та латинські квадрати, дозволяє легко розширювати розмір антенної решітки відповідно до певних законів. Це робить їх масштабованими і придатними для використання в різних галузях застосування.

Нелінійність та багатовимірність. Синтез антенних решіток за допомогою запропонованих методів є нелінійною задачею, проте використання матриць для генерації координатних матриць різних розмірів дозволяє обходити багатомірні обмеження та розв'язувати відповідні задачі.

Перспективність. Зазначений підхід є новим і відрізняється від традиційних методів. Він утворює нову систему мислення для проектування антенних решіток, що має потенційно широкі перспективи в галузі антенних технологій. Його простота, ефективність і розширюваність створюють передумови для подальших досліджень та розвитку.

Зазначені методи відкривають нові можливості для створення антенних решіток з унікальними характеристиками, що можуть бути застосовані в сучасних комунікаційних та радіотехнічних системах. Їх потенційна цінність полягає в здатності задовольняти вимогам широкого кола потреб.

Особистий внесок здобувача полягає в розробці математичних моделей та їх оптимізації, оцінюванні можливостей застосування моделей, аналізі результатів моделювання, виконанні чисельних розрахунків, написанні відповідних розділів у звітах з НДР, статтях і тезах доповідей, а також участі в інтерпретації та обговоренні отриманих результатів.

Апробація матеріалів дисертації. Матеріали дисертаційної роботи були представлені та доповідалися на наступних міжнародних конференціях:

– 2019 European Microwave Conference in Central Europe (EuMCE 2019) (Prague, Czech Republic, 13–15 May 2019).

– 2020 IEEE Ukrainian Microwave Week (UkrMW-2020): 2020 IEEE 6th International Symposium on Microwaves, Radar and Remote Sensing (MRRS-2020) (Kharkiv, Ukraine, 22–27 June 2020).

–2022 IEEE 2nd Ukrainian Microwave Week (UkrMW-2022): 2022 IEEE 6th International Symposium on Microwaves, Radar and Remote Sensing (MRRS-2022) (Kharkiv, Ukraine, 22–27 June 2020).

Публікації. Матеріали дисертації опубліковані у 12 наукових працях, серед яких 1 стаття у науковому фаховому виданні України, 2 – праці в зарубіжних наукових спеціалізованих виданнях (входять до міжнародних наукометричних баз Scopus/Web of Science), 7 – матеріалів доповідей на 5 конференціях (зокрема 6 тез, що входять до наукометричних баз Scopus та Web of Science).

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається із Вступу, 5 розділів, Висновків, списку використаних джерел і 2 додатків. Загальний обсяг роботи складає 185 сторінок, з них основного тексту – 130 сторінок. Робота ілюстрована 49 рисунками, 17 таблицями. Список використаних джерел містить 168 найменування.

Автор дисертаційної роботи висловлює подяку всім співавторам робіт, що лягли в основу дисертаційної роботи, а також співробітникам кафедри космічної радіофізики ХНУ, кафедри теоретичної радіофізики ХНУ та лабораторії «Моніторингу і спектроскопії» ІРЕ ім. О.Я. Усикова НАН України, які внесли вагомий вклад в результати досліджень, наведених в дисертації.

Окремо хочу відзначити особливий внесок і висловити щирю вдячність: Микиті Шевелеву й Владиславу Хричову за велику допомогу в редагуванні перекладу тексту та оформленні документів, Олександрю Соболяку за консультації та пояснення ряду комп'ютерних методів і алгоритмів, Ірині Луценко за опанування основних методів обробки даних, Ігорю Попову за

надання засобів комп'ютерної обробки даних і детальні інструкції з їх використання, Anh Nguyen, Qiang Guo, Yu Zheng та професору Чорногору Леоніду Феоктистовичу за корисні рекомендації щодо застосування основних методів розрахунку параметрів у спеціалізованих пакетах комп'ютерної математики.

Наприкінці хочу висловити велику вдячність моїм науковим керівникам, доктору фізико-математичних наук, професору Луценку Владиславу Івановичу та доктору фізико-математичних наук, професору Шульзі Сергію Миколайовичу завдяки зусиллям і настановам яких відбулося моє становлення, як майбутнього фахівця та були отримані результати, що лягли в основу дисертаційної роботи на здобуття ступеня доктора філософії, за їх пропозиції щодо удосконалення різних математичних моделей, які розглядаються в цій роботі. Дякую за обговорення та зауваження за матеріалами роботи, що допомогли мені не тільки підготувати дисертацію, а й визначити напрям моїх майбутніх наукових здобутків.

РОЗДІЛ 1

СУЧАСНИЙ СТАН ПРОБЛЕМИ ПРОЕКТУВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЇ РОЗРІДЖЕНОЇ ПЛАНАРНОЇ АНТЕННОЇ РЕШІТКИ

Антенні решітки (АР) відіграють вирішальну роль у різноманітних додатках, включаючи мобільний зв'язок [38], радари із синтезованою апертурою [39–44], медицину [45–47], зондування [48], зображення [49] та радіоастрономію [49–50], забезпечуючи швидке й точне формування променю. Хоча деякі системи працюють у ближньому полі [45, 51–53], дослідження характеристик випромінювання дальнього поля та формування променю часто використовують наближення дальнього поля для отримання точних результатів. У дальній зоні [54–55], ефект зв'язку між елементами решітки вважається незначним через значну відстань між ними та низьке випромінювання в напрямку сусідніх антен. Основна увага дослідження зосереджена на оптимізації параметрів і розробці антенних решіток у наближенні дальнього поля для підвищення їх продуктивності в програмах формування променю.

У цій дисертації розглядаються та досліджуються АР, створені за допомогою матриці магічного/латинського квадрату, їх вкладеної матриці, матриці латинського квадрата з використанням циклічних різницевих множини (ЦРМ) як елемента та трикутної матриці латинського квадрата. З методологічної точки зору використана спеціальна математична концепція (матриця/квадрат) для побудови АР. Алгоритм, запропонований у цій дисертації, є простим і прямим математичним методом проектування АР на основі матричного розрахунку, який має широке застосування та істотну економічність.

1.1 Огляд літератури у галузі математики, фізики, антен і поширення радіохвиль

Область поширення радіохвиль велика й охоплює широкий спектр явищ. Ще до новаторського трансатлантичного радіоексперименту Марконі в 1901 році вчені боролися зі складністю засобів передачі. Ранні теорії, такі як моделі поверхневої хвилі Зеннека (1907) і моделі безповітряної дифракції Уотсона (1918), були швидко перевершені наступними розробками. Еволюція цієї галузі стала свідком динамічної взаємодії між експериментаторами та теоретиками, що призвело до створення нових фізичних концепцій. Основу сучасної фізики плазми можна простежити до піонерських робіт (1920–1938 рр.) Лаксмора, Еплтона, Реткліффа, Букера та Баддена щодо магніто-іонної теорії, зокрема її застосування для опису явищ, коли електромагнітні хвилі відбиваються від іоносфери. Поява мікрохвильового радара під час Другої світової війни розширила наше розуміння впливу неіонізованої тропосфери, хоча й у якісному сенсі [56].

Електромагнітна енергія, випромінювана таким джерелом, як антена, майже зі швидкістю світла, зазнає ослаблення та піддається впливу середовища, через яке вона проходить. У радіозв'язку цей процес передбачає передачу радіочастотної енергії в середовище поширення, її дистанційне виявлення та вилучення інформації, одночасно «пом'якшуючи» шум та інші фактори, пов'язані з передачею. Повне розуміння поширення радіохвиль має вирішальне значення для планування та експлуатації систем радіозв'язку, досягнення балансу між витратами та доступністю зв'язку. Дослідження поширення радіохвиль Фрейденом Маздою охоплює широкий спектр частот, від дуже низьких частот (ДНЧ, англійська назва якого Very Low Frequency, тобто VLF) (10 кГц) до міліметрового діапазону (до 100 ГГц). Досліджено вплив Землі, атмосфери та іоносфери на передачу, враховуючи поширення в дальньому полі [57]. Фрейденом Маздою досліджено вплив Землі,

атмосфери та іоносфери на такі передачі. Аналіз передбачає поширення в дальньому полі, де електричні та магнітні компоненти хвильового фронту перпендикулярні та перпендикулярні до напрямку поширення, що відбувається на кількох довжинах хвиль від антени. Радіохвилі поширюються в п'яти режимах, залежно від середовища, через яке вони проходять:

- 1) поширення у вільному космосі: Земля чи її атмосфера не впливають на радіохвилі;
- 2) поширення наземної хвилі: радіохвилі слідує за поверхнею Землі;
- 3) поширення в іоносфері (просторові хвилі): радіохвилі заломлюються завдяки іонізованим шарам атмосфери;
- 4) поширення в тропосфері: передача відбувається в «прямій видимості» з деякою атмосферною рефракцією.
- 5) розсіяння: природні явища, такі як тропосферна турбулентність або іонізовані сліди метеорів, використовуються для розсіяння радіохвиль.

Антени відіграють важливу роль у бездротових системах для ефективною передачі та прийому електромагнітних сигналів у визначеному спектрі, напрямку та діапазоні поляризації [58–60]. Удосконалення антенних технологій глибоко вплинуло на всі аспекти повсякденного життя, включаючи зв'язок, розваги, наукові дослідження та багато інших застосувань. Сфера антен залишається дуже активною, про що свідчать щорічні публікації в журналах, матеріали конференцій, курси бакалаврату та магістратури. Радіохвилі найефективніше випромінюють металеві антени, довжина яких становить відповідну частку довжини хвилі (наприклад, півхвилі), і прийом радіохвиль найкращий, коли приймальна антена також має відповідну частку довжини хвилі. Будь-яке джерело, яке здатне виробляти електричні коливання, могло стати основою передавача, тому в ранніх конструкціях використовувалися іскри, створюючи масове

зміщування довжин хвиль. Пізніші конструкції використовували механічні генератори для генерації низькочастотних хвиль, для чого були потрібні величезні антени. Модуляція радіонесучої завжди призводить до бічних смуг [61–63]. Для амплітудної модуляції різниця між частотою бічної смуги та несучою частотою дорівнює частоті модуляції. Ранні радіоприймачі сигналу амплітудної модуляції склалися виключно з антени, кристала та навушників. Таке розташування можна використовувати поблизу передавача, і коли додаються котушки та конденсатори, можна налаштувати кілька сигналів передавача. Рішення проблеми з радіо на середніх хвилях полягає у використанні надзвукового гетеродинного (супергетеродинного) приймача. Принцип полягає в тому, щоб усунути якомога більше підсилення несучої частоти, таким чином використовуючи змінну настройку лише на початку блоку приймача [64–65].

Складність конструкції антенної системи залежить від вимог до радіоприймача та характеристик поширення навколишнього середовища. Система антенної решітки, що складається з кількох антенних блоків, може значно покращити продуктивність і функціональність антенної системи та мати кращі можливості захисту від завад.

1.2 Огляд розвитку теорії антени

Початкові експерименти, що ілюструють взаємодію електричних і магнітних полів і демонструють їх детермінований зв'язок, були проведені Фарадеєм у 1830-х роках [58]. Інноваційний підхід Фарадея передбачав ковзання магніту навколо котушки, підключеної до гальванометра. Під час цього руху магніт створював змінне в часі магнітне поле, що призвело до створення відповідного змінного в часі електричного поля, як передбачили рівняння Максвелла. По суті, котушка працювала як рамкова антена, вловлюючи електромагнітне випромінювання, яке згодом реєструвалося

гальванометром, по суті віддзеркалюючи фундаментальний принцип функціонування антен. Показово, що ці експерименти передували офіційній пропозиції електромагнітних хвиль як концепції.

У 1886 році німецький фізик Герц (1857–1894 рр., 37 років) побудував першу антену, збірку, яку сьогодні можна описати як повну радіосистему, що працює на метрових довжинах хвиль, використовуючи завантажені на клеми диполі. Антена використовується як передаюча антена, а в якості приймальної системи використовується резонансне квадратне кільце [55]. У грудні 1901 року Марконі, дослідник із Болоньї, Італія, додав схему налаштування до системи Герца, обладнав велику антену та систему заземлення для більших хвиль і отримав сигнал із Бордо, Англія, у Сент-Джонсі, Ньюфаундленд – 2,5 км бездротової телеграфії. Передавальна антена, яка використовувалася в той час, являла собою віялоподібну структуру, утворену шляхом витягування 50 мідних дротів по діагоналі від горизонтального дроту заввишки 48 метрів. Її можна вважати першою практичною монопольною антеною. Джерелом коливань був іскровий генератор 70 Гц. Пізніше чотири дерев'яні вежі були використані для встановлення дротяної мережі з формування квадратної одноконусної антени (довжина хвилі випромінювання 1000 м). З винаходом і розвитком електронних трубок на початку 20-го століття в цей період спочатку використовувався довгохвильовий зв'язок, а потім був розроблений с зв'язок. Завдяки відкриттю утворення, яке отримало назву «іоносфери» близько 1924 року розпочався короткохвильовий зв'язок і далеке мовлення. У цей період також була створена основна теорія дротових антен [56].

Напередодні Другої світової війни винайдення мікрохвильового клістрона і магнетрона призвело до появи мікрохвильового радара, популяризації сантиметрових хвиль, повніше використовувався радіоспектр [62]. У цей період широко використовувалися параболічні антени або інші форми антен з відбиваючою поверхнею. Ці антени є зональними або

апертурними антенами. Крім того, з'явилися також хвилеводні щілинні антени, діелектричні стрижневі антени, спіральні антени та ін. Післявоєнні програми, такі як мікрохвильовий ретрансляційний зв'язок, радіомовлення та радіоастрономія, дали подальший розвиток і вдосконалення технології зональних і лінійних антен.

Запуск штучного супутника Землі в 1957 році став ключовим моментом в історії людства, започаткувавши нову еру дослідження космосу. Цей розвиток породив підвищені вимоги до антен, вимагаючи таких атрибутів, як високий коефіцієнт підсилення, точне відстеження, швидке сканування, широкі смуги частот і низький рівень бічних пелюсток [41]. Водночас прогрес у сфері електронних комп'ютерів, технології мікроелектроніки та сучасних матеріалів заклав основу для еволюції теорії та технології антен. Практичні мікросмугові антени [66], що представляють собою важливу віху, були вперше виготовлені в 1972 році. В останні роки ми стали свідками появи мініатюрних форм антен, таких як фрактальні антени [67–74], що супроводжувалося розвитком відповідних технологій обробки антенних сигналів.

1.3 Огляд досліджень однорідних та розріджених антенних решіток

Антенні решітки (АР) забезпечують кращі коефіцієнт підсилення та діаграму спрямованості, ніж одна антена. Висока спрямованість дозволяє масиву обмежувати своє випромінювання або прийом певними напрямками діаграми спрямованості. Зі збільшенням розміру масиву (тобто зі збільшенням кількості елементів масиву) його апертура також збільшується. Решітки з ширшими апертурами забезпечують меншу ширину променя та кращу кутову роздільну здатність у порівнянні з матрицями з меншими апертурами [2, 20, 55, 58–60]. Просторова характеристика або діаграма випромінювання решітки відображає напрямок, у якому решітка випромінює

або отримує енергію. Завдяки властивостям спрямованості масиви часто розглядаються як просторові фільтри [75–76]. AP відіграють вирішальну роль у покращенні систем бездротового зв'язку, пропонуючи покращену діаграму спрямованості і розширене покриття [75–83]. Розробка масивів з низькими рівнями бічних пелюсток (англійською, side lobe level, SLL) є важливою для мінімізації рівня завад і економії енергії [71–74, 84–85, 167–169]. У той час, як аперіодичні масиви можуть досягти цього, їх впровадження створює проблеми через складність фізичного перегрупування та збільшення розміру. Розрідження масивів шляхом вибіркової дезактивації елементів є альтернативою, пропонуючи такі переваги, як зменшення ваги та спрощені мережі формування променю [74, 86]. Традиційні методи проріджування стикаються з обмеженнями, що спонукає до вивчення методів глобальної оптимізації, хоч і з обчислювальними проблемами [87–88]. Останні дослідження стосуються ітераційного перетворення Фур'є та аналітичних методів [89], заснованих на диференціальних наборах [90–91], що забезпечує ефективність обчислень, але часто приносить шкоду продуктивності. Гібридні підходи мають на меті знайти баланс між зменшенням SLL та обчислювальною ефективністю [92–95]. У цю галузь досліджень необхідно запровадити більше нових математичних методів.

З точки зору математичного ансамблю, розріджені AP є підмножиною неоднорідних решіток і мають перевагу в тому, що для заданої апертури потрібно менше сенсорних елементів порівняно з рівномірними решітками (RMP). Навпаки, розріджена матриця з такою ж кількістю датчиків може забезпечити більшу апертуру та збільшити ступінь свободи в оцінці напрямку прибуття. Ці масиви менше впливають на з'єднання порівняно з RMP. Незважаючи на те, що мінімально надлишкові масиви і масиви з отворами мінімального розміру вивчаються більше 50 років [1–24, 32–50, 58–66, 70–74, 80–86, 96–105], останніми роками з'явилися нові розріджені масиви, такі як вкладені масиви, одиничні масиви та надвкладені масиви.

Останнє десятиліття знаменувалося різноманітних модифікацій і вдосконалення сенсорних масивів, що підкреслює потенціал розріджених масивів у майбутніх системах зв'язку через їхню продуктивність, порівнянню з РМР.

1.4 Огляд можливих застосувань розріджених антенних решіток

Розріджені антенні решітки (АР) пропонують різноманітні застосування в різних областях [98–100, 106]. У радіоастрономії використання розрідженої АР підвищують точність і чутливість спостережень, зменшуючи перешкоди [17, 27–28, 49, 107–108]. У системах зв'язку, зокрема бездротового зв'язку, розріджені АР підтримують ефективне формування променя, покращуючи якість сигналу в багатолюдному середовищі [84]. Радарні системи виграють від розріджених масивів із зменшеними бічними пелюстками та розширеними можливостями виявлення цілей [41, 48–49, 78, 109–111, 162–164]. Системи медичного зображення [116], дистанційного зондування [117] та автомобільні радарні системи [118, 160, 165–168] використовують розріджені масиви для покращення роздільної здатності та точного моніторингу. У бездротових сенсорних мережах ці масиви сприяють енергоефективному моніторингу навколишнього середовища. Системи безпеки виграють від можливостей точного відстеження та моніторингу. Розріджені масиви знаходять застосування в супутниковому зв'язку [41–42], підвищуючи ефективність зв'язку [45, 51–52]. У контексті мереж 5G розріджені антенні решітки сприяють формуванню променя та масивному МІМО, покращуючи загальну продуктивність мережі та спектральну ефективність [86]. Загалом, унікальні характеристики розріджених антенних решіток роблять їх цінними для багатьох технологічних застосувань.

У цій роботі розглядаються, зокрема, можливі застосування розріджених АР у радіоастрономічних системах (рис. 1.1). Антени з високим

коефіцієнтом посилення, системи з низьким рівнем шуму та охолодження (з низьким тепловим шумом) є критичними для радіоастрономічних систем [17–18, 27–28, 311, 49, 107–108, 119–121]. Оскільки радіоастрономічні спостереження з поверхні Землі за своєю суттю дуже чутливі до навмисного чи ненавмисного втручання людини. У природі основним джерелом електромагнітних полів вище приблизно 30 мегагерц (МГц) є випромінювання чорного тіла, тоді як на нижчих частотах основним джерелом є блискавка (ICNIRP, 2009) [122]. Антропогенні джерела електромагнітного випромінювання включають сигнали радіо- та телевізійного мовлення [123–127, 165–167], які існують десятиліттями, а також нові джерела, такі як мобільні телефони, супутниковий зв'язок, Wi-Fi тощо, які є усюдисущими в сучасному суспільстві [38, 76]. Складна взаємодія між різними джерелами може призвести до того, що одне джерело заважатиме роботі іншого джерела [128–129]. Може бути прийнято ряд різних процедур, які можуть бути застосовані до конкретних діапазонів частот, конкретних періодів часу та/або різних рівнів джерел перешкод, а також можуть застосовуватися технічні, географічні та/або регуляторні заходи. У Сполучених Штатах Федеральна комісія зі зв'язку (розділ 47, частина 15) регулює навмисні та ненавмисні випромінювання радіочастотних електромагнітних полів [130, 156–158]. Інженери та розробники майже всього електричного та електронного обладнання працюють над тим, щоб їхні конструкції були стійкими до зовнішніх джерел перешкод (що називаються електромагнітною сприйнятливістю), а також щоб зменшити потенційні перешкоди, які може створювати їхнє обладнання (так звані електромагнітні перешкоди) [131–144, 156–161, 165–168]. Ці терміни часто об'єднують в одну категорію електромагнітної сумісності (ЕМС), яка визначається як «здатність систем, обладнання та пристроїв використовувати електромагнітний спектр для роботи в призначеному для них робочому середовищі без неприйняттого погіршення продуктивності або

пошкодження». Ненавмисне погіршення через електромагнітне випромінювання або реакцію...» (ANSI, 2009) [133].

У радіоастрономії, що розвивається, основна увага приділяється підвищенню чутливості на всіх частотах. Параметри існуючих приймачів наближаються до квантових меж. Переважаючою тенденцією є постійне збільшення зон прийому антен і розширення смуги спостереження [145–147, 159, 163, 165–169]. Поточні міжнародні зусилля, такі як проект Квадратна кілометрова антенна решітка (англійською Square Kilometer Array, того SKA), спрямовані на створення великої мережі радіоперешкод із зоною прийому антени в один квадратний кілометр, яка охоплює базову лінію в 3000 км і працює від 100 МГц до 25 ГГц. Такі ініціативи, як Низькочастотна решітка (англійською LOw Frequency ARray, тобто LOFAR) у Нідерландах із зоною прийому антени 100 000 м² і базовою лінією 1000 км у діапазоні частот від 30 до 250 МГц, є прикладом прагнення до більших зон прийому. Подібним чином велика міліметрова/субміліметрова решітка Атакама (англійською Atacama Large Millimeter Array, тобто ALMA) працює в діапазоні частот від 30 до 850 ГГц із 64 антенними решітками, розташованими на висоті 5 кілометрів над рівнем моря в горах Анд. Розробка розріджених антенних решіток узгоджується з цими змінними вимогами, сприяючи розвитку можливостей радіоастрономії.

1.5 Модель та параметри антенної решітки

Продуктивність цих антенних систем сильно залежить від конструкції антенної решітки (АР). Критерії, важливі для розробки АР, включають ширину променя, рівні бічних пелюсток, спрямованість, чутливість до шуму, надійність і динамічний діапазон збудження елемента. У цій дисертації розглядаються два критерії конструкції для оцінки ефективності антенних

решіток: критерії мінімальної ширини головного променя та мінімального рівня бічних пелюсток. Існують компроміси між цими параметрами [104].

У цьому підрозділі представлені основні методи проектування та використовувані параметри. Як зазначено в огляді літератури, припускаючи, що елементи антени працюють незалежно, тобто немає очевидного ефекту електромагнітної взаємодії, загальне електромагнітне випромінювання E , випромінюване точкою M , можна розглядати як суперпозицію основних полів:

$$E(M) = \sum_{i=1}^N \omega_i \cdot E_{A_i}(M), \quad (1.1)$$

де N – кількість антени, ω_i – комплексна вага або відносні коефіцієнти живлення елемента антени A_i та електромагнітне поле E_{A_i} , що випромінюється в точці M від антени A_i .

Вимоги до АР (спрямованість, MBW (ширина основного променя/пелюстки, англ. main beam width), SLL (рівень бічної пелюстки, англ. side lobe level), тощо) можуть бути виражені діаграмою спрямованості (ДС) поля E в області простору Ω . Діаграма Γ , що відповідає необхідним рівням бічного випромінювання, максимально допустимим відхиленням тощо, може використовуватися як критерій для оцінки прийнятності антенної решітки.

Враховуючи простоту та практичність, елементарні елементи антенної решітки вважаються всебічно спрямованими (ізотропними випромінювачами) з однаковими відгуками з уніфікованими коефіцієнтами подачі $\omega_i = \omega_0 = 1$ та мають однакову фізичну орієнтацію (всі точки орієнтовані в одному напрямку). Випромінювальна (або приймальна) ДС антени – це просто множник решітки (МР), помножений на діаграму спрямованості Γ . Ця концепція відома як множення АР.

У цьому випадку відповідний МР для плоских решіток на рівномірній решітці x, y з кроком d_x, d_y по довжині хвилі:

$$F(\theta, \psi) = \sum_{m=x_1}^{x_n} \sum_{p=y_1}^{y_n} \exp(j \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta (m d_x \cos \psi + p d_y \sin \psi)), \quad (1.2)$$

де θ – кут, вимірюваний від нормалі до площини решітки; ψ – кут, вимірюваний від осі X на площині решітки.

У цій дисертації ми використовуємо ідентичні ізотропні випромінювачі $a_{m,p} = a_0 = 1$ та розміщуємо осі X та Y в однакових інтервалах довжин хвиль. Якщо $d_x = d_y = d$, то фазовий зсув між двома довільними випромінювачами дорівнює:

$$t = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta. \quad (1.3)$$

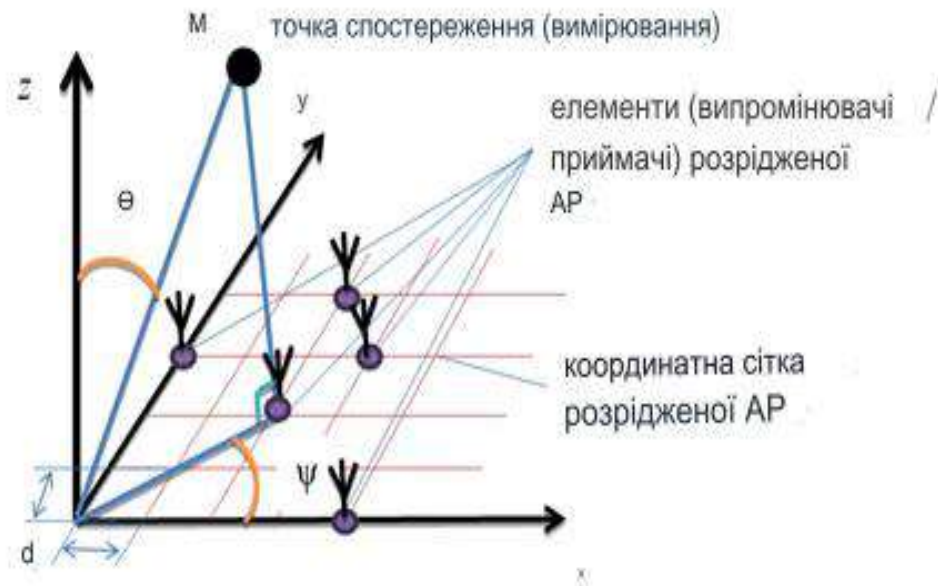


Рис. 1.1 Геометричні параметри плоскої розрідженої АР.

Далі формулу (1.2) можна записати у наступному вигляді для симуляційного розрахунку:

$$F(t, \psi) = \sum_{i=1}^N \exp(jt \sin \theta (x(i) \cos \psi + y(i) \sin \psi)). \quad (1.4)$$

На основі виразу для ДС АР обчислення її параметрів MBW та SLL визначаються таким чином:

- 1) MBW – ефективна ширина головної пелюстки ($\Delta w_{0.707}$) на рівні половини потужності;
- 2) SLL – середній рівень бічних пелюсток:

$$SLL = \sqrt{\sum_{\Delta\psi=-\pi}^{\pi} \left(\sum_{\Delta t=-\pi}^{-\Delta w/2} \sum_{n=1}^N |F(\Delta t, \Delta\psi)| + \sum_{\Delta t=\Delta w/2}^{\pi} \sum_{n=1}^N |F(\Delta t, \Delta\psi)| \right)^2} / N_{\max}, \quad (1.5)$$

де підсумовування проводиться поза основною пелюсткою уздовж N_{\max} пікселів.

Головна перевага нееквідистантних АР перед еквідистантними полягає у спрощенні конструкції за рахунок зменшення кількості елементів (випромінювачів/приймачів, фазообертачів тощо) при збереженні основних властивостей. Тому для таких решіток важливими параметрами є коефіцієнт заповнення:

$$\alpha = \frac{N_0}{v}, \quad (1.6)$$

де N_0 – кількість елементів решітки; v – кількість вузлів еквідистантних решіток у яких вони можуть розташовуватися.

Або коефіцієнт надмірності:

$$\beta = \frac{N_0}{\sqrt{S}} = \frac{N_0}{\sqrt{M_1 \times M_2}}, \quad (1.7)$$

де S , M_1 , M_2 – площа, довжина та ширина відповідної еквідистантної решітки. Для прямокутних решіток $M_1 = M_2 = M$, де M - ширина (довжина) відповідної еквідистантної решітки (ширина (довжина) координатної площини АР) та

$$\beta = \sqrt{N_0 \times \alpha}.$$

Посилаючись на ці параметри, дослідницька задача може бути перетворена для отримання антенних решіток із заданою кількістю елементів, яка має найменшу ширину головної пелюстки, найменший рівень бічної пелюстки та найменший коефіцієнт заповнення (надмірність). Звичайно, це ідеальна ситуація. Насправді ми можемо розглядати це лише всебічно та робити компроміси залежно від нашої ситуації та пожертвувати деякою продуктивністю, якщо необхідно.

1.6 Традиційний базовий метод проектування розрідженої плоскої антенної решітки за допомогою матриці

Елементи S_{ij} латинського/магічного квадрата можна розглядати як відстані між сусідніми елементами АР. Тоді координати елементів, що становлять АР, можна записати в термінах значень S_{ij} у рядку i та стовпці j (рис. 1.2):

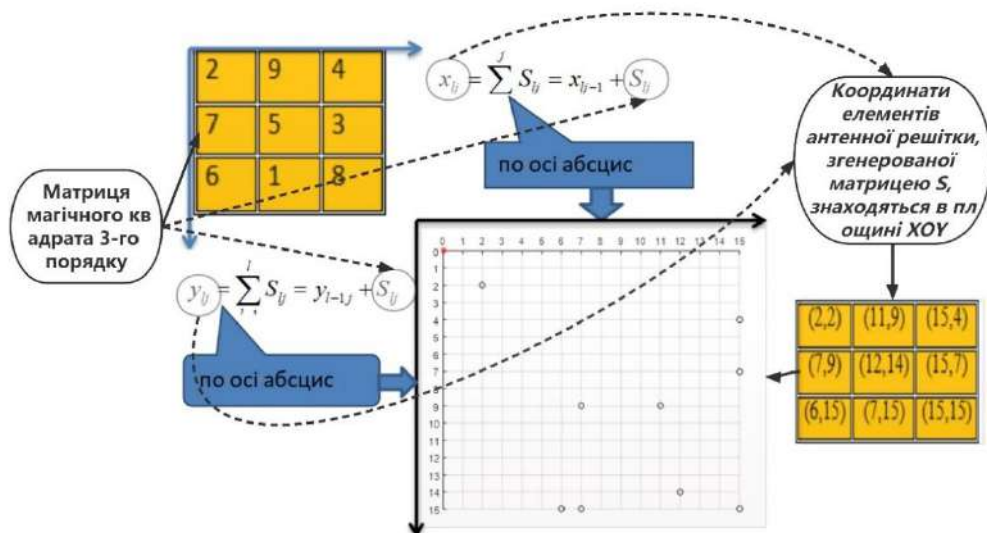


Рис. 1.2 Принципова схема координат елементів антенної решітки, сформованої матрицею S в площині XOY .

$$x_{ij} = \sum_{j=1}^j S_{ij} = x_{i,j-1} + S_{ij} \text{ та } y_{ij} = \sum_{l=1}^l S_{il} = y_{i,l-1} + S_{il}, \quad (1.8)$$

де x_{ij} -абсцис, y_{ij} - ордината.

Отримані комплексні цілі числа $Z_{lj} = x_{lj} + iy_{lj}$ є гаусовими числами, що визначають координати елементів АР. Координати елемента Z_{lj} зміщені від попередніх елементів по осі абсцис та ординат на значення S_{lj} . При цьому матриця $\|Z\|$, отримана на основі матриці $\|S\|$, елементами якої є елементи спеціальної квадратної матриці (наприклад, магічного/латинського квадрата), визначає координати елементів двовимірної розрідженої АР.

Відповідні просторові частоти D_x, D_y , що охоплюються вздовж осей X та Y , визначаються різницею координат елементів АР:

$$D_x = x_{ij} - x_{lk} \text{ та } D_y = y_{ij} - y_{lk}. \quad (1.9)$$

Коли просторові частоти повністю покриті, середній рівень бічних пелюсток ДС АР буде нижчим, тому що просторова частота являє собою просторову різницю фаз між незалежними елементами решітки. Ці різниці фаз призводять до того, що АР компенсуватиме додаткові бічні пелюстки ДС АР.

Особливо слід згадати антенну решітку, отриману вищевказаним методом (1.8) з використанням латинської матриці, хоча вона повністю покрита, з дуже високою надмірністю порівняно з магічним квадратом [22-24]. У дисертації представлені вдосконалені методи проектування АР з використанням латинських квадратів, щоб подолати цей недолік.

1.7 Висновки до розділу 1

Історію досліджень антен, лінійних антенних решіток (АР) і планарних антенних решіток було розглянуто. Представлено застосування розріджених АР з особливим акцентом на можливі застосування та нагальні потреби в галузі радіоастрономії. Пояснюються деякі параметри, які використовуються

в дисертаційній роботі (включаючи діаграму спрямованості, ширину основної пелюстки, середній рівень бокової пелюстки, коефіцієнт заповнення, надмірність, просторову частоту тощо). Пояснюється традиційний матричний метод побудови АР.

Проведений аналіз дозволив сформулювати **перелік задач, що потрібно розв'язати в дисертаційній роботі:**

1. Проаналізувати сучасний стан проблеми моделювання двовимірних нееквідистантних антенних решіток для низькочастотних радіотелескопів та радіолокаторів;

2. Створити методики, що дозволяють трансформувати значення матриць спеціального вигляду в координати елементів антенної решітки (АР) та комп'ютерну програму для розрахунку характеристик отриманих АР таких як:

а) ДС, її ширина та середній рівень бокових пелюсток;

б) покриваючі просторові частоти та методику їх доповнення до повного покриття;

в) коефіцієнти заповнення та надмірності.

3. Провести моделювання антенних решіток на базі матриць спеціального вигляду (латинських квадратів, магічних квадратів, трикутних матриць) та зіставити характеристики отриманих АР з тими, що були отримані раніше з використанням циклічних різницевих множин.

4. Зіставити характеристики отриманих з використанням запропонованого підходу АР на основі спеціальних матриць з характеристиками раніше відомих нееквідистантних АР.

5. Розглянути можливість застосування розріджених планарних АР на основі спеціальних матриць.

РОЗДІЛ 2

РОЗРОБКА ТА ОПТИМІЗАЦІЯ РОЗРІДЖЕНОЇ ПЛОСКОЇ АНТЕННОЇ РЕШІТКИ НА ОСНОВІ ЛАТИНСЬКИХ КВАДРАТІВ

У роботах [22–23] та підрозділі 1.6, була зроблена спроба використати існуючі математичні конструкції, такі, наприклад, як магічні квадрати для побудови двовимірних нееквідистантних решіток. Це дозволило розширити можливості побудови двовимірних решіток, для чого раніше використовувалися двовимірні множини [17–21] штучно сконструйовані Л. Є. Копіловичем та Л. Г. Содіним з урахуванням одновимірних циклічних різницевих множин, запропонованих Липером [15–16]. В цьому розділі викладено подальший розвиток цих ідей. Розглянуто можливість використання латинських квадратів для конструювання двовимірних нееквідистантних решіток та досліджено їх характеристики.

2.1 Латинські квадрати та їх властивості

Латинський квадрат n -го порядку – матриця $L = (l_{ij})$ розміром $n \times n$, заповнена n елементами безлічі Q таким чином, що в кожному рядку i , кожного стовпця таблиці j кожен елемент Q зустрічається точно один раз [30–31]. Приклад латинського квадрата 3-го порядку:

$$\begin{bmatrix} A & B & C \\ C & A & B \\ B & C & A \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Розглянемо основні етапи моделювання розсіяння електромагнітних хвиль об'єктами складної форми, основні компоненти розсіяного поля та порівняємо отримані асимптотичні моделі для об'єктів, які мають аналітичні або відомі асимптотичні розв'язки задачі дифракції електромагнітних хвиль на них.

Він може бути представлений у вигляді $\{(1, 1, A), (1, 2, B), (1, 3, C), (2, 1, C), (2, 2, A), (2, 3, B), (3, 1, B), (3, 2, C), (3, 3, A)\}$, де перший і другий елемент - позиція елемента в матриці, а третій - значення.

Якщо як множина Q береться безліч натуральних чисел $\{1, 2, \dots, n\}$ чи безліч $\{0, 1, \dots, n-1\}$, тоді ми матимемо для 3-го порядку латинський квадрат за такою формулою ($A = 1, B = 2, C = 3$):

$$L_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.2)$$

Якщо за множину Q взяти набір, що базується на одиничній діагональній квадратній матриці натуральних чисел, а саме:

$$U_D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.3)$$

$$A = U_D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.4)$$

$$B = 2 \cdot U_D = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad (2.5)$$

$$C = 3 \cdot U_D = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

то ми отримаємо квадрат 9-го порядку наступного виду:

$$L_{3UD} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.7)$$

Якщо за множину Q прийняти одиничну квадратну матрицю, то маємо:

$$U_I = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.4)$$

$$A = U_I = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.5)$$

$$B = 2 \cdot U_I = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}, \quad (2.6)$$

$$C = 3 \cdot U_I = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}, \quad (2.7)$$

$$L_{3UI} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 3 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 3 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 3 & 3 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 3 & 3 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 3 & 3 & 3 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.8)$$

Якщо як Q береться безліч магічного квадрата натуральних чисел 3-го порядку M_3 , то маємо:

$$M_3 = \begin{bmatrix} 8 & 1 & 6 \\ 3 & 5 & 7 \\ 4 & 9 & 2 \end{bmatrix}, \quad (2.9)$$

$$A = M_3 = \begin{bmatrix} 8 & 1 & 6 \\ 3 & 5 & 7 \\ 4 & 9 & 2 \end{bmatrix}, \quad (2.10)$$

$$B = 2 \cdot M_3 = \begin{bmatrix} 16 & 2 & 12 \\ 6 & 10 & 14 \\ 8 & 18 & 4 \end{bmatrix}, \quad (2.11)$$

$$C = 3 \cdot M_3 = \begin{bmatrix} 24 & 3 & 18 \\ 9 & 15 & 21 \\ 12 & 27 & 6 \end{bmatrix}, \quad (2.12)$$

$$L_{3M_3} = \begin{bmatrix} 8 & 1 & 6 & 16 & 2 & 12 & 24 & 3 & 18 \\ 3 & 5 & 7 & 6 & 10 & 14 & 9 & 15 & 21 \\ 4 & 9 & 2 & 8 & 18 & 4 & 12 & 27 & 6 \\ 24 & 3 & 18 & 8 & 1 & 6 & 16 & 2 & 12 \\ 9 & 15 & 21 & 3 & 5 & 7 & 6 & 10 & 14 \\ 12 & 27 & 6 & 4 & 9 & 2 & 8 & 18 & 4 \\ 16 & 2 & 12 & 24 & 3 & 18 & 8 & 1 & 6 \\ 6 & 10 & 14 & 9 & 15 & 21 & 3 & 5 & 7 \\ 8 & 18 & 4 & 12 & 27 & 6 & 4 & 9 & 2 \end{bmatrix}. \quad (2.13)$$

Якщо як Q береться безліч магічного квадрата натуральних чисел M_3 , M_3' (з поворотом на 90 градусів) та M_3'' (з поворотом на 180 градусів), то маємо:

$$B = M_3' = \begin{bmatrix} 6 & 7 & 2 \\ 1 & 5 & 9 \\ 8 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad (2.14)$$

$$C = M_3'' = \begin{bmatrix} 2 & 9 & 4 \\ 7 & 5 & 3 \\ 6 & 1 & 8 \end{bmatrix}, \quad (2.15)$$

$$L_{3M3R} = \begin{bmatrix} 8 & 1 & 6 & 6 & 7 & 2 & 2 & 9 & 4 \\ 3 & 5 & 7 & 1 & 5 & 9 & 7 & 5 & 3 \\ 4 & 9 & 2 & 8 & 3 & 4 & 6 & 1 & 8 \\ 2 & 9 & 4 & 8 & 1 & 6 & 6 & 7 & 2 \\ 7 & 5 & 3 & 3 & 5 & 7 & 1 & 5 & 9 \\ 6 & 1 & 8 & 4 & 9 & 2 & 8 & 3 & 4 \\ 6 & 7 & 2 & 2 & 9 & 4 & 8 & 1 & 6 \\ 1 & 5 & 9 & 7 & 5 & 3 & 3 & 5 & 7 \\ 8 & 3 & 4 & 6 & 1 & 8 & 4 & 9 & 2 \end{bmatrix}, \quad (2.16)$$

Розглянуті вище підходи дають уявлення про широкі можливості для конструювання латинських квадратів різного типу та на їх основі нееквідистантних АР.

Як бачимо, деякі з розглянутих конструкцій латинських квадратів є більш загальним випадком, порівняно з магічними квадратами. Водночас, якщо в магічному квадраті n -го порядку, кожне з n^2 чисел зустрічається лише один раз, то в латинських квадратах n -го порядку кожне з n чисел зустрічається лише один раз у рядку або стовпці, а всього зустрічається n разів. Це означає, що в латинському квадраті числа, з яких вони складаються, будуть зустрічатися n разів. Оскільки кожен елемент латинського квадрата надалі розглядатиметься як відстань між елементами інтерферометра, то в АР, побудованій на основі латинського квадрата, спочатку введено коефіцієнт надмірності n для всіх частот, що покриваються від 1 до n .

2.2 Моделювання, оцінювання та оптимізація характеристик розрідженої планарної АР на основі традиційного латинського квадрата

Координати елементів антенної решітки (АР), розраховані за співвідношеннями (1.8), та їх розташування показані на рис. 2.1, а вигляд діаграм спрямованості у декартовій та полярній системі координат на рис. 2.2. На рис. 2.1 точками показано місце розташування вихідних елементів решітки, отриманої на основі латинського квадрата (надалі вони позначатимуться як $(X, Y)_{L3}$), «зірочкою» показано додатково введені в АР елементи, що забезпечують повне покриття просторових частот – позначатимуться як $(X, Y)_{L3+}$, а «не залитими точками (порожністими)» позначені «надмірні» елементи антенної решітки, після видалення яких зберігається повне покриття просторових частот. Вони позначатимуться як $(X, Y)_{L3-}$.

$$(X, Y)_{L3} = \begin{bmatrix} (1,1) & (3,2) & (6,3) \\ (3,4) & (4,3) & (6,5) \\ (2,6) & (5,6) & (6,6) \end{bmatrix}, \quad (2.17)$$

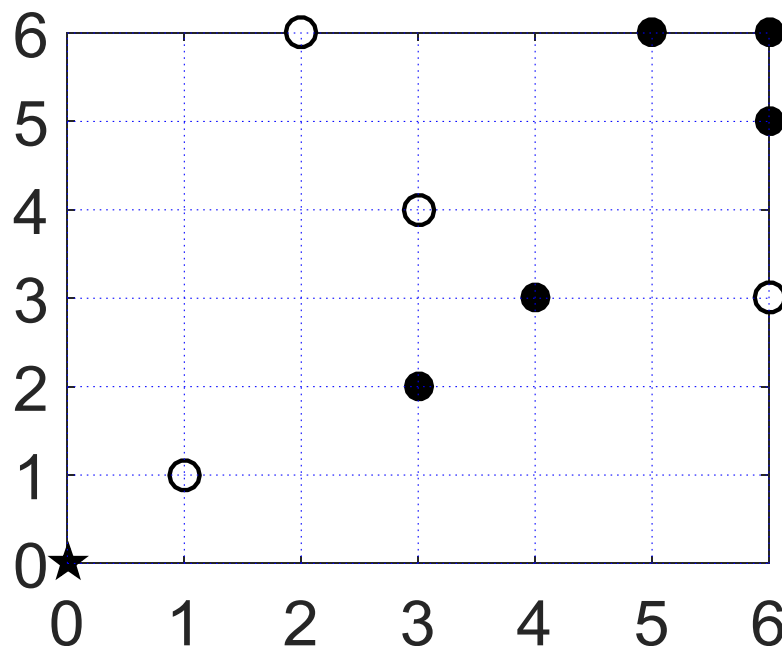
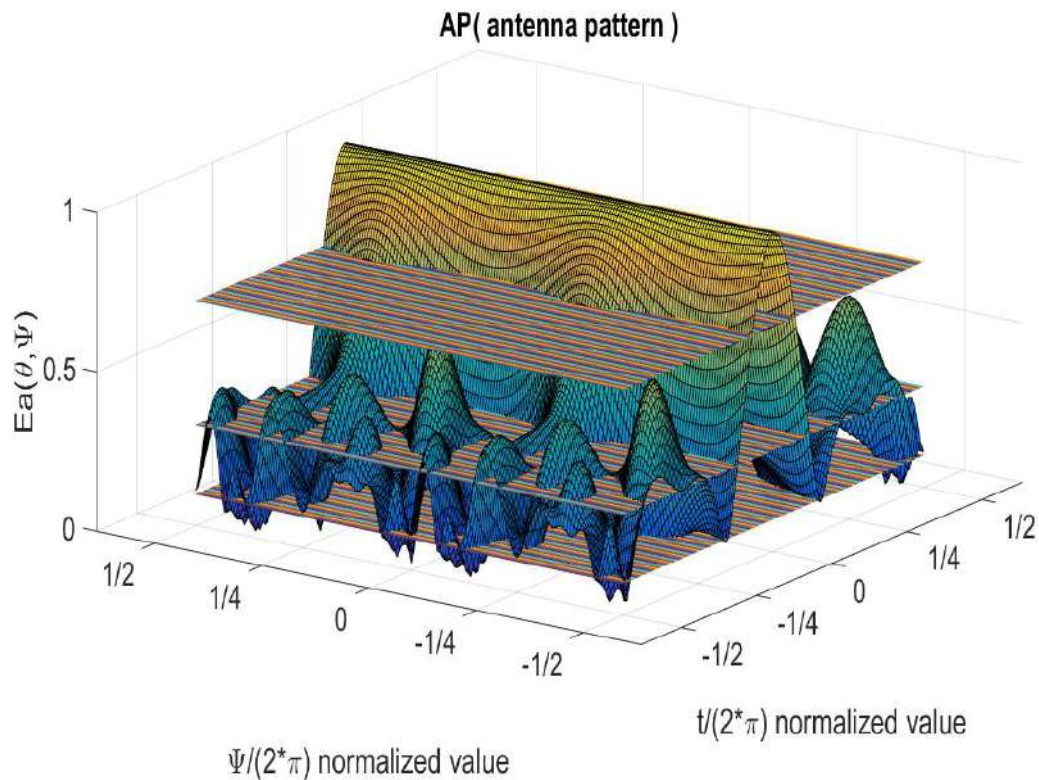
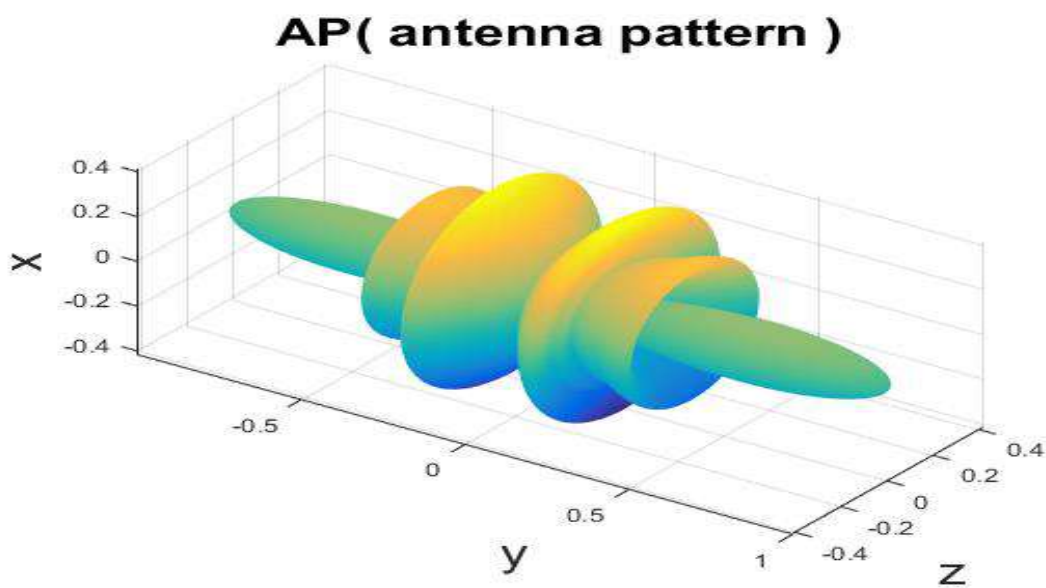


Рис. 2.1 Координати елементів АР їх розташування на координатній ХОУ площині.

За допомогою латинської квадратної матриці третього порядку діаграма спрямованості (ДС) АР, яка побудована на основі формули (1.8), відображається у декартовій системі координат і полярній системі координат, як показано на рис. 2.2.



(a)



(б)

Рис. 2.2 Діаграма спрямованості АР на основі латинського квадрата 3-порядку у декартовій (а) і полярній (б) системах координат.

Області просторових частот, що покриваються кожною з цих конструкцій: $(X, Y)_{L3}$, $(X, Y)_{L3+}$ та $(X, Y)_{L3-}$ показані на рис. 2.3 , а діаграми спрямованості АР після видалення надлишкових елементів – на рис. 2.4.

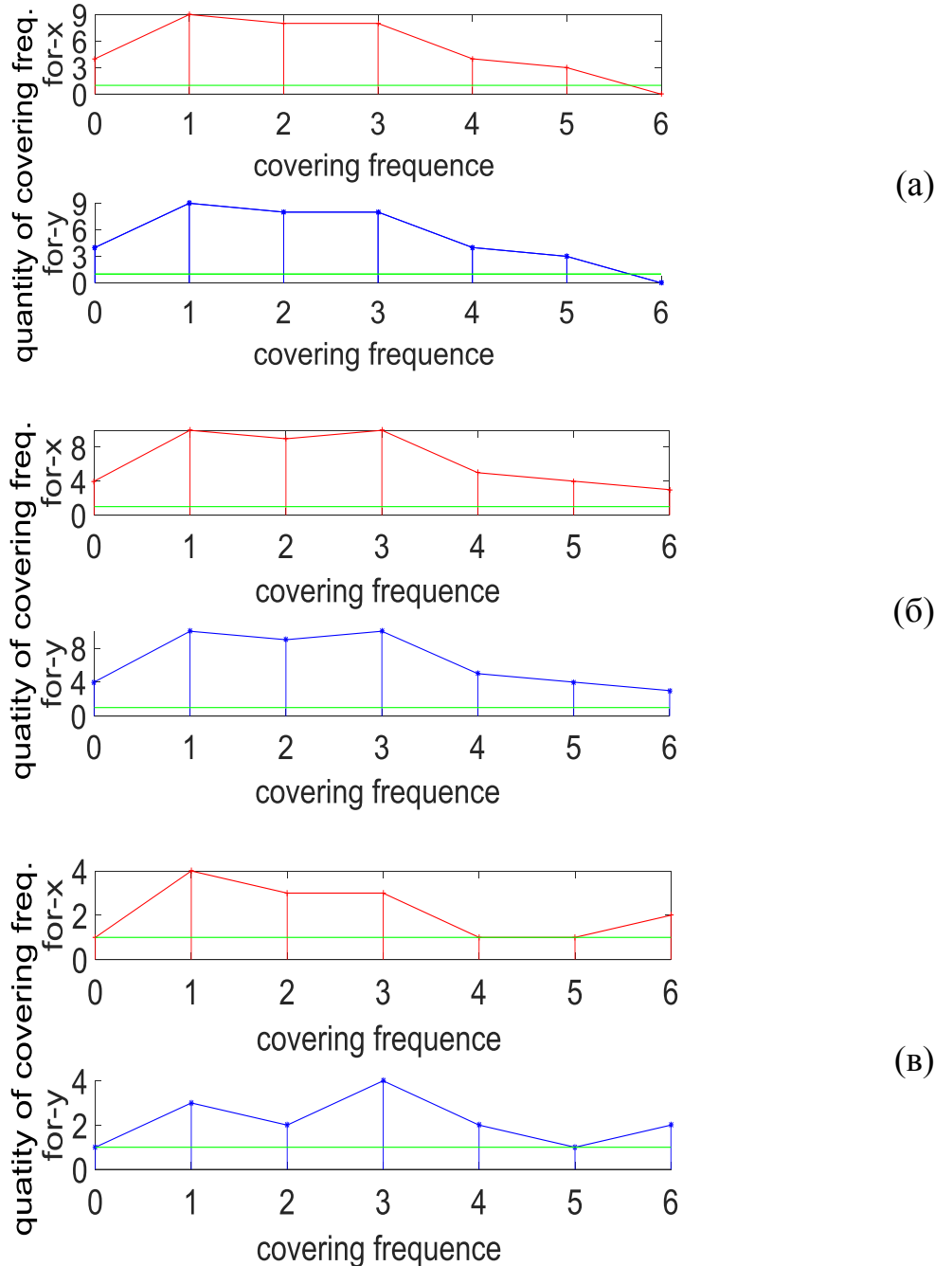
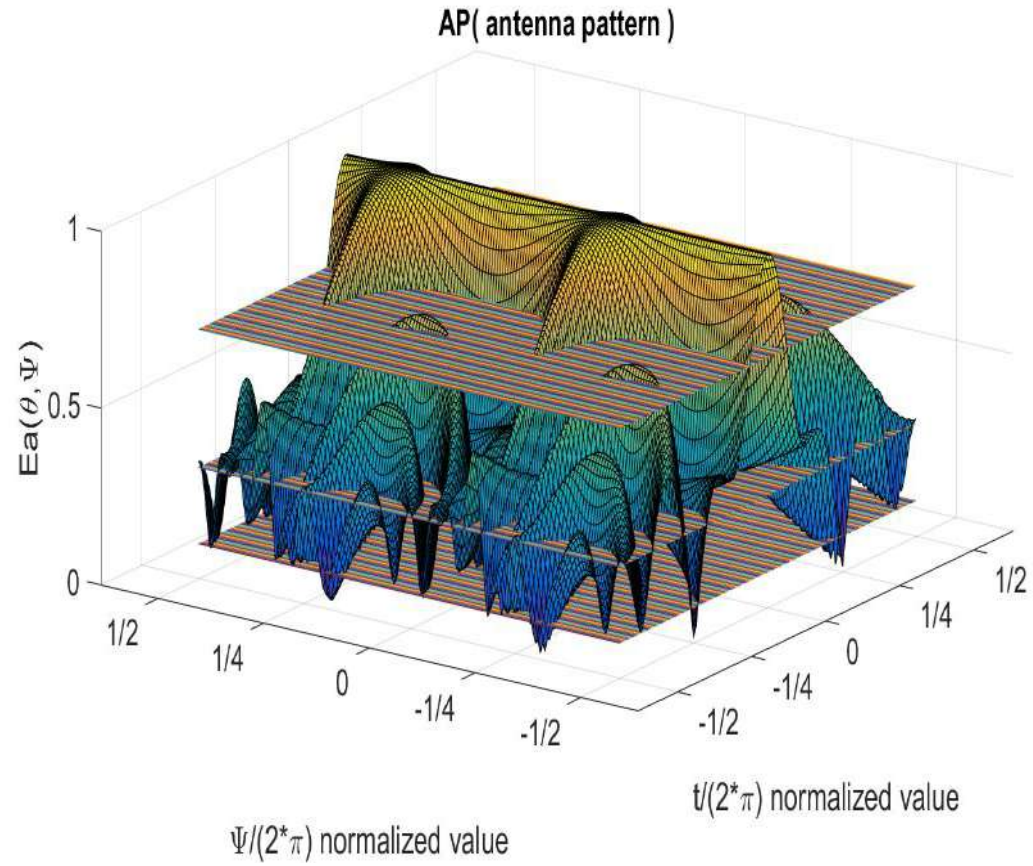
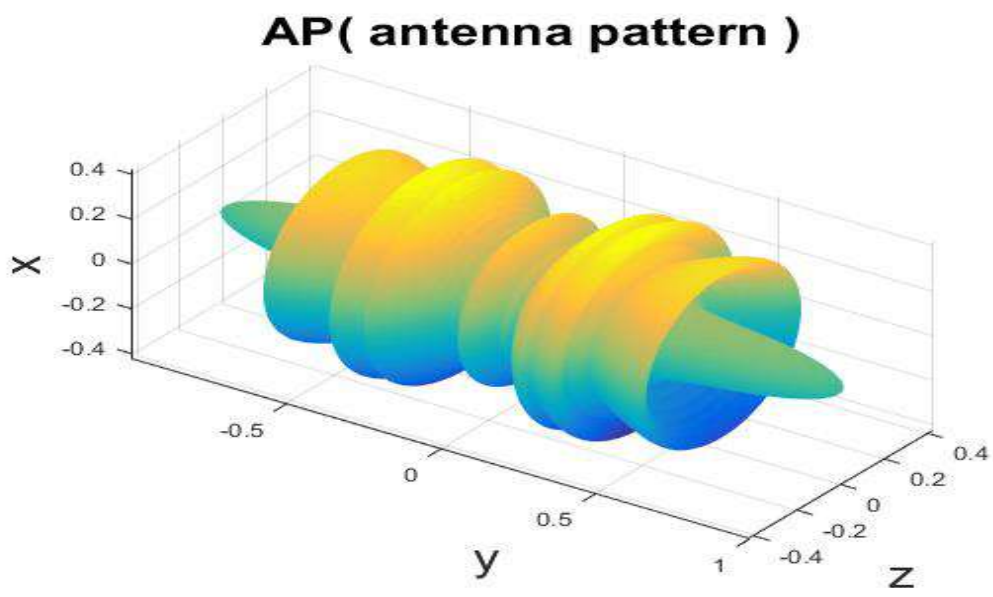


Рис. 2.3 Розподіл просторових частот, що покриваються, по осі абсцис X (червоні криві), ординат Y (сині криві) для вихідної АР $((X, Y)_{L3})$ – (а), з доданою точкою $((X, Y)_{L3+})$ – (б), і після видалення надлишкових точок $((X, Y)_{L3-})$ – (в).

ДС АР, на основі усіченого (з видаленими надлишковими точками) латинського квадрата $((X, Y)_{L3-})$, відображається в декартовій і полярній системах координат, як показано на рис. 2.4.



(a)



(б)

Рис. 2.4 Діаграма спрямованості АР $(X, Y)_{L3-}$ в декартовій (а) та полярній (б) системах координат.

Порівнюючи розподіл областей частот, що покривають на рис. 2.3 видно, що усунення надлишкових точок призводить до більш рівномірного розподілу частот, що покриваються, проте при цьому зростає рівень бічних пелюсток.

Слід зазначити, що аналіз частот, що покриваються здійснюється в обраній системі координат XOY . Очевидно, слід зажадати, щоб при довільному повороті обраної системи координат здійснювалося досить щільне (бажано повне) покриття області просторових частот. Тільки при цьому очікується, що у всьому діапазоні робочих кутів рівень бічних пелюсток залишатиметься прийнятним. Якщо ж при повороті системи координат кількість частот, що покриваються, за якоюсь із осей, різко зменшується, що відбуватиметься, коли більшість елементів лежатиме на іншій осі, то така АР навряд чи матиме прийнятний рівень пелюсток у всьому діапазоні кутів.

Числові значення параметрів, одержуваних АР $((X, Y)_{L3}, (X, Y)_{L3+}, (X, Y)_{L3-})$, наведені в табл. 2.1. В останньому стовпці таблиці показано відносну зміну характеристик АР після усунення надлишкових елементів у порівнянні з вихідними решітками (стовпці виділені заливкою зеленим та жовтим кольором). Ті характеристики, які поліпшуються, залиті зеленим кольором, а які погіршуються – червоним. З аналізу відносного зміни характеристик з $(X, Y)_{L3}$ на $(X, Y)_{L3-}$ можна зробити висновок, що видалення надлишкових точок призводить до погіршення характеристик ДС (збільшення ширини і рівня бічних пелюсток), проте істотно покращуються інші параметри решітки (знижуються коефіцієнти заповнення та надмірності). Причому величина поліпшення характеристик дещо більше, ніж погіршення, що спостерігається.

Табл. 2.1 Порівняння параметрів АР ((X, Y)_{L3}, (X, Y)_{L3+}, (X, Y)_{L3-})

	Початкова АР (X, Y) _{L3}	АР з доданими елементами (X, Y) _{L3+}	АР із усуненими елементами (X, Y) _{L3-}	Відносна зміна (%) (X, Y) _{L3-} Vs. (X, Y) _{L3}
$\Delta w_{0.707}$ (радіан)	0.9704	0.8763	1.1688	-20.4436
Δw_0 (радіан)	2.9847	2.7541	2.5109	15.8729
m	0.3067	0.2803	0.3944	-28.5971
N_0	9	10	6	33.3333
$X_{\max} * Y_{\max}$	6*6	6*6	6*6	0
S	36	36	36	0
α	0.2500	0.2778	0.1667	33.3333
β	1.5000	1.6667	1	33.3333

2.3 Моделювання, оцінювання та оптимізація характеристик розрідженої планарної АР на основі вкладених латинських квадратів

У [22–23] нами було показано можливість створення АР великих розмірів з використанням вкладених магічних квадратів. Аналогічний підхід може використовуватись і при використанні вкладених латинських квадратів. Використовуючи кілька простих квадратів та здійснюючи вкладення одного в інший, можна істотно збільшити розміри антенної решітки, що синтезується. Можна використовувати різні складання квадратів, а значить і різні матриці, що породжують, для формування АР.

2.3.1 Одиничні діагональні матриці як вкладені підматриці

Як було зазначено в першому розділі цієї дисертації, вкладений латинський квадрат 3-го порядку має вкладення набору одиничних діагональних матриць у формі (U_D) , при цьому ми отримуємо матрицю (L_{3UD}) і далі обчислюємо координати за формулою (1.8). Отримуємо:

$$(X, Y)_{L_{3UD}} = \begin{bmatrix} (1,1) & (1,0) & (1,0) & (3,2) & (3,0) & (3,0) & (6,3) & (6,0) & (6,0) \\ (0,1) & (1,1) & (1,0) & (1,2) & (3,2) & (3,0) & (3,3) & (6,3) & (6,0) \\ (0,1) & (0,1) & (1,1) & (1,2) & (1,2) & (3,2) & (3,3) & (3,3) & (6,3) \\ (3,4) & (3,1) & (3,1) & (4,3) & (4,2) & (4,2) & (6,5) & (6,3) & (6,3) \\ (0,4) & (3,4) & (3,1) & (3,3) & (4,3) & (4,2) & (4,5) & (6,5) & (6,3) \\ (0,4) & (0,4) & (3,4) & (3,3) & (3,3) & (4,3) & (4,5) & (4,5) & (6,5) \\ (2,6) & (2,4) & (2,4) & (5,6) & (5,3) & (5,3) & (6,6) & (6,5) & (6,5) \\ (0,6) & (2,6) & (2,4) & (2,6) & (5,6) & (5,3) & (5,6) & (6,6) & (6,5) \\ (0,6) & (0,6) & (2,6) & (2,6) & (2,6) & (5,6) & (5,6) & (5,6) & (6,6) \end{bmatrix}. \quad (2.18)$$

Координати елементів антенної решітки, її вид та діаграми спрямованості (ДС) наведено на рис. 2.5 та рис. 2.6.

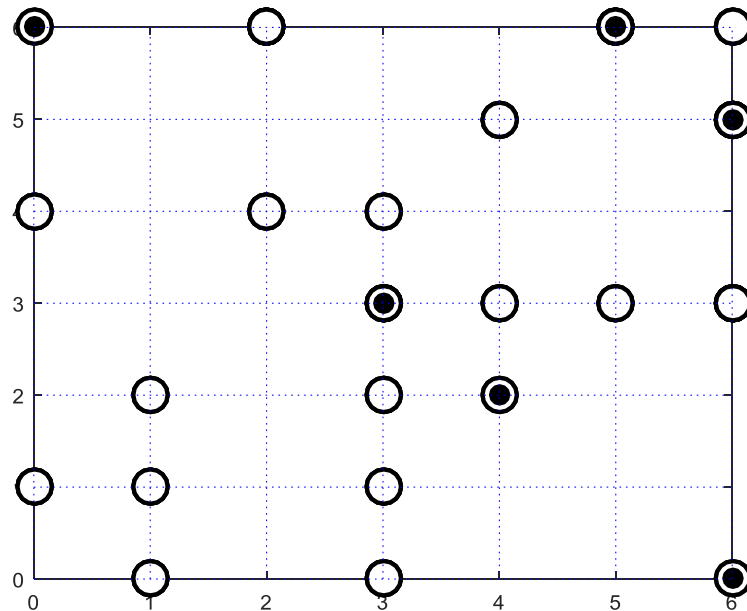


Рис. 2.5 Координати елементів АР $(X, Y)_{L_{3UD}}$ на основі латинського квадрата 3 порядку з вкладеним набором одиничних діагональних матриць 3 порядку та їх розташування.

AP побудована на основі вкладених латинських квадратів третього порядку (L_{3UD}) з використанням набору одиничних діагональних матриць (U_D) у якості підматриць. ДС цієї розробленої AP показано на рис. 2.6.

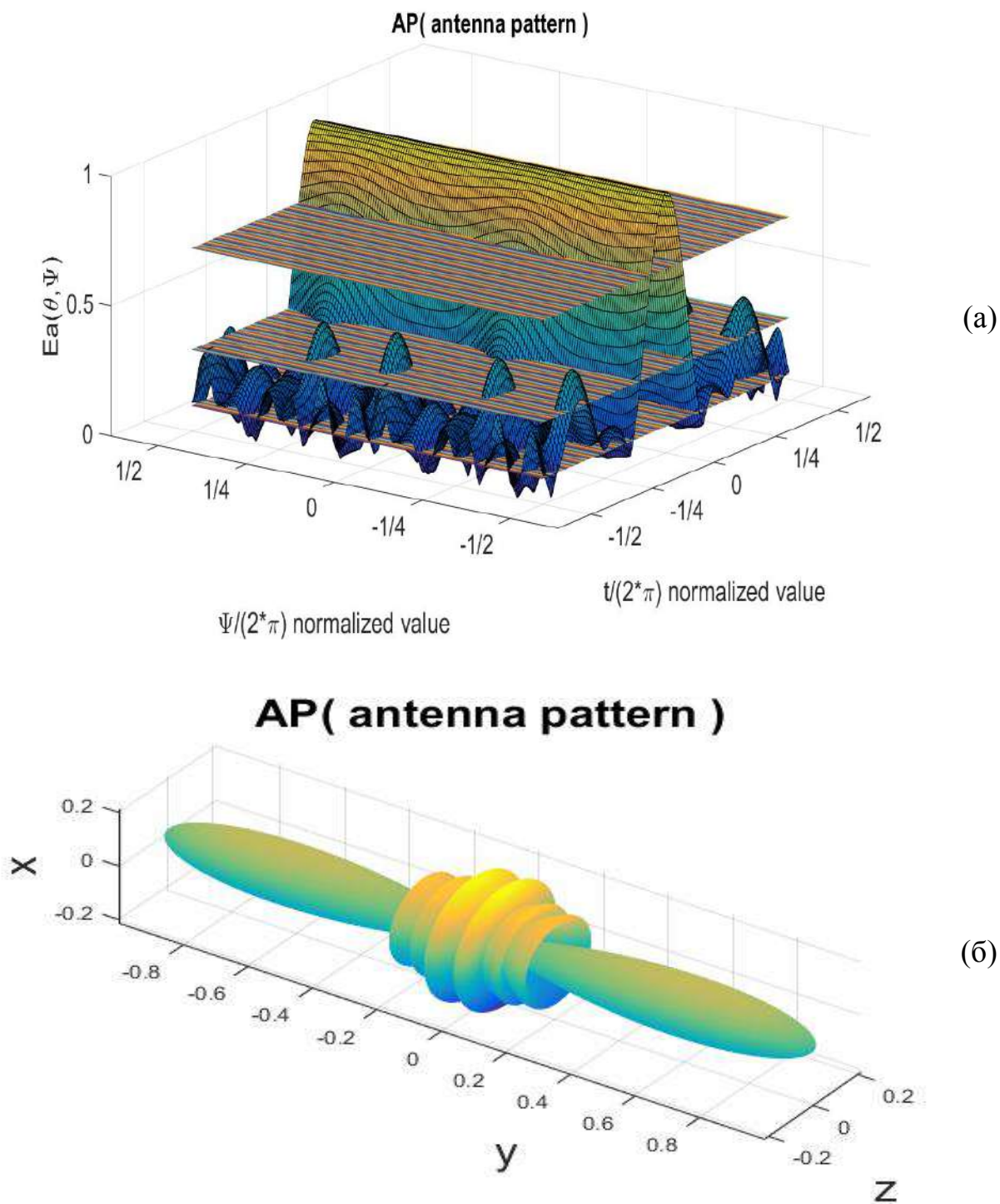


Рис. 2.6 Діаграми спрямованості AP у декартовій (а) і полярній (б) системах координат AP (X, Y) $_{L3UD}$.

Видно, що для цього квадрата характерна велика кількість кратних частот, що покриваються (велика надмірність). На рис. 2.5 показані елементи вихідних решіток зафарбованими круглими точками – вихідні точки AP $(X, Y)_{L3UD}$; порожніми колами показані точки, які можна видалити, забезпечуючи при цьому повне покриття AP $(X, Y)_{L3UD}$. Ті точки, які мали кратне покриття, та частина яких була видалена, показані як заліті та порожні одночасно. Після видалення надлишкових точок можна порівняти просторові частоти, що покриваються з використанням AP $(X, Y)_{L3UD}$ і $(X, Y)_{L3UD}$. Отримані результати представлені на рис. 2.7. Видно, що для вихідної решітки була характерна дуже велика надмірність елементів і дуже висока кратність частот, що покриваються – рис. 2.7а.

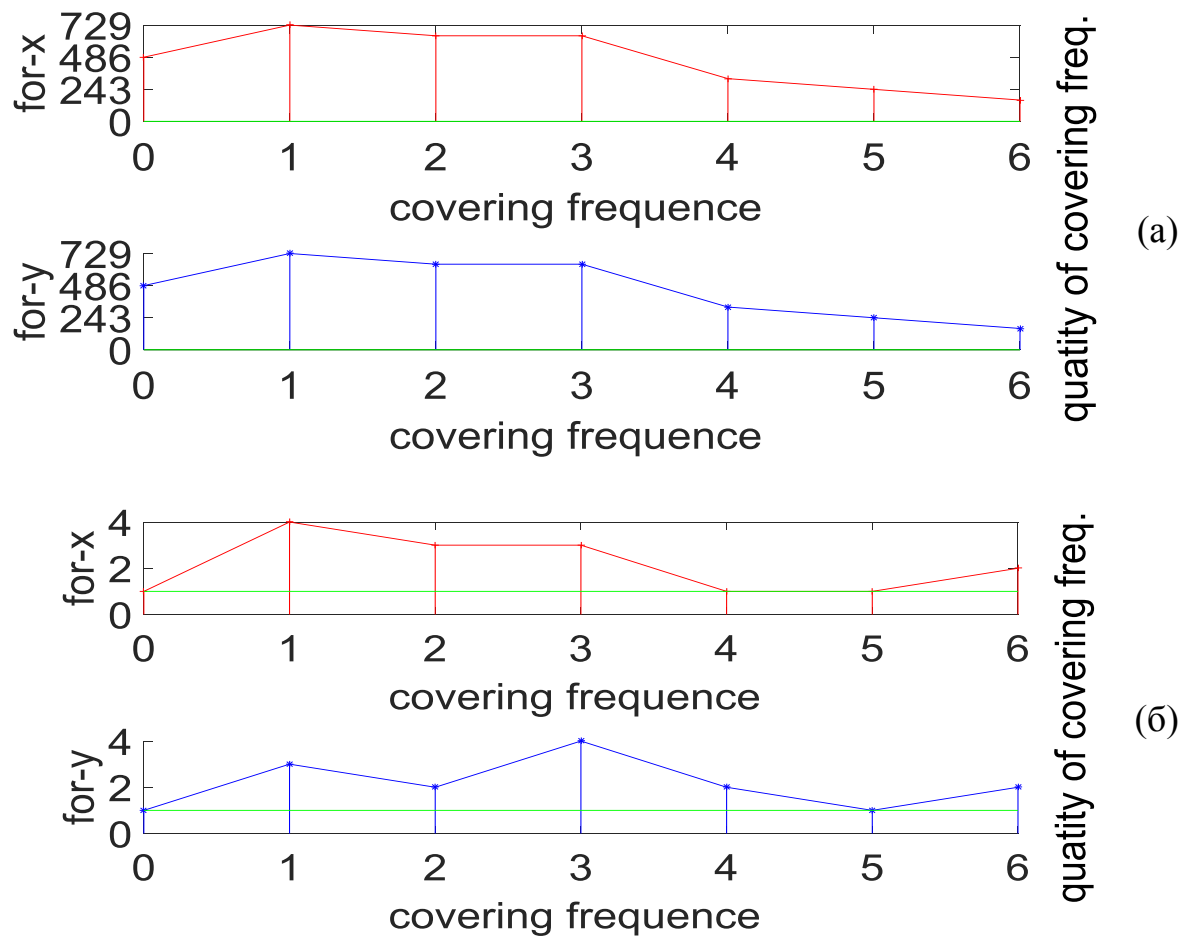


Рис. 2.7 Розподіл просторових частот, що покриваються, по осі абсцис X (червоні криві), ординат Y (сині криві) для вихідної AP $((X, Y)_{L3UD})$ – (а), та після видалення надлишкових точок $((X, Y)_{L3UD})$ – (б).

Після видалення надлишкових точок кратність покриття частот значно знизилася – рис. 2.7б. Разом з тим слід зазначити, що після видалення надлишкових точок, точки, що залишилися, розміщені в просторі нерівномірно, більша їх частина групується під кутами -45° і 135° . Це означає в системі координат, поверненої на цей кут, покриття частот може виявитися неповним, що проявляється у великих значеннях бічних пелюсток під певними кутами – рис. 2.7.

У табл. 2.2 наведено порівняння характеристик простої $(X, Y)_{L3}$, і вкладеної АР $(X, Y)_{L3UD}$ вихідних і після видалення надлишкових елементів $(X, Y)_{L3UD-}$ відповідно.

Табл. 2.2 Порівняння параметрів АР $((X, Y)_{L3}, (X, Y)_{L3UD}, (X, Y)_{L3UD-}$)

	Початкова АР $(X, Y)_{L3}$	Початкова АР $(X, Y)_{L3UD}$	АР з віддаленими елементами $(X, Y)_{L3UD-}$	Відносна зміна (%) $(X, Y)_{L3UD-}$ Vs. $(X, Y)_{L3UD}$
$\Delta w_{0.707}$ (радіан)	0.9704	0.8213	0.9632	-17.2845
Δw_0 (радіан)	2.9847	2.7826	2.0064	27.8974
m	0.3067	0.1900	0.3899	-105.1551
N_0	9	81	6	92.5926
$X_{\max} * Y_{\max}$	6*6	6*6	6*6	0
S	36	36	36	0
α	0.2500	2.2500	0.1667	92.5926
β	1.5000	13.5000	1	92.5926

ДС $AP(X, Y)_{L_{3UD}^-}$, на основі усіченого (з віддаленими надлишковими точками) $AP(X, Y)_{L_{3UD}}$, відображається в декартовій і полярній системах координат, як показано на рис. 2.8.

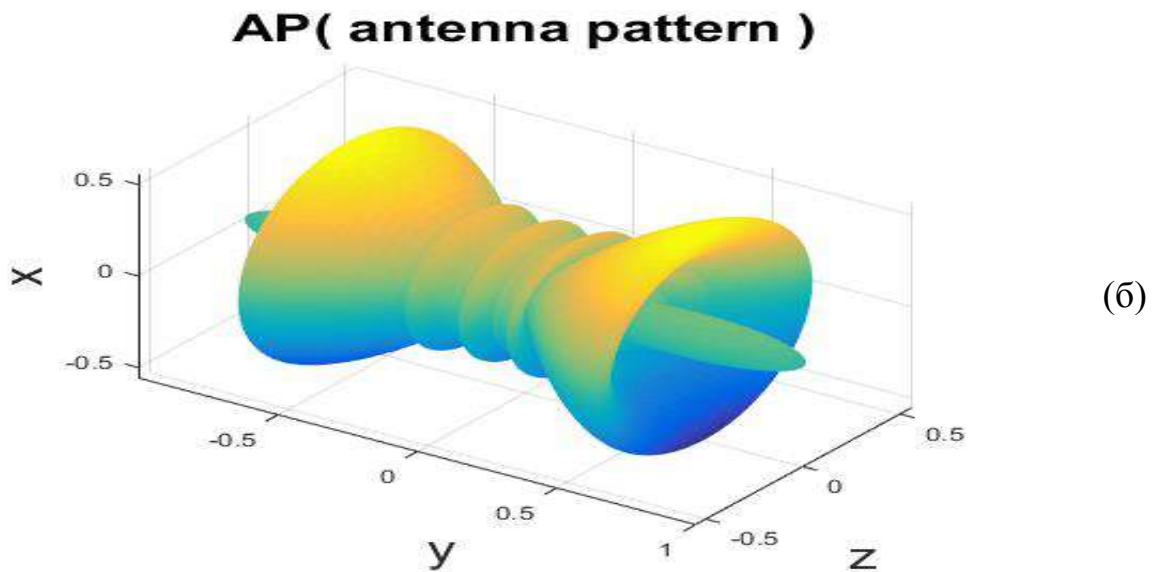
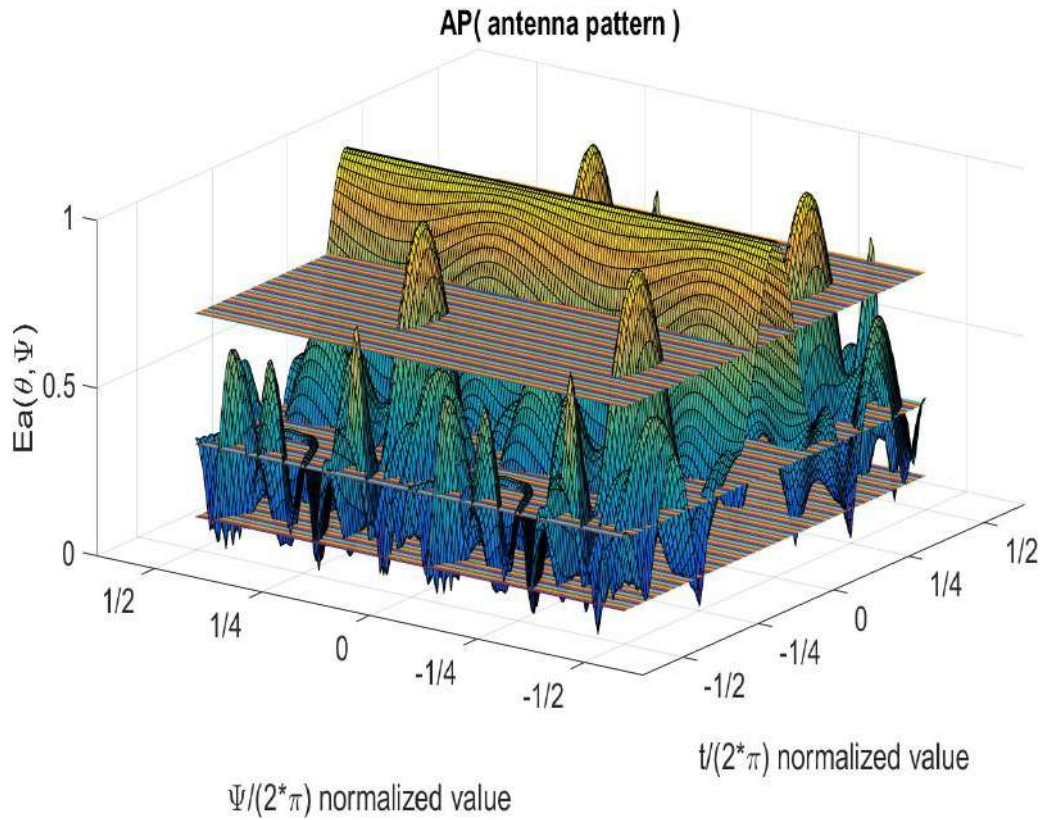


Рис. 2.8 Діаграми спрямованості решітки у декартовій (а) і полярній (б) системах координат $AP(X, Y)_{L_{3UD}^-}$.

Аналізуючи відносну зміну характеристик АР $(X, Y)_{L3UD}$ і $(X, Y)_{L3UD}$ можна зробити висновок, що видалення точок призводить до погіршення характеристик ДС – розширення основного і збільшення рівня бічних пелюсток, проте істотно знижує коефіцієнти заповнення і надмірності АР.

З порівняння АР $(X, Y)_{L3}$ і $(X, Y)_{L3UD}$, впливає, що створення матриці, що породжує, на основі латинських квадратів і матриці одиниць, не призводить до збільшення розмірів АР, але покращує її якість. Це не призводить до звуження ширини головної пелюстки, проте дозволяє зменшити середній рівень бічних пелюсток.

2.3.2 Одиничні квадратні матриці як вкладені підматриці

Як було зазначено в першому розділі цієї глави, вкладений латинський квадрат 3-го порядку має вкладення набору одиничних квадратних матриць у формі (U_I) , ми отримуємо матрицю (L_{3UI}) і далі після обчислення координат за формулою (1.6) отримуємо:

$$(X, Y)_{L3UI} = \begin{pmatrix} (1,1) & (2,1) & (3,1) & (5,2) & (7,2) & (9,2) & (12,3) & (15,3) & (18,3) \\ (1,2) & (2,2) & (3,2) & (5,4) & (7,4) & (9,4) & (12,6) & (15,6) & (18,6) \\ (1,3) & (2,3) & (3,3) & (5,6) & (7,6) & (9,6) & (12,9) & (15,9) & (18,9) \\ (3,6) & (6,6) & (9,6) & (10,7) & (11,7) & (12,7) & (14,11) & (16,11) & (18,11) \\ (3,9) & (6,9) & (9,9) & (10,8) & (11,8) & (12,8) & (14,13) & (16,13) & (18,13) \\ (3,12) & (6,12) & (9,12) & (10,9) & (11,9) & (12,9) & (14,15) & (16,15) & (18,15) \\ (2,14) & (4,14) & (6,14) & (9,12) & (12,12) & (15,12) & (16,16) & (17,16) & (18,16) \\ (2,16) & (4,16) & (6,16) & (9,15) & (12,15) & (15,15) & (16,17) & (17,17) & (18,17) \\ (2,18) & (4,18) & (6,18) & (9,18) & (12,18) & (15,18) & (16,18) & (17,18) & (18,18) \end{pmatrix}. \quad (2.19)$$

Побудована на такому типі квадрата АР складатиметься з 3 типів еквідистантних повністю заповнених решіток з відстанями між елементами (1, 2, 3). Очевидно, що вона матиме великий коефіцієнт надмірності. Координати розташування елементів АР зображено на Рис. 2.9. У цьому випадку «точки» – це оригінальні точки АР $(X, Y)_{L3UI}$; «Зірочкою» відзначена додаткова точка, що забезпечує повне покриття частот $((X, Y)_{L3UI+})$; «Порожніми точками» показані віддалені точки при забезпеченні повного

покриття $((X, Y)_{L3UI-})$ частот, залитими показані точки, що залишилися після видалення.

Розглянемо області просторових частот, що покриваються кожною з цих конструкцій: $(X, Y)_{L3UI}$, $(X, Y)_{L3UI+}$ та $(X, Y)_{L3UI-}$. Результати показані на рис. 2.12. З порівняння рис. 2.12а, рис. 2.12б та рис. 2.12в видно істотне зменшення надмірності в частотах, що покриваються, а також більш рівномірний розподіл частот, що покривають решітки з видаленими надмірними точками.

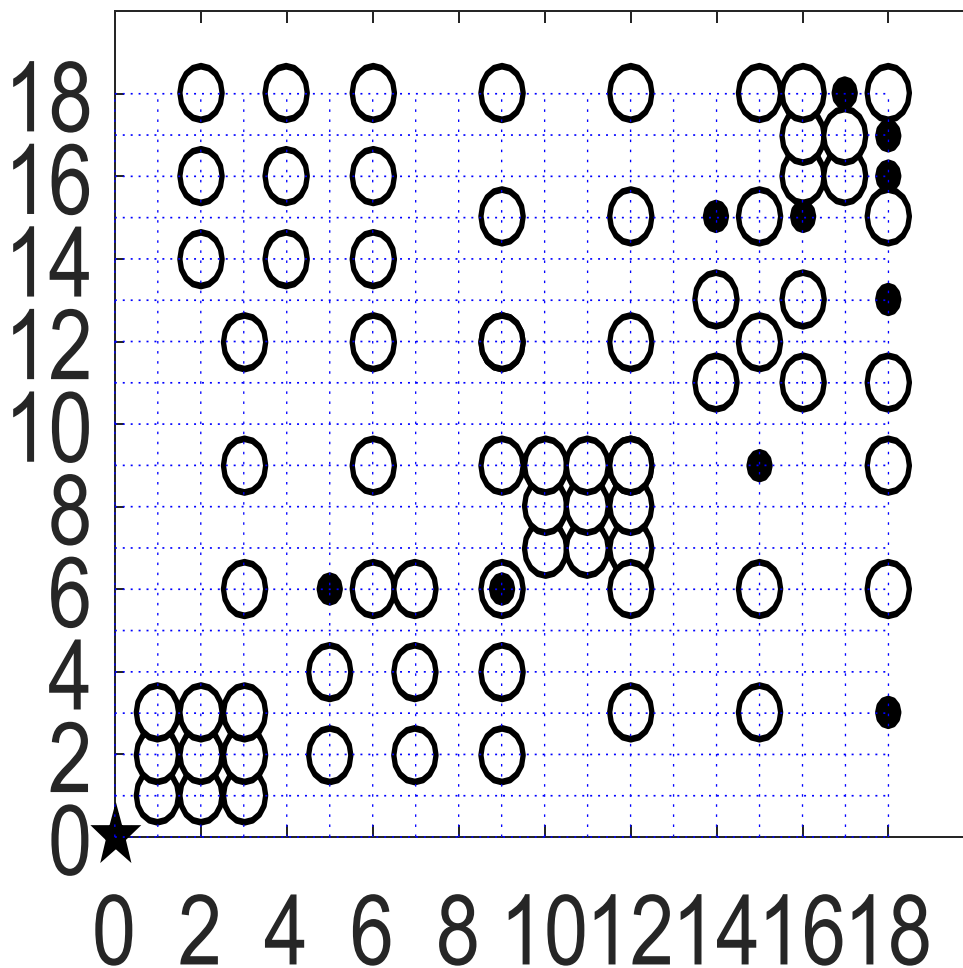


Рис. 2.9 Координати елементів АР $(X, Y)_{L3UI}$, $(X, Y)_{L3UI+}$ та $(X, Y)_{L3UI-}$ на основі латинського квадрата 3 порядку з вкладеним квадратом ідентичності третього порядку, їх розташування на координатній площині.

АР побудована на основі вкладених латинських квадратів третього порядку (L3UI) з використанням набору одиничних матриць (UI) як підматриць. ДС цієї розробленої АР показано на рис. 2.10.

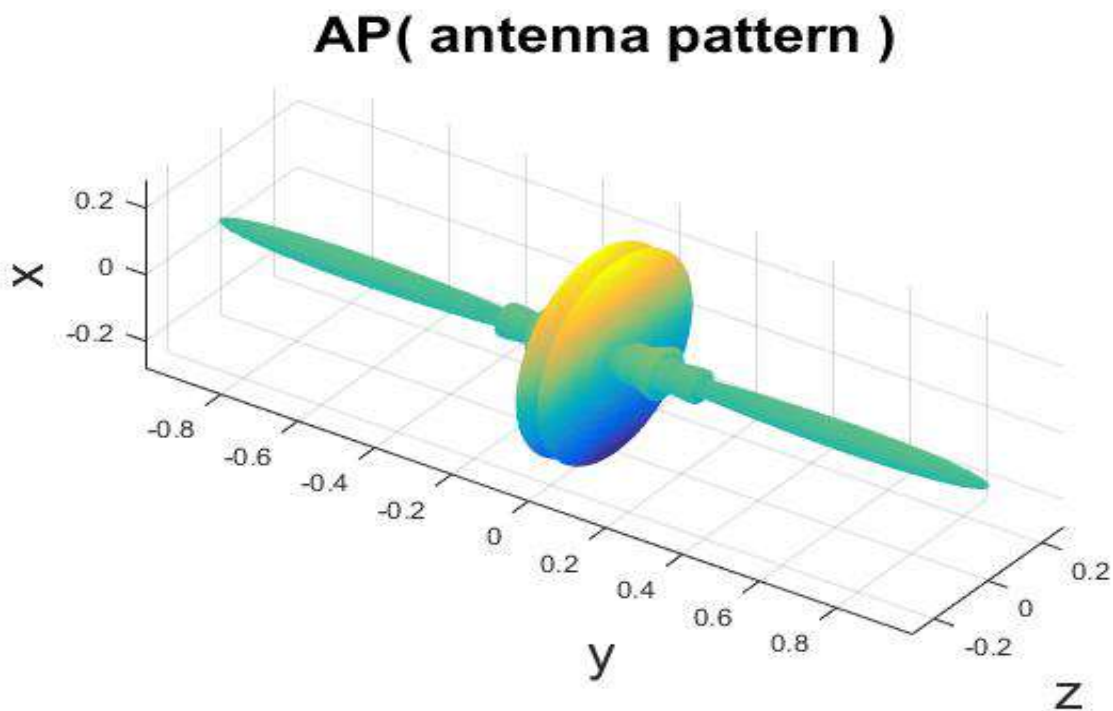
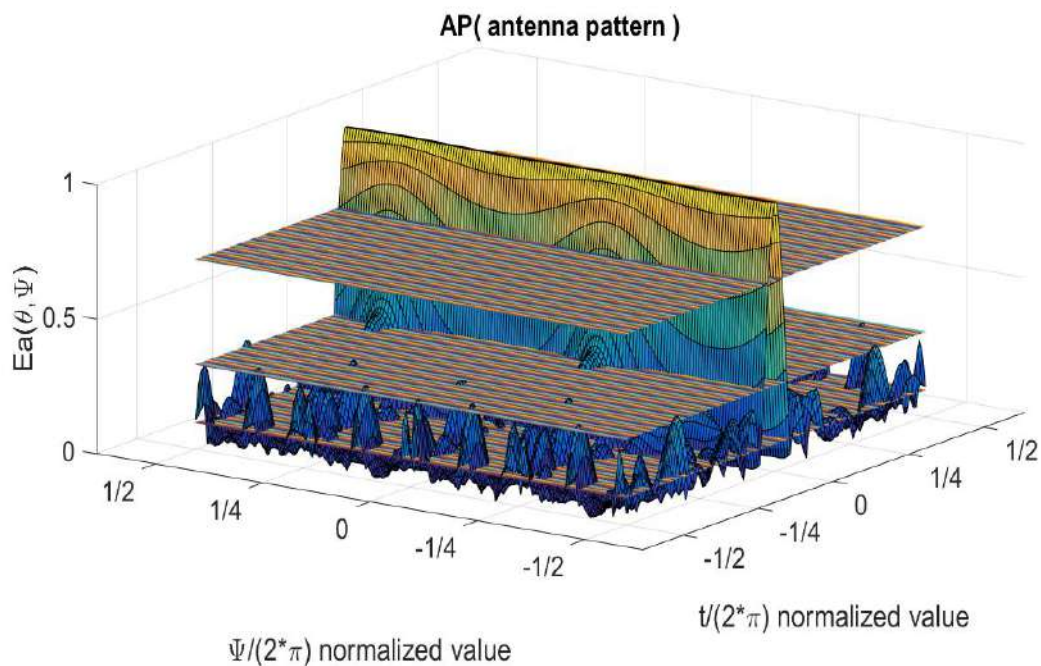


Рис. 2.10 Діаграма спрямованості АР $(X, Y)_{L3UI}$ в декартовій (а) та полярній (б) системах координат.

Розподіл просторових частот, що покриваються, по осі абсцис X та ординат Y для вихідної АР $((X, Y)_{L3UI})$, АР з доданою точкою $((X, Y)_{L3UI+})$ та АР після видалення зайвих точок $((X, Y)_{L3UI-})$ показані на рис. 2.11.

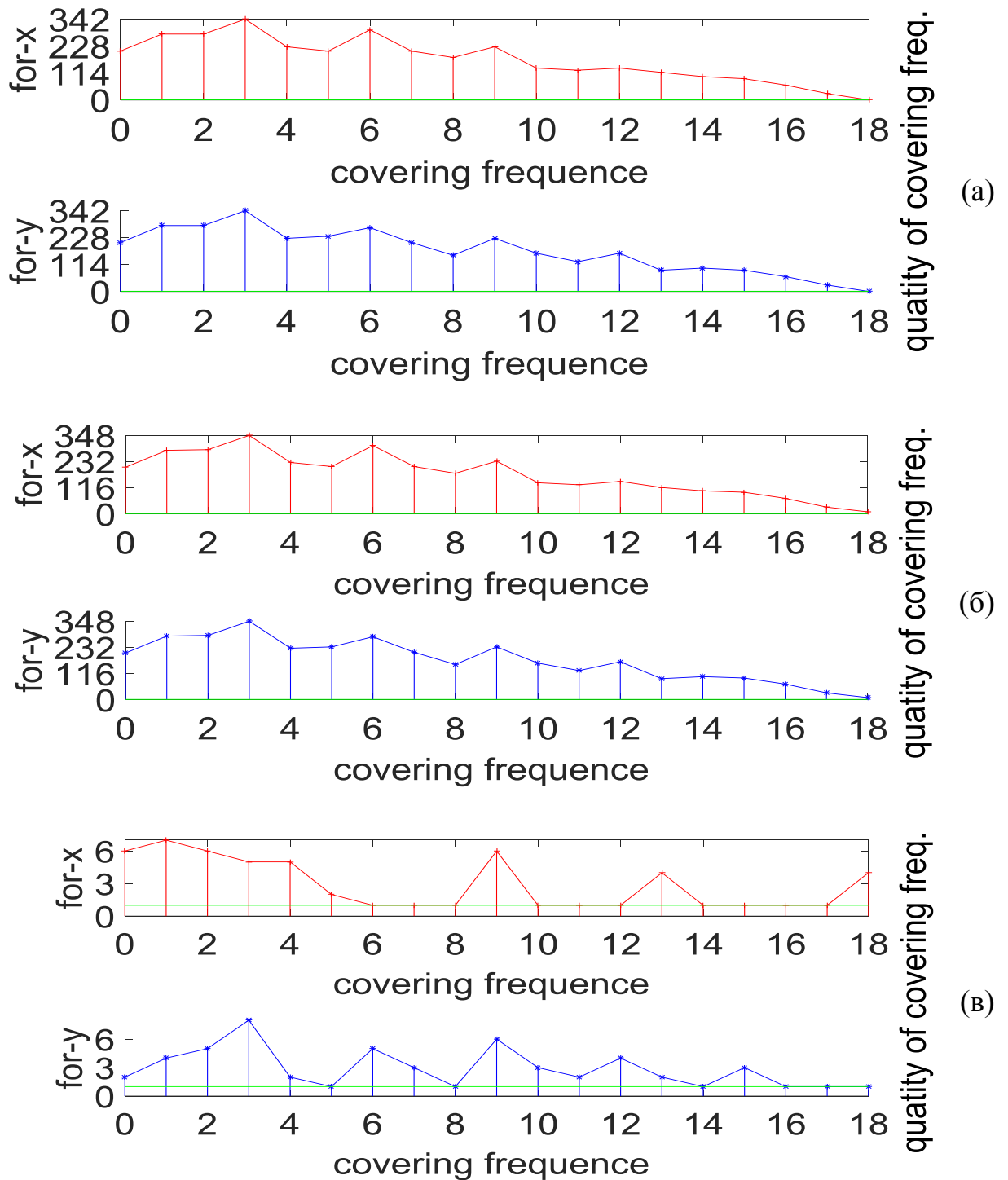


Рис. 2.11 Розподіл просторових частот, що покриваються, по осі абсцис X (червоні криві), ординат Y (сині криві) для АР: (а) – $((X, Y)_{L3UI})$, (б) – $((X, Y)_{L3UI+})$, і (в) – АР $((X, Y)_{L3UI-})$.

ДС АР $(X, Y)_{L_{3UI}}$, на основі усіченого (з видаленими надлишковими точками) АР $(X, Y)_{L_{3UI}}$, відображається в декартовій системі координат і полярній системі координат, як показано на рис. 2.12.

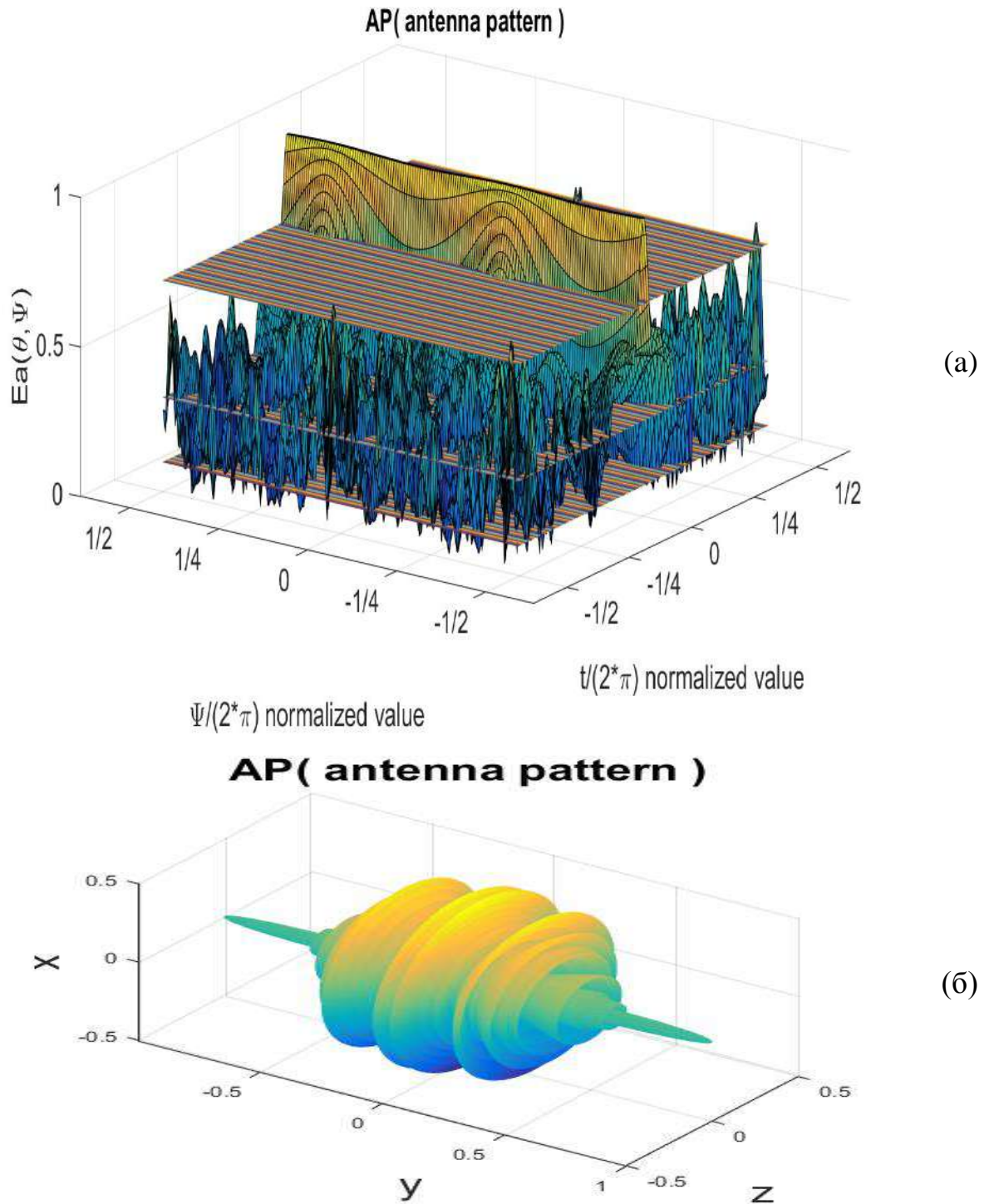


Рис. 2.12 Діаграма спрямованості АР $(X, Y)_{L_{3UI}}$ в декартовій (а) та полярній (б) системах координат.

Результати порівняння характеристик АР $((X, Y)_{L3UI}, (X, Y)_{L3UI+}, (X, Y)_{L3UI-})$ наведені в табл. 2.3. Якщо проаналізувати відносну зміну характеристик для АР $(X, Y)_{L3UI}$ і $(X, Y)_{L3UI-}$ можна зробити висновок, що видалення надлишкових точок значно зменшує коефіцієнти заповнення і надмірності АР, однак призводить до значного збільшення середнього рівня бічних пелюсток. При цьому головна пелюстка трохи розширюється, хоча значення змінюється слабо. З аналізу відносних змін характеристик АР від $(X, Y)_{L3UI}$ на $(X, Y)_{L3UI+}$ можна зробити висновок, що додавання на початок координат додаткової точки корисно, для зменшення рівнів бічних пелюсток і звуження ширини головної пелюстки.

Порівнюючи параметри ДС для АР $(X, Y)_{L3UD}$ та $(X, Y)_{L3UI}$ видно, що поєднання латинського квадрата з квадратом одиниць дозволяє збільшити розмір АР, звужити ширину головної пелюстки, і зменшити рівень бічних пелюсток, краще, ніж раніше синтезованим квадратом на основі одиничного квадрата.

Порівнюючи параметри ДС для АР $(X, Y)_{L3}$ та $(X, Y)_{L3UI}$ видно, що для латинського квадрата, вкладеного з n -м порядком одиничним квадратом, розширюватиметься розмір АР в $n \times n$ разів, і зменшуватиметься ширина головної пелюстки в n разів. Аналогічно для середнього рівня бічних пелюсток – вони зменшаться у n разів. Тому використовуючи вкладення n -го порядку одиничного квадрата можна збільшити розмір АР в n разів, і зменшити ефективну ширину головної пелюстки в n разів, а також середній рівень бічних пелюсток теж зменшити у n разів.

З аналізу рис. 2.9а для координат елементів антенної решітки видно, що для матриці, що породжує $(X, Y)_{L3UI}$, всередині кожного блоку, координати абсцис на стовпці не змінюються так само, як і ординати на рядку.

Табл. 2.3 Порівняння параметрів АР $((X, Y)_{L3}, (X, Y)_{L3UD}, (X, Y)_{L3UI}, (X, Y)_{L3UI-})$

	Початкова АР $(X, Y)_{L3}$	Початкова АР $(X, Y)_{L3UD}$	Початкова АР $(X, Y)_{L3UI}$	АР з віддаленими елементами $(X, Y)_{L3UI-}$	Відносна зміна (%) $(X, Y)_{L3UI-}$ Vs. $(X, Y)_{L3UI}$
$\Delta w_{0.707}$ (радіан)	0.9704	0.8213	0.3099	0.3339	-7.7597
Δw_0 (радіан)	2.9847	2.7826	1.6582	1.7321	-4.4617
m	0.3067	0.1900	0.1070	0.2983	-178.9076
N_0	9	81	81	11	86.4198
$X_{\max} * Y_{\max}$	6*6	6*6	18*18	18*18	0
S	36	36	324	324	0
α	0.2500	2.2500	0.2500	0.0340	86.4198
β	1.5000	13.5000	4.500	0.6111	86.4198

2.3.3 Магічні квадрати як вкладені підматриці

Як було зазначено в першому розділі цієї глави, вкладений латинський квадрат 3-го порядку має вкладення з набору вкладених матриць магічного квадрата у формі (M_3) . При цьому ми отримуємо матрицю (L_{3M3}) і далі обчислюємо координати за формулою (1.6). Отримуємо:

$$(X, Y)_{L_{3M3}} = \begin{pmatrix} (8,8) & (9,1) & (15,6) & (31,16) & (33,2) & (45,12) & (69,24) & (72,3) & (90,18) \\ (3,11) & (8,6) & (15,13) & (21,22) & (31,12) & (45,26) & (54,33) & (69,18) & (90,39) \\ (4,15) & (13,15) & (15,15) & (23,30) & (41,30) & (45,30) & (57,45) & (84,45) & (90,45) \\ (24,39) & (27,18) & (45,33) & (53,38) & (54,31) & (60,36) & (76,61) & (78,47) & (90,57) \\ (9,48) & (24,33) & (45,54) & (48,41) & (53,36) & (60,43) & (66,67) & (76,57) & (90,71) \\ (12,60) & (39,60) & (45,60) & (49,45) & (58,45) & (60,45) & (68,75) & (86,75) & (90,75) \\ (16,76) & (18,62) & (30,72) & (54,69) & (57,48) & (75,63) & (83,83) & (84,76) & (90,81) \\ (6,82) & (16,72) & (30,86) & (39,78) & (54,63) & (75,84) & (78,86) & (83,81) & (90,88) \\ (8,90) & (26,90) & (30,90) & (42,90) & (69,90) & (75,90) & (79,90) & (88,90) & (90,90) \end{pmatrix} \cdot (2.20)$$

Отримані на основі матриці, що породжує координати і вид АР $(X, Y)_{L_{3M3}}$ наведені на рис. 2.13, а діаграми спрямованості АР $(X, Y)_{L_{3M3}}$ в декартовій та полярній системах координат на рис. 2.14. Позначення використані такі самі, як і раніше: «залиті точки» – це вихідні точки $((X, Y)_{L_{3M3}})$, «зірочками» відзначені додаткові точки для повного покриття $((X, Y)_{L_{3M3+}})$, «порожніми точками» показані віддалені точки при забезпеченні повного покриття частот $((X, Y)_{L_{3M3-}})$.

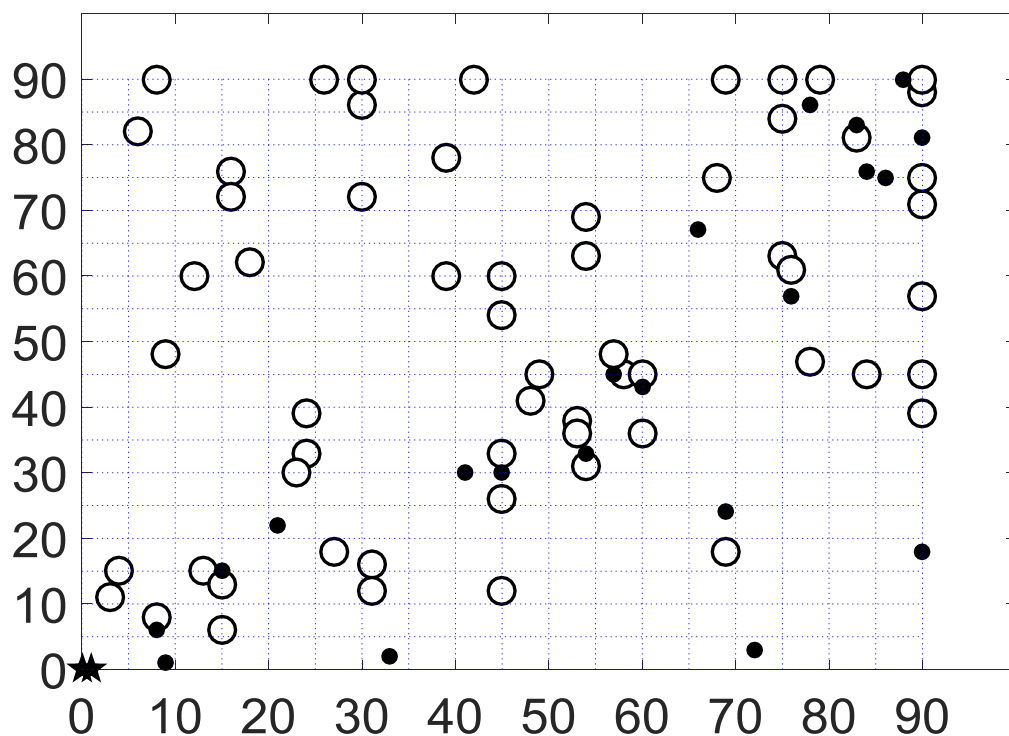
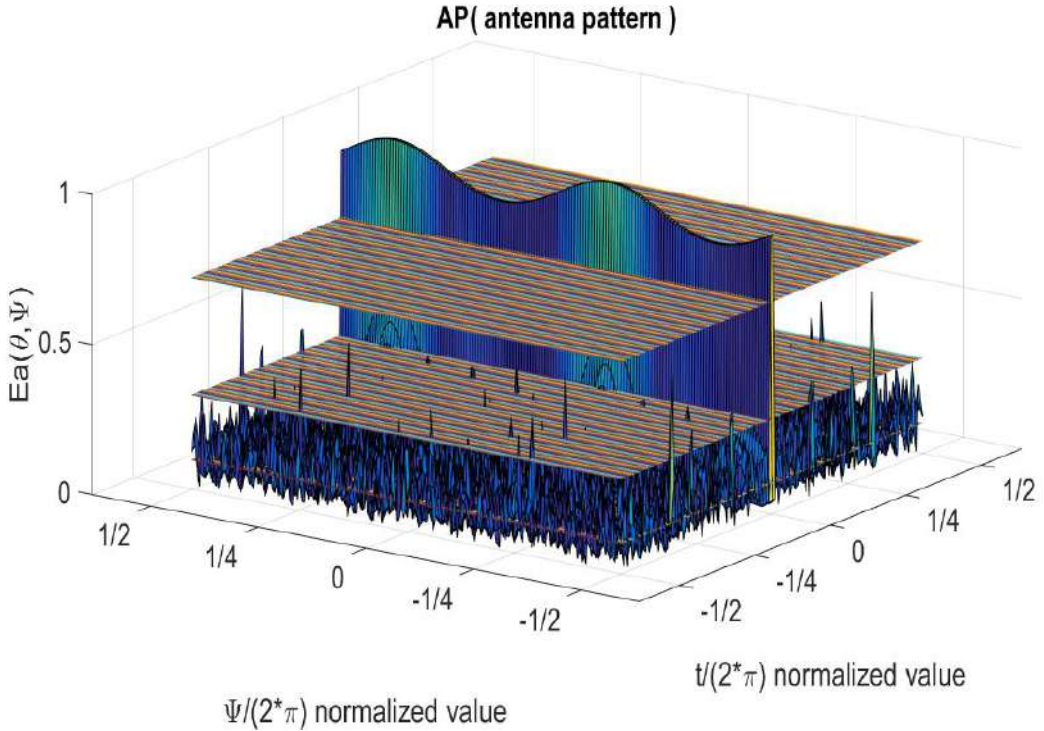
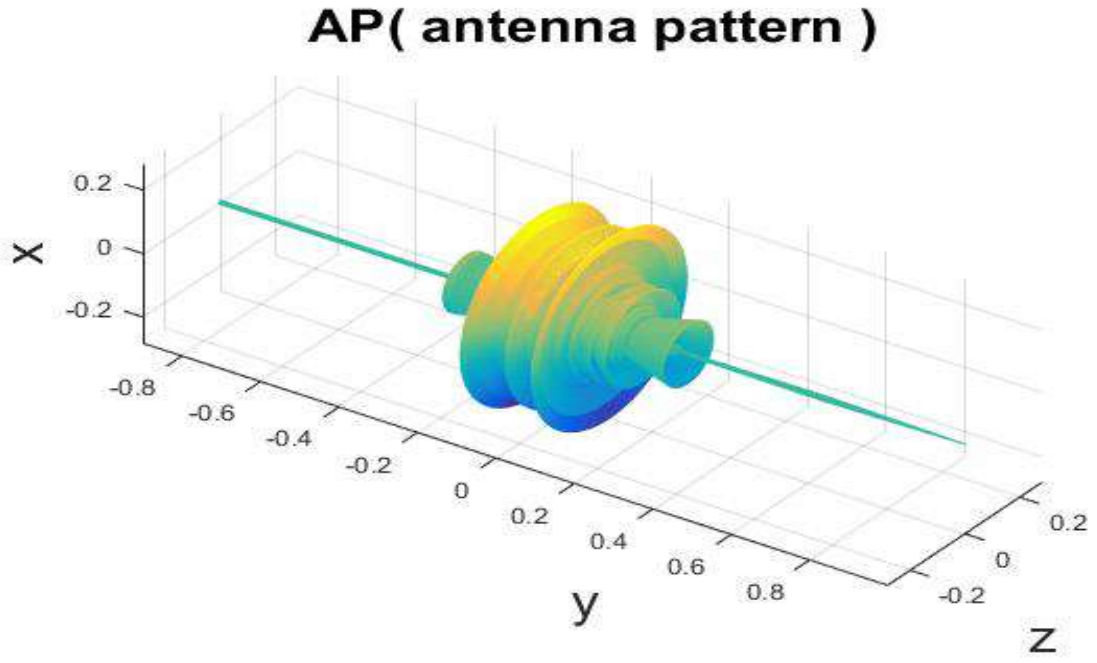


Рис. 2.13 Координати елементів АР $(X, Y)_{L_{3M3}}$, $(X, Y)_{L_{3M3+}}$ та $(X, Y)_{L_{3M3-}}$ на основі латинського квадрата 3 порядку з вкладеним квадратом ідентичності третього порядку, їх розташування на координатній площині.

АР побудована на основі вкладених латинських квадратів третього порядку (L_{3M3}) з використанням набору магічних матриць M_3 як підматриць. ДС цієї розробленої АР показано на рис. 2.14.



(a)



(б)

Рис. 2.14 Діаграма спрямованості АР $(X, Y)_{L3M3}$ в декартовій (а) та полярній (б) системах координат.

Розподіл просторових частот, що покриваються, по осі абсцис X та ординат Y для вихідної АР $((X, Y)_{L_{3M3}})$, АР з доданою точкою $((X, Y)_{L_{3M3+}})$ та АР після видалення зайвих точок $((X, Y)_{L_{3M3-}})$ показані на рис. 2.15.

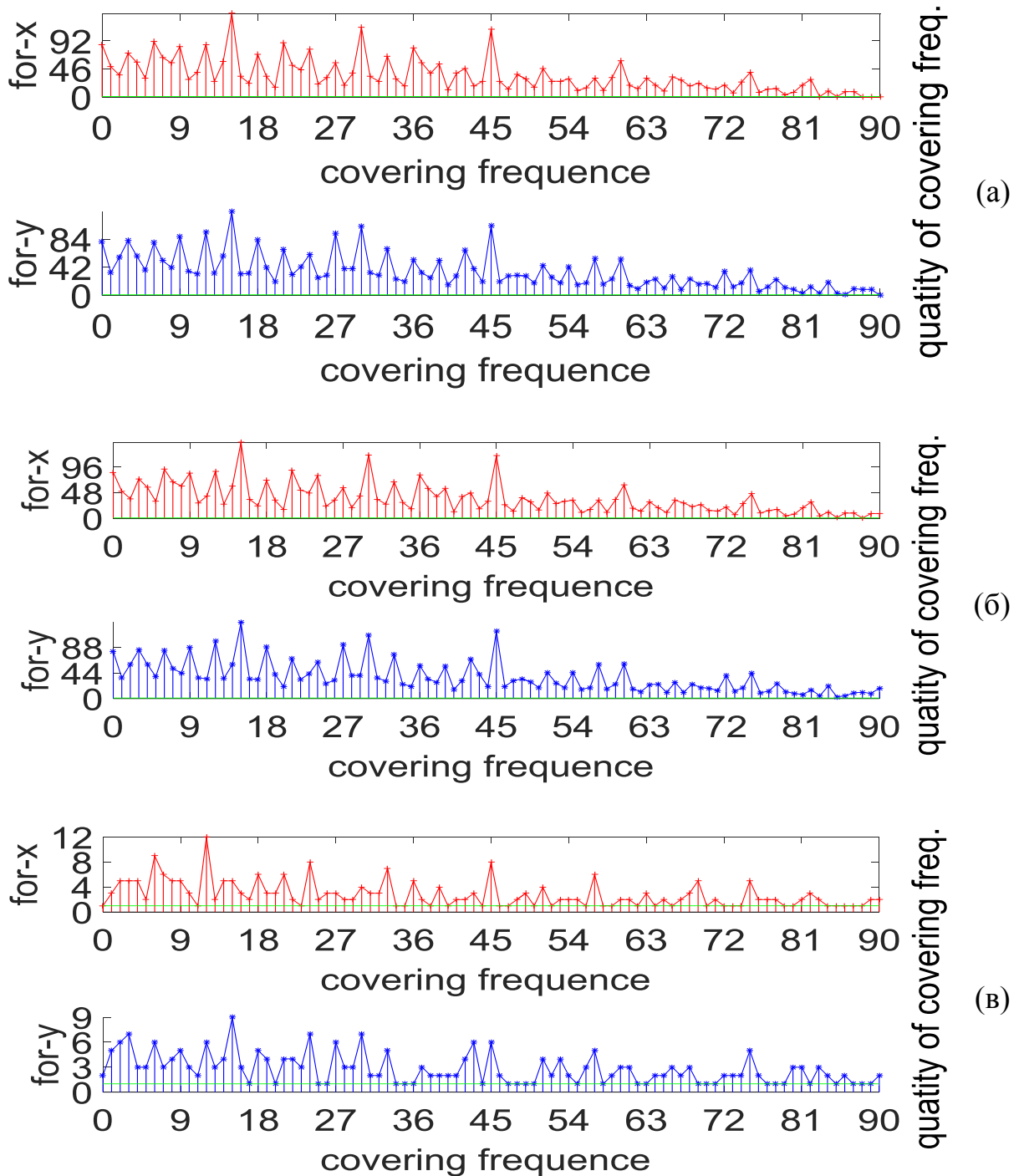


Рис. 2.15 Розподіл просторових частот, що покриваються, по осі абсцис X (червоні криві), ординат Y (сині криві) для вихідної АР: (а) – $(X, Y)_{L_{3M3}}$, (б) – $(X, Y)_{L_{3M3+}}$, і (в) – $((X, Y)_{L_{3M3-}}$.

Розглянемо області просторових частот, що покриваються кожною з цих конструкцій: AP $(X, Y)_{L3M3}$, $(X, Y)_{L3M3+}$ та $(X, Y)_{L3M3-}$. Результати показано на рис. 2.15. Видно, що на відміну від попередніх випадків $((X, Y)_{L3}$, $(X, Y)_{L3UD}$, $(X, Y)_{L3UI}$, $(X, Y)_{L3M3}$) за такого способу побудови AP вдається отримати більш рівномірне покриття сітки просторових частот з меншою кратністю повторення однакових частот (рис. 2.15а, б). Видалення надлишкових елементів робить його більш рівномірним (рис. 2.15в). Діаграми спрямованості цієї AP $(X, Y)_{L3M3-}$ наведено на рис. 2.16.

У табл. 2.4 наведено характеристики AP $(X, Y)_{L3}$ на основі простого Латинського квадрата і AP $(X, Y)_{L3M3}$ отриманого вкладенням магічного квадрата 3 порядку в латинський квадрат.

Табл. 2.4 Порівняння параметрів AP $((X, Y)_{L3}$, $(X, Y)_{L3M3}$, $(X, Y)_{L3M3+}$, $(X, Y)_{L3M3-}$)

	Початкова AP $(X, Y)_{L3}$	Початкова AP $(X, Y)_{L3M3}$	AP з доданими елементами $(X, Y)_{L3M3+}$	AP з віддаленими елементами $(X, Y)_{L3M3-}$	Відносна зміна (%) $(X, Y)_{L3M3-}$ Vs. $(X, Y)_{L3M3}$
$\Delta w_{0.707}$ (радіан)	0.9704	0.0609	0.0607	0.0673	-10.5096
Δw_0 (радіан)	2.9847	1.2878	1.3164	1.2910	-0.2485
m	0.3067	0.1093	0.1083	0.2100	-92.1482
N_0	9	81	83	23	71.6049
$X_{\max} * Y_{\max}$	6*6	90*90	90*90	90*90	0
S	36	8100	8100	8100	0
α	0.2500	0.0100	0.0102	0.0028	71.6049
β	1.5000	0.900	0.9222	0.2556	71.6049

ДС АР $(X, Y)_{L_{3M3}}$, на основі усіченого (з видаленими надлишковими точками) АР $(X, Y)_{L_{3M3}}$, відображається в декартовій і полярній системах координат, як показано на рис. 2.16.

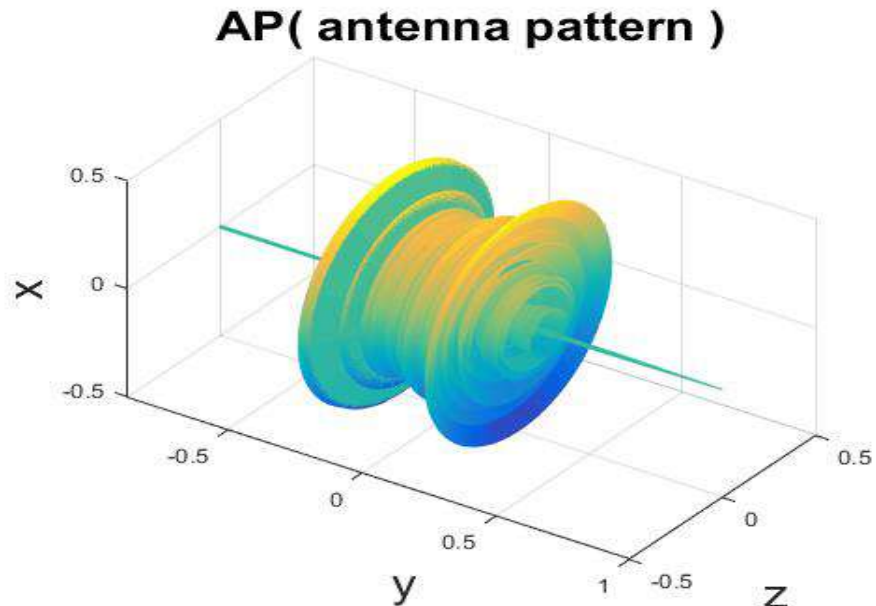
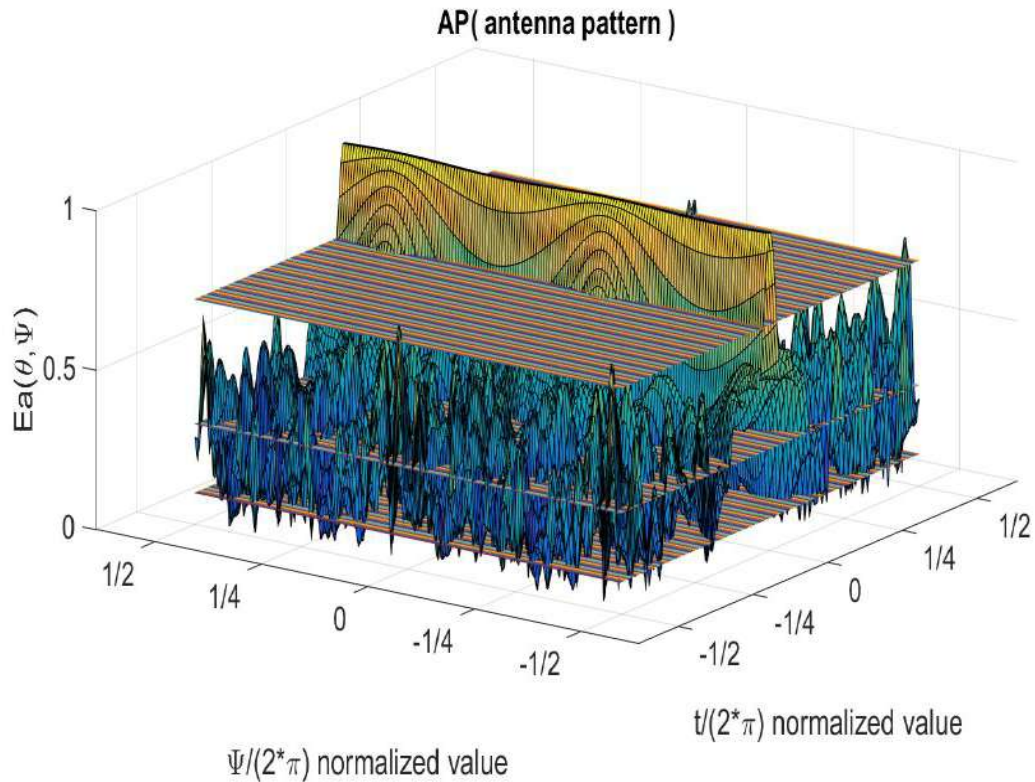


Рис. 2.16 Діаграма спрямованості АР $(X, Y)_{L_{3M3}}$ на основі усіченого (з видаленими надлишковими точками), в декартовій (а) та полярній (б) системах координат.

Спостерігаючи відносну зміну характеристик АР від $(X, Y)_{L3M3}$ до $(X, Y)_{L3M3-}$, ми можемо зробити висновок, що видалення надлишкових точок дозволяє значно зменшити коефіцієнти надмірності і заповнення АР, проте призводить до значного збільшення середнього рівня бічних пелюсток. При цьому ширина головної пелюстки трохи розширюється, хоча ця зміна і невелика. Зі змін характеристик АР при переході від $(X, Y)_{L3M3}$ до $(X, Y)_{L3M3+}$ можна зробити висновок, що додавання елемента АР на початок координат корисно, для зменшення рівня бічних пелюсток і звуження ширини головної пелюстки.

Порівнюючи параметри ДС для $(X, Y)_{L3}$, та $(X, Y)_{L3M3}$ можна зробити висновок, що використання латинського квадрата, з вкладенням n - го порядку магічного квадрата, дозволяє розширити розмір апертури АР в $M \cdot M$ разів, і зменшити ширину головної пелюстки в M разів, одночасно зменшуючи середній рівень бічних пелюсток у n разів. Тому ми можемо при вкладенні n - го порядку одиничного квадрата, збільшити розмір АР в M разів, і зменшити ширину головної пелюстки в M разів, а також зменшити середній рівень бічних пелюсток в n разів, де M – магічна константа, що дорівнює $(n^2+1) \times n/2$. Це дозволило зменшити коефіцієнт заповнення у $(M/n)^2$ разів, зменшуючи коефіцієнт надмірності в n^2/M разів.

2.3.4 Магічний квадрат і його матриця обертання як вкладені підматриці

Як згадувалося в першому розділі цієї глави, вкладений латинський квадрат третього порядку має гніздо матриць магічних квадратів та їхніх матриць обертання у формі (M_3, M_3', M_3'') . Отримуємо матрицю (L_{3M3R}) , а подальший розрахунок координат можна отримати з рівняння (1.6):

$$(X, Y)_{L3M3R} = \begin{pmatrix} (8,8) & (9,1) & (15,6) & (21,6) & (28,7) & (30,2) & (32,2) & (41,9) & (45,4) \\ (3,11) & (8,6) & (15,13) & (16,7) & (21,12) & (30,11) & (37,9) & (42,14) & (45,7) \\ (4,15) & (13,15) & (15,15) & (23,15) & (26,15) & (30,15) & (36,15) & (37,15) & (45,15) \\ (2,17) & (11,24) & (15,19) & (23,23) & (24,16) & (30,21) & (36,21) & (43,22) & (45,17) \\ (7,24) & (12,29) & (15,22) & (18,26) & (23,21) & (30,28) & (31,27) & (36,27) & (45,26) \\ (6,30) & (7,30) & (15,30) & (19,30) & (28,30) & (30,30) & (38,30) & (41,30) & (45,30) \\ (6,36) & (13,37) & (15,32) & (17,32) & (26,39) & (30,34) & (38,38) & (39,31) & (45,36) \\ (1,37) & (6,42) & (15,41) & (22,39) & (27,44) & (30,37) & (33,41) & (38,36) & (45,43) \\ (8,45) & (11,45) & (15,45) & (21,45) & (22,45) & (30,45) & (34,45) & (43,45) & (45,45) \end{pmatrix}. \quad (2.21)$$

У разі елементом латинського квадрата є вихідний магічний квадрат, перетворений з допомогою операції повороту (транспонування). Координати елементів AP та їх розташування на площині показані на рис. 2.17. Там же наведено і вид діаграм спрямованості вихідної AP $(X, Y)_{L3M3R}$.

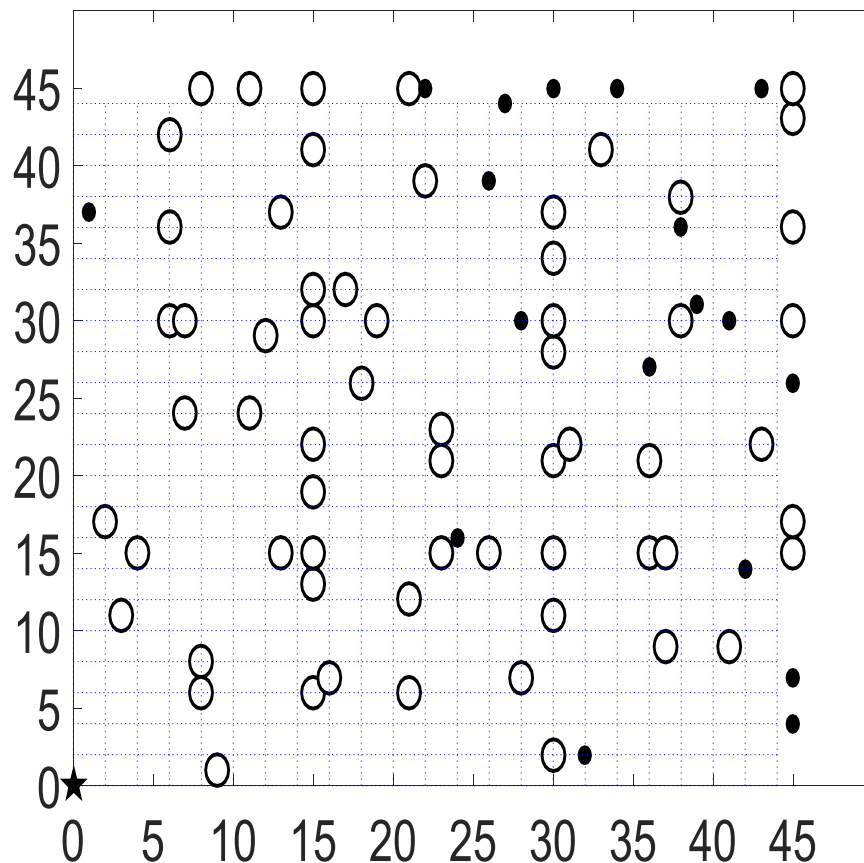


Рис. 2.17 Координати елементів AP $(X, Y)_{L3M3R}$, $(X, Y)_{L3M3R+}$ та $(X, Y)_{L3M3R-}$ на основі латинського квадрата 3 порядку з вкладеним квадратом ідентичності третього порядку, їх розташування на координатній площині.

AP, побудований на основі вкладених латинських квадратів третього порядку (L_{3M3R}), взявши набір магічних матриць та їх матриць обертання у формі (M_3, M_3', M_3'') як підматрицю. ДС цієї розробленої AP показана на рис. 2.18.

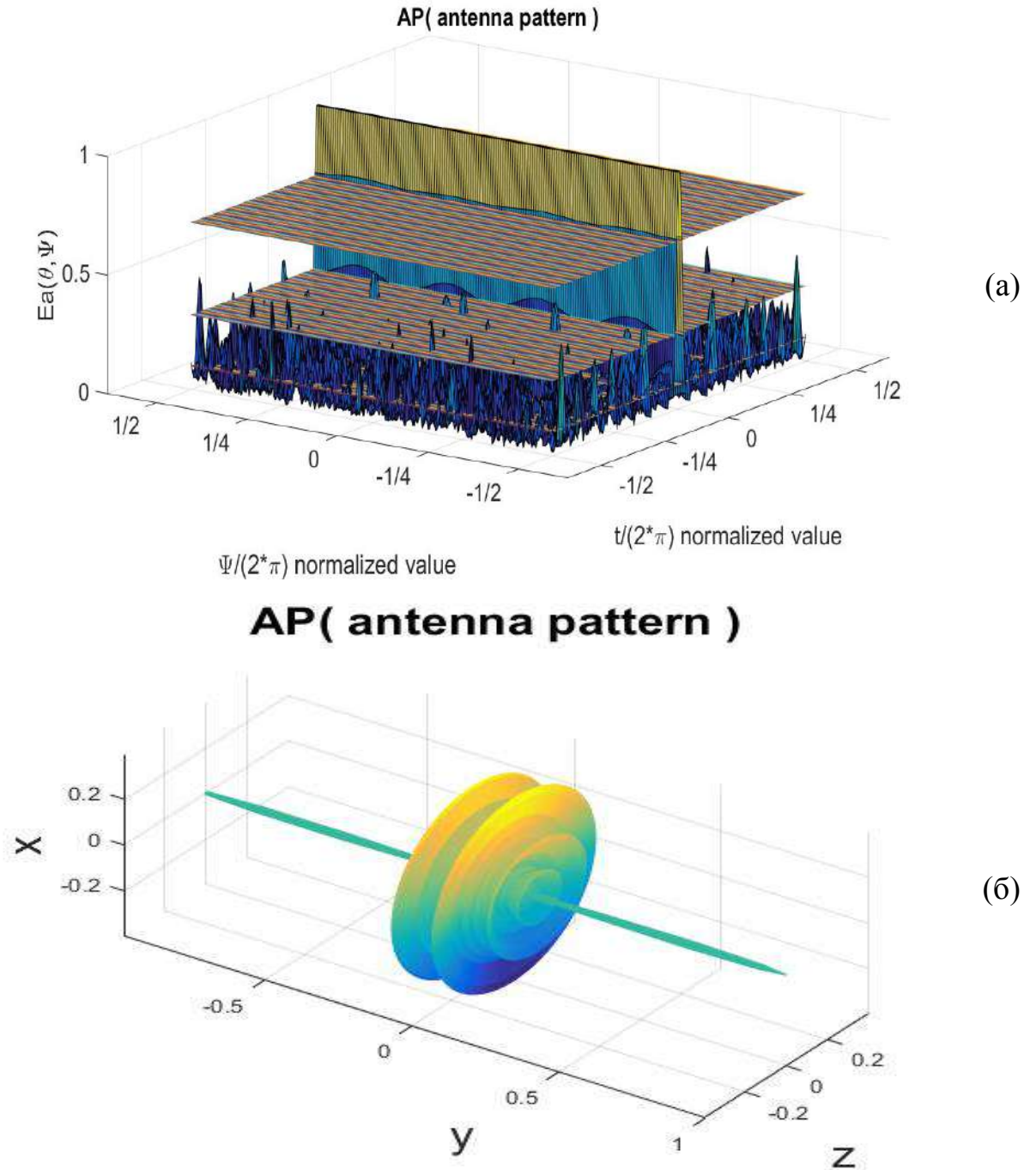


Рис. 2.18 Діаграма спрямованості AP (X, Y) $_{L3M3R}$ на основі усіченого (з віддаленими надлишковими точками), в декартовій (а) та полярній (б) системах координат.

Просторові частоти показані на рис. 2.19, що покриваються, по осі абсцис X (червоні криві), ординат Y (сині криві) для вихідної АР $((X, Y)_{L3M3R})$ – (а), з доданою точкою $((X, Y)_{L3M3R+})$ – (б), і після видалення надлишкових точок $((X, Y)_{L3M3R-})$ – (в).

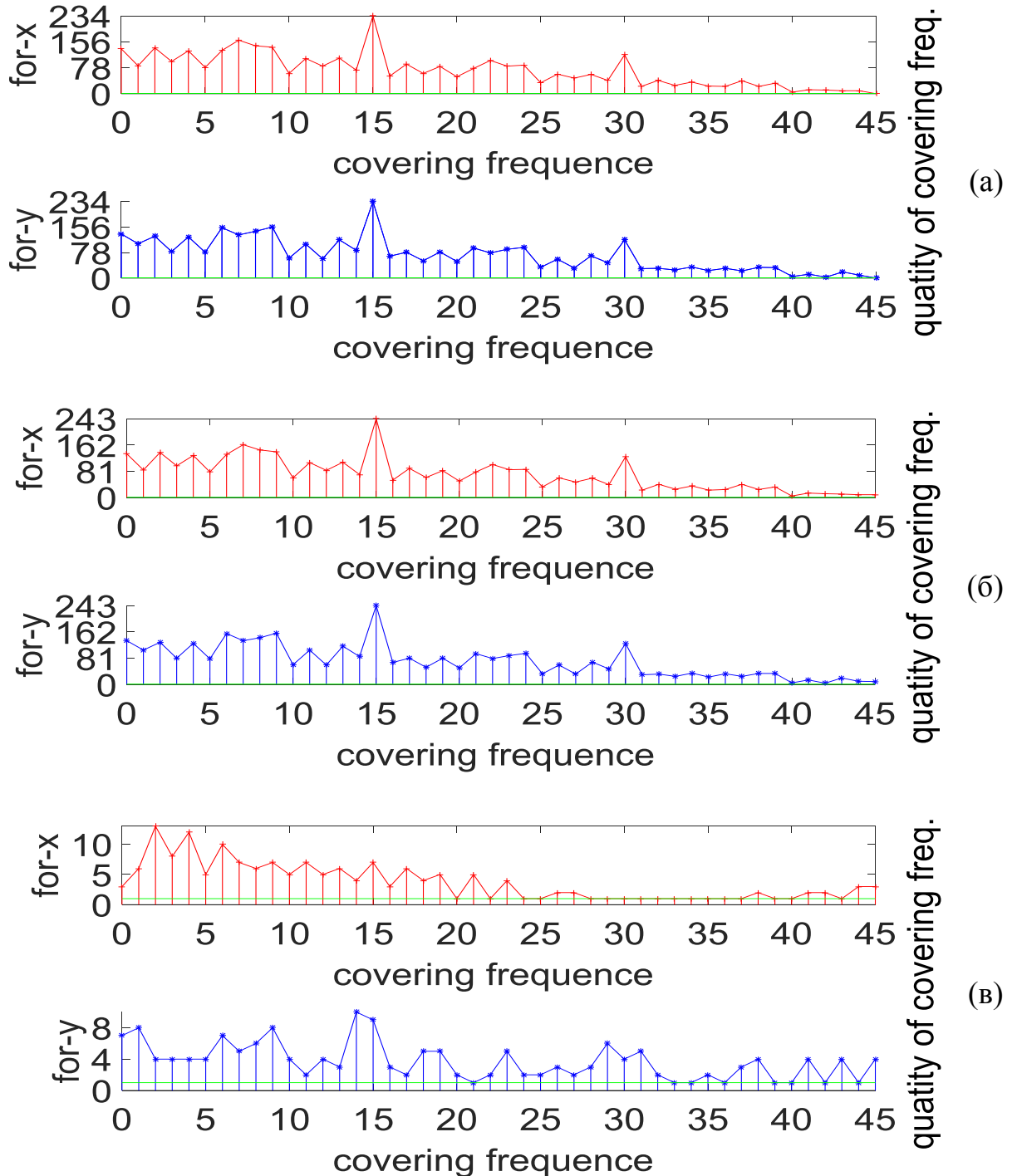


Рис. 2.19 Розподіл просторових частот АР: (а) – $(X, Y)_{L3M3R}$, (б) – АР $(X, Y)_{L3M3R+}$, (в) АР – $((X, Y)_{L3M3R-})$.

Позначення на рис. 2.17 використані такі самі, як і раніше: «точкою» – позначені вихідні елементи АР, «зірочкою» позначено додатковий елемент, що забезпечує повне покриття частот АР, «порожніми точками» показані – видалені точки при забезпеченні повного покриття. Розглянемо області просторових частот, що покриваються кожною з цих конструкцій: АР $(X, Y)_{L3}$, $(X, Y)_{L3M3R}$, $(X, Y)_{L3M3R+}$ та $(X, Y)_{L3M3R-}$. Результати показано на рис. 2.19. Видно, що додавання точки на початку координат не призводить до істотної зміни виду розподілу частот, що покриваються (рис. 2.19б), а лише до деякого зростання кратності їх покриття. Після видалення надлишкових точок (рис. 2.19в) розподіл частот, що покриваються, стає більш рівномірним при істотному зниженні кратності. Отримані ДС АР $(X, Y)_{L3M3R-}$ показано на рис. 2.20, а результати порівняння показників АР в табл. 2.5.

Табл. 2.5 Порівняння параметрів АР $(X, Y)_{L3}$, $(X, Y)_{L3M3R}$, $(X, Y)_{L3M3R+}$, $(X, Y)_{L3M3R-}$

	Початкова АР $(X, Y)_{L3}$	Початкова АР $(X, Y)_{L3M3R}$	АР з доданим елементами $(X, Y)_{L3M3R+}$	АР з віддаленими елементами $(X, Y)_{L3M3R-}$	Відносна зміна (%) $(X, Y)_{L3M3R-}$ Vs. $(X, Y)_{L3M3R}$
$\Delta W_{0.707}$ (радіан)	0.9704	0.1222	0.1222	0.1247	-2.0635
ΔW_0 (радіан)	2.9847	1.3335	1.3845	1.3947	-4.5881
m	0.3067	0.1077	0.1075	0.2274	-111.1939
N_0	9	81	82	19	76.5432
$X_{\max} * Y_{\max}$	6*6	45*45	45*45	45*45	0
S	36	2025	2025	2025	0
α	0.2500	0.0400	0.0415	0.0094	76.5432
β	1.5000	1.8000	1.8222	0.4222	76.5432

ДС $AP(X, Y)_{L_{3M3R}^-}$, на основі усіченого (з видаленими надлишковими точками) $AP(X, Y)_{L_{3M3}}$, відображається в декартовій системі координат і полярній системі координат, як показано на рис. 2.20.

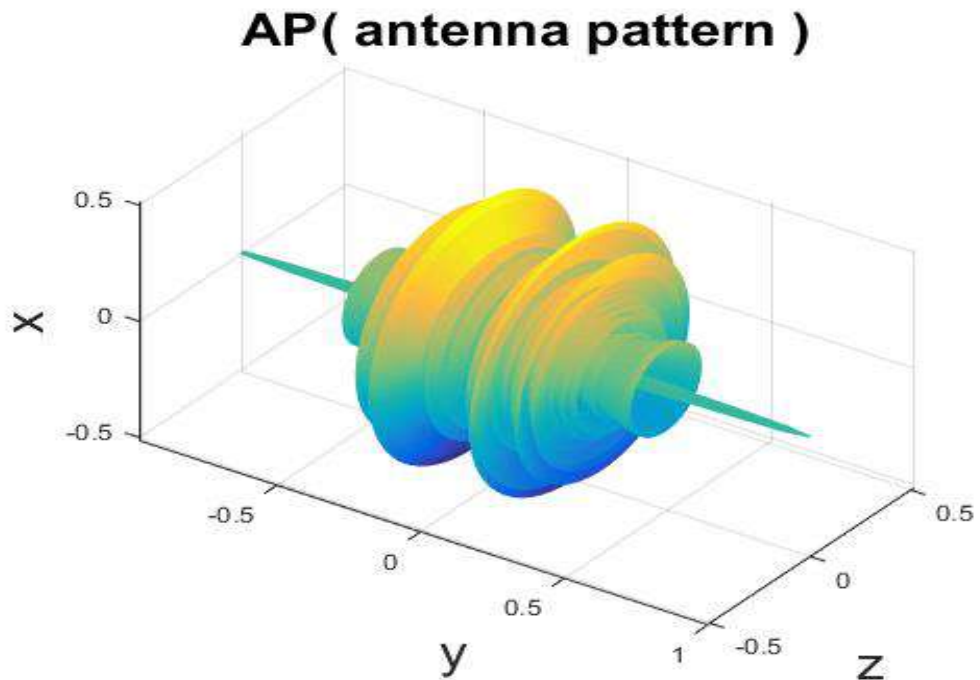
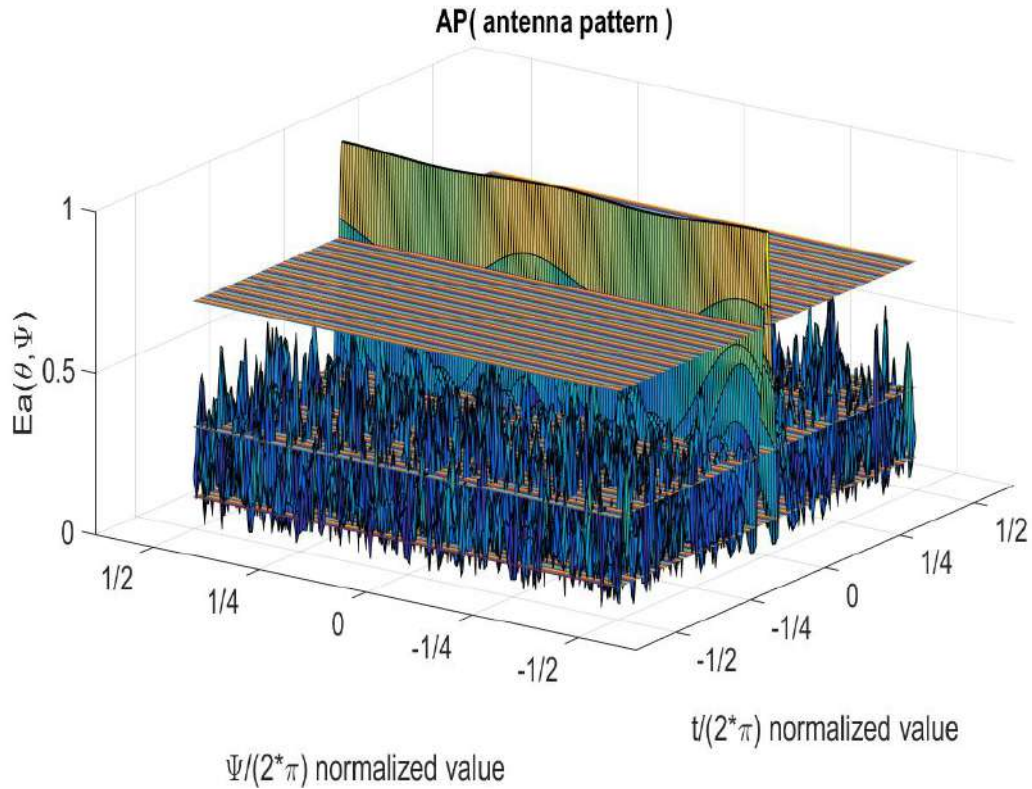


Рис. 2.20 Діаграма спрямованості $AP(X, Y)_{L_{3M3R}^-}$ в декартовій (а) та полярній (б) системах координат.

З порівняння відносної зміни характеристик при переході від АР $(X, Y)_{L3M3R}$ до $(X, Y)_{L3M3R-}$ можна зробити висновок, що видалення точок значно зменшує значення коефіцієнтів надмірності і заповнення АР, проте одночасно з цим істотно збільшує середній рівень бічних пелюстків. Ширина головної пелюстки при цьому змінюється незначно (трохи розширюється). З порівняння зміни характеристик при переході від АР $(X, Y)_{L3M3R}$ до $(X, Y)_{L3M3R+}$ можна зробити висновок, що додавання точки на початок координат є корисним для зменшення рівня бічних пелюсток, хоча і не звужує практично ширину головної пелюстки.

Порівняння параметрів ДС для АР $(X, Y)_{L3}$ і $(X, Y)_{L3M3R}$ показує (табл. 2.5), Що для латинського квадрата, у якого елементом є не число, а операція повороту, вкладеного n - го порядку магічного квадрата, можна істотно збільшити площу АР у $(M/(2*n))*(M/(2*n))$ разів, і зменшити ширину головної пелюстки, приблизно у $M/(2*n)$ разів. Одночасно з цими знижується середній рівень бічних пелюсток у n разів. Тут M – магічна константа, що дорівнює $(n^2+1)*(n/2)$. Коефіцієнти заповнення при цьому зменшуються у $(M/(2*n^2))^2$ разів і збільшується коефіцієнт надмірності в $2*n*n^2/M$ разів.

2.4 Обговорення

Порівнюючи антенну решітку, розглянуту в цій главі, з традиційною нерівновіддаленою АР з використанням циклічних різних множин (ЦРМ) з 16 елементами $Z_{ЦРМ16}$ [32-34] та АР, побудованою за допомогою матриці магічного квадрата третього порядку [22], ми отримуємо табл. 2.6. Видно, що характеристики АР для латинського квадрата з вкладеним магічним квадратом n - го порядку краще, ніж в інших варіантів. Хоча використання магічних квадратів, вкладених у латинський квадрат для синтезу АР загалом забезпечує кращі характеристики ніж використання ЦРМ, серед такого типу вкладених квадратів гірше, ніж характеристики отримані АР на основі

латинського квадрата, в який вкладено магічний квадрат, при мультиплікативному зрушенні елементів (див. $(X,Y)_{L3M3}$, $(X,Y)_{L3M3-}$). У цілому можна дійти висновку, що підхід, який використовує комбінацію вкладення магічного квадрата в латинський дозволяє реалізовувати AP значних розмірів із малими значеннями коефіцієнта заповнення і надмірності.

Табл. 2.6 Порівняння характеристик AP для різних конфігурацій складових "латинських" квадратів та різних типів вкладених інших породжуючих квадратів.

	$\Delta w_{0.707}$ (радіан)	Δw_0 (радіан)	m	N_0	$X_{\max} \times Y_{\max}$	S	α	β
$Z_{ЦРМ16}$	0.3739	1.0389	0.2396	16	15×12	180	0.0889	1.1926
$(X,Y)_{L3}$	0.9704	2.9847	0.3067	9	6×6	36	0.2500	1.5000
$(X,Y)_{L3UD}$	0.8213	2.7826	0.1900	81	6×6	36	2.2500	13.5000
$(X,Y)_{L3UD-}$	0.9632	2.0064	0.3899	6	6×6	36	0.1667	1
$(X,Y)_{L3UI}$	0.3099	1.658 2	0.1070	81	18×18	324	0.2500	4.5000
$(X,Y)_{L3UI-}$	0.3339	1.7321	0.2983	11	18×18	324	0.0340	0.6111
$(X,Y)_{L3M3}$	0.0609	1.2878	0.1093	81	90×90	8100	0.0100	0.9000
$(X,Y)_{L3M3+}$	0.0607	1.3164	0.1083	83	90×90	8100	0.0102	0.9222
$(X,Y)_{L3M3-}$	0.0673	1.2910	0.2100	23	90×90	8100	0.0028	0.2556
$(X,Y)_{L3M3R}$	0.1222	1.3335	0.1077	81	45×45	2025	0.0400	1.8000
$(X,Y)_{L3M3R+}$	0.1222	1.3845	0.1075	82	45×45	2025	0.0415	1.8222
$(X,Y)_{L3M3R-}$	0.1247	1.3947	0.2274	19	45×45	2025	0.0094	0.4222
$(X,Y)_{M3}$	0.3900	1.6443	0.3412	9	15×15	225	0.0400	0.6000

2.5 Висновки до розділу 2

Розглянуто можливість побудови нееквідистантних АР на основі латинських квадратів. Алгоритм обчислення координат АР, що використовує значення елементів «латинських» квадратів, використаний при цьому, такий самий, як і при побудові АР на основі магічних квадратів. Він заснований на використанні значення елемента матриці, що породжує (утворює квадрат) в якості бази інтерферометра утвореного сусідніми елементами. Показано, що отримані АР забезпечують повне покриття сітки просторових частот в області розміщення елементів, однак мають досить великий коефіцієнт надмірності. Вивчено діаграми спрямованості, оцінено рівні бічних пелюсток отриманих АР.

Усунення надмірності антенних решіток на основі латинських квадратів практично не впливає на ширину основної пелюстки, але дозволяє суттєво зменшити коефіцієнти заповнення та надмірності. При цьому суттєво збільшується середнє значення рівня бічних пелюсток.

Показано можливість синтезу великих АР на основі складових квадратів з використанням вкладення латинських квадратів, які утворюються. Вивчено характеристики решіток, що отримуються, при використанні параметрів адитивного та мультиплікативного зрушень, а також повороту (транспонування). Показано, що використовуючи взаємні повороти окремих шарів, що входять до решітки, що синтезується, можна поліпшити її характеристики.

Встановлено, що найкращі характеристики мають АР, отримані шляхом вкладення магічного квадрата при адитивному зрушенні елементів у латинському квадраті, що приводить до утворення нового латинського квадрата, у тому числі при використанні операції повороту (транспонування).

Отримані результати відкривають нові можливості створення нееквідистантних антенних решіток з малими коефіцієнтами заповнення/надмірності і прийнятними значеннями бічного випромінювання. За своїми характеристиками вони краще, ніж нееквідистантні двовимірні решітки, побудовані на основі ЦРМ, які використовувалися до теперішнього часу.

Нові можливості відкриваються у запропонованого підходу та методології при використанні як вихідних елементів не латинських, а греко-латинських (ейлерових) ортогональних квадратів.

РОЗДІЛ 3

РОЗРОБКА ТА ОПТИМІЗАЦІЯ ЗАПАСНОЇ ПЛОСКОЇ АНТЕННОЇ РЕШІТКИ НА ОСНОВІ ЛАТИНСЬКОГО КВАДРАТУ ТА ЦИКЛІЧНОЇ РІЗНИЦЕВОЇ МНОЖИНИ

Нееквідистантні решітки зменшують кількість антенних елементів, зберігаючи високу роздільну здатність та достатньо низкий рівень бічних пелюсток [148–154]. Великі антени радіотелескопів і дальньомагістральних радарів майже завжди використовують нерівномірно розташовані порожні апертурні ґрати. Метод, представлений у цьому дослідженні, є новим і нетрадиційним, використовуючи набори латинських квадратів і циклічних різницевих множин (ЦРМ) для побудови нееквідистантних антенних решіток (АР).

3.1 Вступ

Нееквідистантні лінійні решітки дозволяють зменшити кількість елементів антени, зберігаючи високу роздільну здатність і низькі бічні пелюстки. Більшість великих антен радіотелескопів і далекобійних радарів використовують нееквідистантне розташування елементів і незаповнені апертурні решітки. Останнім часом, при створенні радіолокаторів декаметрового діапазону, виникає інтерес до використання нееквідистантних антенних решіток (АР) для поліпшення їх експлуатаційних характеристик. Раніше вже були спроби використовувати математичні конструкції, такі як магічні квадрати [22] та метод латинських квадратів [23] для побудови двовимірних нееквідистантних АР. Циклічні різницеві множини (ЦРМ) широко використовуються в багатьох областях досліджень. У цьому розділі роботи досліджено можливості використання структури латинських квадратів та ЦРМ для побудови двовимірних нееквідистантних АР, та їх характеристики, як продовження ідеї робіт [17–25, 32–33].

3.2 ЦРМ та нова латинська квадратна матриця з її елементом

Циклічні різницеві множини (ЦРМ) – $A_{CDS}(v, k, \lambda)$ є підмножина $\mathbf{D} = \{d_1, d_2, \dots, d_k\}$ з цілих чисел за модулем v таких, що кожне $\{1, 2, \dots, v-1\}$ може бути представлено як різницю $(d_i - d_j)$ за модулем v точно λ різними способами [35].

Іншими словами, $A_{CDS}(v, k, \lambda)$ - різницева множина \mathbf{D} - підмножина з k відрахувань за модулем v , такий, що для будь-якого залишку $\delta \neq 0 \pmod{v}$ конгруентність

$$d_i - d_j \equiv \alpha \pmod{v} \quad (3.1)$$

має рівно λ пар розв'язків (d_i, d_j) d_i і d_j в множину \mathbf{D} . Варто зазначити, що терміни: різницева множина, ЦРМ і v, k, λ – різницева множина взаємозамінні нижче: «останні два використовуються, коли є причина підкреслити або контраст із загальними груповими різницевиими множинами, або конкретні параметри v, k, λ ».

Як безпосередній наслідок цього визначення для параметрів v, k, λ повинно виконуватись:

$$k(k-1) = \lambda(v-1). \quad (3.2)$$

Для будь-якого позитивного цілого числа v існують деякі очевидні різницеві множини за модулем v , які є:

- 1) нульовою множиною $\mathbf{D} = \{\}$;
- 2) синглетон $\mathbf{D} = \{i\}$, $0 \leq i \leq v-1$;
- 3) синглетон $\mathbf{D} = \{0, 1, \dots, v-1\}$;
- 4) синглетон $\mathbf{D} = \{0, 1, \dots, i-1, i+1, \dots, v-1\}$, $0 \leq i \leq v-1$;

Різницеви множини називаються тривіальними та досить часто або ігноруються, або розглядаються тільки як граничні випадки. Зауважимо, що

параметри для цих різницевих множин є $v, k, = v, 0, 0; v, 1, 0; v, v, v$ та $v, v-1, v-2$ відповідно. Якщо ввести додатковий параметр $n = k-\lambda$, то рівняння (3.2) вище показує, що ці тривіальні різницеві множини виникають тоді та тільки тоді, коли $n = 0$ або 1 . Отже, припущення $n \geq 2$, яке часто робиться неявно, дозволяє виключити всі тривіальні різницеві множини. Деякі нетривіальні різницеві множини (циклічні різницеві множини) будуть використовуватися нижче. Вони показані у табл. 3.1.

Латинські квадрати та їх властивості були повністю представлені в розділі 2. У комбінаториці [36–37] і в експериментальній постановці латинський квадрат є масивом розміру $n \times n$, заповненим n різними символами, кожен з яких з'являється рівно один раз у кожному рядку та рівно один раз у кожному стовпці. Приклад латинського квадрата 3×3 :

$$\begin{bmatrix} A & B & C \\ C & A & B \\ B & C & A \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Табл. 3.1 Циклічні Різницеві Множини (ЦРМ)

Назва	v	k	λ	n	$\mathbf{D} = \{d_1, \dots, d_k\}$
CDS3	7	3	1	2	1, 2, 4
CDS4	13	4	1	3	0, 1, 3, 9
CDS5	21	5	1	4	3, 6, 7, 12, 14
CDS6	31	6	1	5	1, 5, 11, 24, 25, 27
CDS7	15	7	3	4	0, 1, 2, 4, 5, 8, 10
CDS8	57	8	1	7	0, 1, 6, 15, 22, 26, 45, 55
CDS9s	19	9	4	5	1, 4, 5, 6, 7, 9, 11, 16, 17
CDS9m	37	9	2	7	1, 7, 9, 10, 12, 16, 26, 33, 34
CDS9b	73	9	1	8	0, 1, 12, 20, 26, 30, 33, 35, 57

Розглянемо деякі методи формування латинських квадратів. Якщо безліч натуральних чисел $\{1, 2, \dots, n\}$ або безліч $\{0, 1, \dots, n-1\}$ взято як множину Q , то для третього порядку латинського квадрата отримаємо таку формулу ($A=1, B=2, C=3$):

$$L_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.4)$$

Якщо безліч Q взято на основі ЦРМ, то отримаємо для третього порядку латинський квадрат, безліч $Q = A_{CDS}(v, k, \lambda) = CDS3 = A_{CDS}(7, 3, 1) = \{d_1, d_2, d_3\} = \{1, 2, 4\}$ за такою формулою ($A = d_1 = 1, B = d_2 = 2, C = d_3 = 4$):

$$L_{cds3} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.5)$$

Так само ми можемо взяти $CDS4 = A_{CDS}(13, 4, 1) = \{0, 1, 3, 9\}$ як елементи латинського квадрата 4-го порядку, $CDS5 = A_{CDS}(21, 5, 1) = \{3, 6, 7, 12, 14\}$ як елементи латинського квадрата 5-го порядку, і $CDS6 = A_{CDS}(31, 6, 11) = \{1, 5, 11, 24, 25, 27\}$ як елементи латинського квадрата 6-го порядку, за такими формулами $L_{cds4}, L_{cds5}, L_{cds6}$ у табл. 3.2. І аналогічно, ми приймаємо $CDS9s = A_{CDS}(19, 9, 4) = \{1, 4, 5, 6, 7, 9, 11, 16, 17\}$, $CDS9m = A_{CDS}(37, 9, 2) = \{1, 7, 9, 10, 12, 16, 26, 33, 34\}$, $CDS9b = A_{CDS}(73, 9, 1) = \{0, 1, 12, 20, 26, 30, 33, 35, 57\}$ як елементи латинського квадрата 9-го порядку, за наступними формулами $L_{cds9s}, L_{cds9m}, L_{cds9b}$ в табл. 3.2.

Табл. 3.2 Нові латинські квадрати з елементами ЦРМ

Назва	ЦРМ	Нова матриця латинських квадратів
L_{cds4}	$A_{CDS}(13,4,1) = \{0,1,3,9\}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & 9 \\ 9 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & 9 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 9 & 0 \end{bmatrix}$
L_{cds5}	$A_{CDS}(21,5,1) = \{3, 6,7,12,14\}$	$\begin{bmatrix} 7 & 12 & 14 & 3 & 6 \\ 6 & 7 & 12 & 14 & 3 \\ 3 & 6 & 7 & 12 & 14 \\ 14 & 3 & 6 & 7 & 12 \\ 12 & 14 & 3 & 6 & 7 \end{bmatrix}$
L_{cds6}	$A_{CDS}(31,6,11) = \{1,5,11,24,25,27\}$	$\begin{bmatrix} 27 & 1 & 5 & 11 & 24 & 25 \\ 25 & 27 & 1 & 5 & 11 & 24 \\ 24 & 25 & 27 & 1 & 5 & 11 \\ 11 & 24 & 25 & 27 & 1 & 5 \\ 5 & 11 & 24 & 25 & 27 & 1 \\ 1 & 5 & 11 & 24 & 25 & 27 \end{bmatrix}$
L_{cds9s}	$A_{CDS}(19,9,4) = \{1,4,5,6,7,9,11,16,17\}$	$\begin{bmatrix} 7 & 9 & 11 & 16 & 17 & 1 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 7 & 9 & 11 & 16 & 17 & 1 & 4 & 5 \\ 5 & 6 & 7 & 9 & 11 & 16 & 17 & 1 & 4 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 9 & 11 & 16 & 17 & 1 \\ 1 & 4 & 5 & 6 & 7 & 9 & 11 & 16 & 17 \\ 17 & 1 & 4 & 5 & 6 & 7 & 9 & 11 & 16 \\ 16 & 17 & 1 & 4 & 5 & 6 & 7 & 9 & 11 \\ 11 & 16 & 17 & 1 & 4 & 5 & 6 & 7 & 9 \\ 9 & 11 & 16 & 17 & 1 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$
L_{cds9m}	$A_{CDS}(37,9,2) = \{1,7,9,10,12,16,26,33,34\}$	$\begin{bmatrix} 12 & 16 & 26 & 33 & 34 & 1 & 7 & 9 & 10 \\ 10 & 12 & 16 & 26 & 33 & 34 & 1 & 7 & 9 \\ 9 & 10 & 12 & 16 & 26 & 33 & 34 & 1 & 7 \\ 7 & 9 & 10 & 12 & 16 & 26 & 33 & 34 & 1 \\ 1 & 7 & 9 & 10 & 12 & 16 & 26 & 33 & 34 \\ 34 & 1 & 7 & 9 & 10 & 12 & 16 & 26 & 33 \\ 33 & 34 & 1 & 7 & 9 & 10 & 12 & 16 & 26 \\ 26 & 33 & 34 & 1 & 7 & 9 & 10 & 12 & 16 \\ 16 & 26 & 33 & 34 & 1 & 7 & 9 & 10 & 12 \end{bmatrix}$
L_{cds9b}	$A_{CDS}(73,9,1) = \{0,1,12,20,26,30,33,35,57\}$	$\begin{bmatrix} 35 & 57 & 0 & 1 & 12 & 20 & 26 & 30 & 33 \\ 33 & 35 & 57 & 0 & 1 & 12 & 20 & 26 & 30 \\ 30 & 33 & 35 & 57 & 0 & 1 & 12 & 20 & 26 \\ 26 & 30 & 33 & 35 & 57 & 0 & 1 & 12 & 20 \\ 20 & 26 & 30 & 33 & 35 & 57 & 0 & 1 & 12 \\ 12 & 20 & 26 & 30 & 33 & 35 & 57 & 0 & 1 \\ 1 & 12 & 20 & 26 & 30 & 33 & 35 & 57 & 0 \\ 0 & 1 & 12 & 20 & 26 & 30 & 33 & 35 & 57 \\ 57 & 0 & 1 & 12 & 20 & 26 & 30 & 33 & 35 \end{bmatrix}$

Розглянуті вище підходи надають широкі можливості для побудови латинських квадратів різних типів і створення на їх основі нееквідистантних антенних решіток. Як показано в роботі, деякі з розглянутих конструкцій латинських квадратів з вкладеними ЦРМ мають характеристики кращі, в порівнянні з магічними квадратами і методом Л. Є. Копиловича, що використовує ЦРМ для побудови 2-мірної антенної решітки (АР) [32]. Водночас, якщо у магічному квадраті n -го порядку кожне з чисел n^2 використовується лише один раз, то у латинських квадратах n -порядку кожне з n чисел зустрічається лише один раз у рядку або стовпці, а загалом кожне з n чисел використовується n разів. Це означає, що у латинському квадраті числа, у тому числі коли вони складені, використовуються n раз. Оскільки кожен елемент латинського квадрата надалі розглядатиметься як відстань між елементами інтерферометра, то в антенній решітці, побудованій на основі латинського квадрата, коефіцієнт надмірності n було спочатку введено для всіх частот, що покриваються від 1 до n . Проте якщо ми візьмемо ЦРМ як безліч Q для латинського квадрата і використаємо цей новий квадрат для побудови решітки антени, в результаті ми отримаємо антенну решітку, яка гарантує майже повну площу покриття і значно зменшить надмірність решітки.

3.3 Порівняння характеристик АР на основі нових/традиційних латинських квадратів та методу Копиловича

Результати показані в табл. 3.3, рис. 3.1, рис. 3.2 та рис. 3.3. При цьому $L_{c ds4}$, $L_{c ds5}$, $L_{c ds6}$ позначають різні типи генеруючих матриць і АР, згадані вище, а $Z_{ЦРМ20} = \{(0,0), (0,3), (0,4), (0,7); (4,0), (4,3), (4,4), (4,9); (5,0), (5,3), (5,4), (5,9), (6,0), (6,3), (6,4), (6,9); (13,0), (13,3), (13,4), (13,9)\}$ - двовимірна АР, що містить 20 точок, створених Л. Є. Копиловичем за допомогою ЦРМ [18-21].

Табл. 3.3 Характеристики АР на основі латинських квадратів та методу Копиловича

	L_{cds4}	$Z_{ЦРМ20}$	L_{cds5}	L_{cds6}
$\Delta w_{0.707}$ (радіан)	0,3425	0,4497	0,1222	0,0524
m	0,2940	0,2396	0,1982	0,1673
N_0	16	20	25	36
$X_{\max} \times Y_{\max}$	13×13	13×9	42×42	93×93
S	169	117	1764	8649
α	0,0947	0,1709	0,0142	0,0042
β	1,2308	1,8490	0,5952	0,3871

З аналізу табл. 3.3 можна зробити такі висновки.

(1) Порівняння характеристик L_{cds4} , L_{cds5} та $Z_{ЦРМ20}$ показує, що АР, засновані на латинському квадраті, що використовує ЦРМ як елементи, мають кращі характеристики, ніж АР, що складаються з 20 елементів, створених Л.Є. Копиловичем за допомогою ЦРМ. Так, ширина головної пелюстки діаграми спрямованості (ДС) АР, середній рівень бічних пелюсток ДС АР, а також коефіцієнти заповнення та надмірності, L_{cds4} та L_{cds5} – є кращими.

(2) Із порівняння показників L_{cds4} , L_{cds5} , L_{cds6} випливає, що з латинського квадрата, приймаючого ЦРМ як елементи, враховуючи параметри дизайну (ν , k , λ), параметр ν гратиме головну роль у розмірі решітки, тобто визначає ширину основної пелюстки ДС АР. Чим більше ν , тим вужчу ширину головної пелюстки АР ми отримаємо. Враховуючи визначення k та λ у блочному дизайні (комбінаторній математиці) [35–38], k означає кількість точок у блоці (підмножині), а λ – кількість блоків (підмножин), що містять будь-які 2 конкретні точки (тобто пари). Ці два параметри впливатимуть на надмірність АР. Розглянувши рівняння (3.2) можна визначити співвідношення (ν , k , λ) для ЦРМ. Ці три параметри впливатимуть на середній рівень бічних пелюсток ДС АР. Крім того, ми можемо відповідно до вимог завдання проектувати ці параметри дизайну.

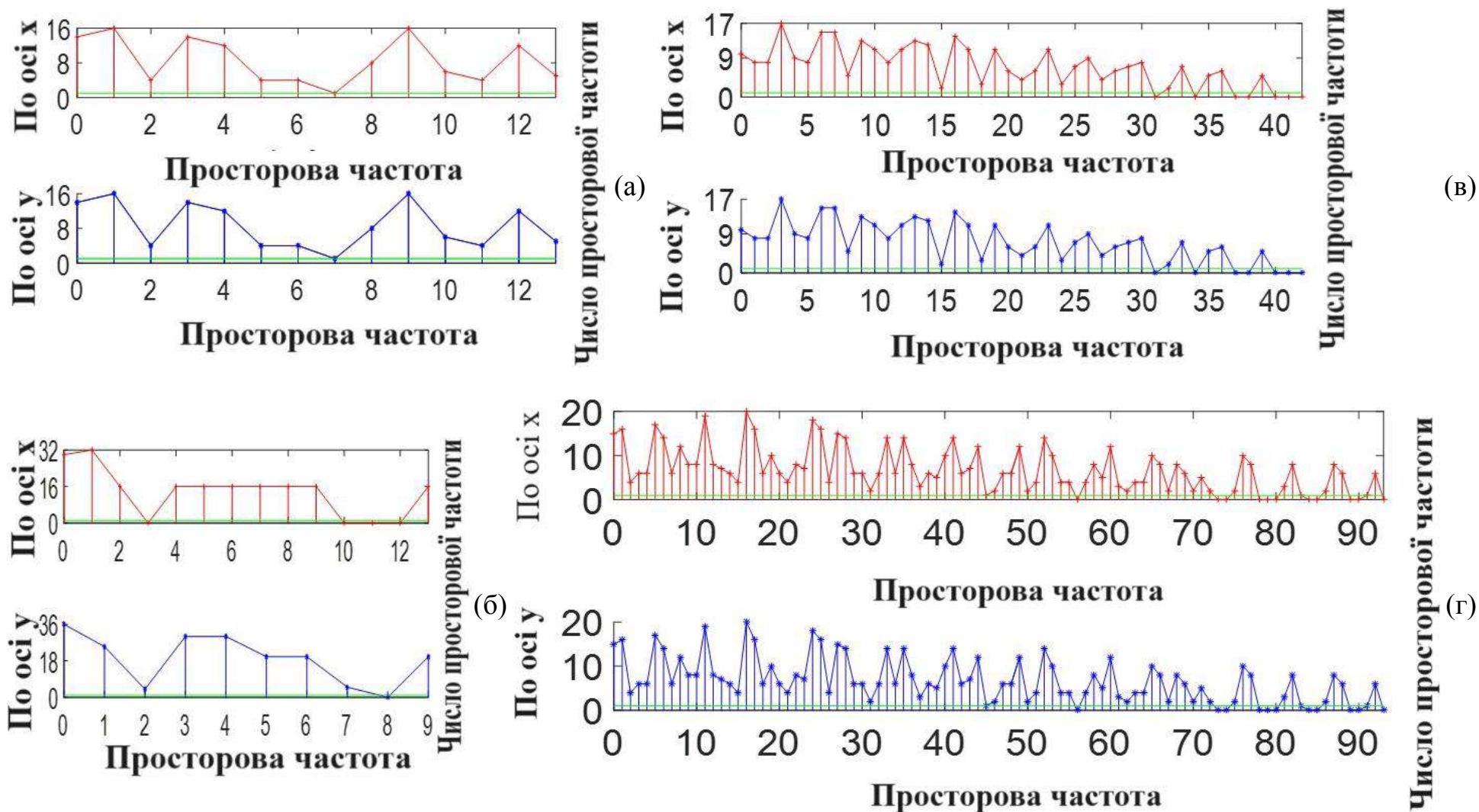


Рис. 3.1 Розподіл просторових частот, що покриваються, по осі абсцис X (червоні криві), ординат Y (сині криві) для різних АР: (а) – L_{cds4} , (б) – $Z_{ЦРМ20}$, (в) – L_{cds5} , (г) – L_{cds6} .

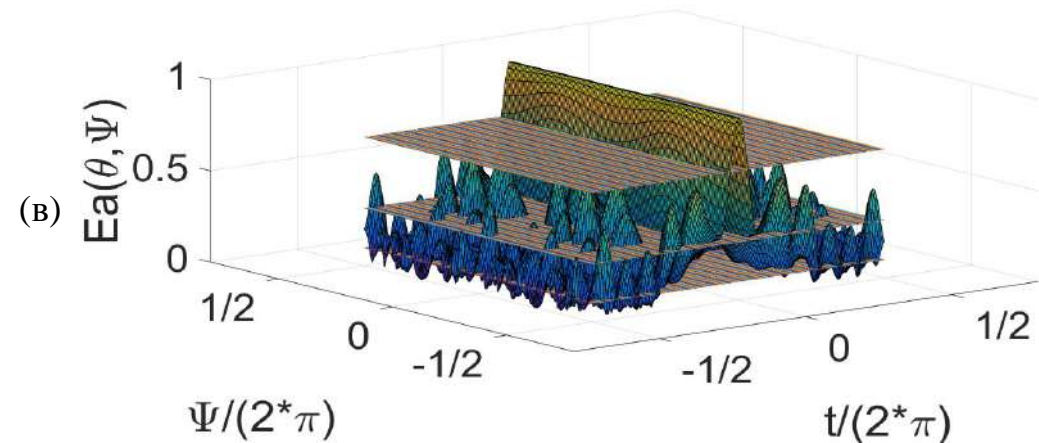
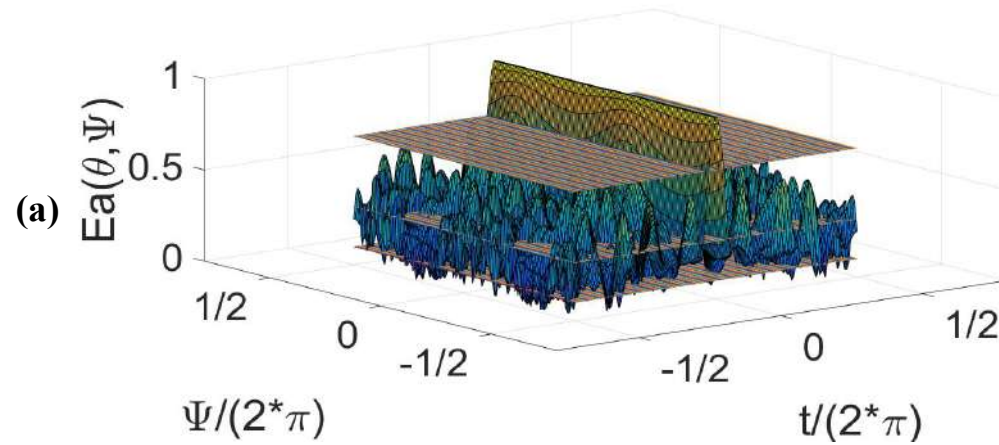
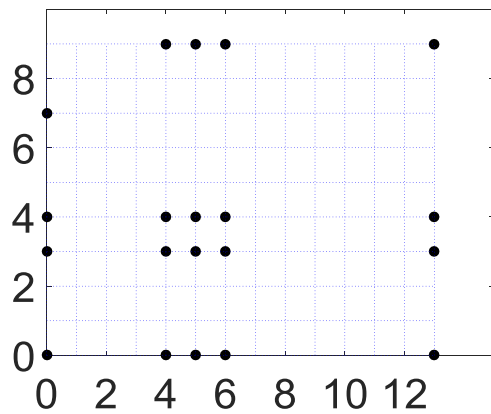
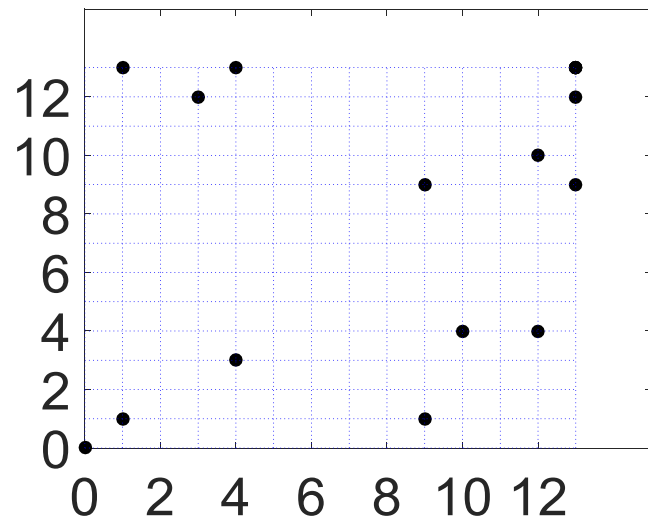
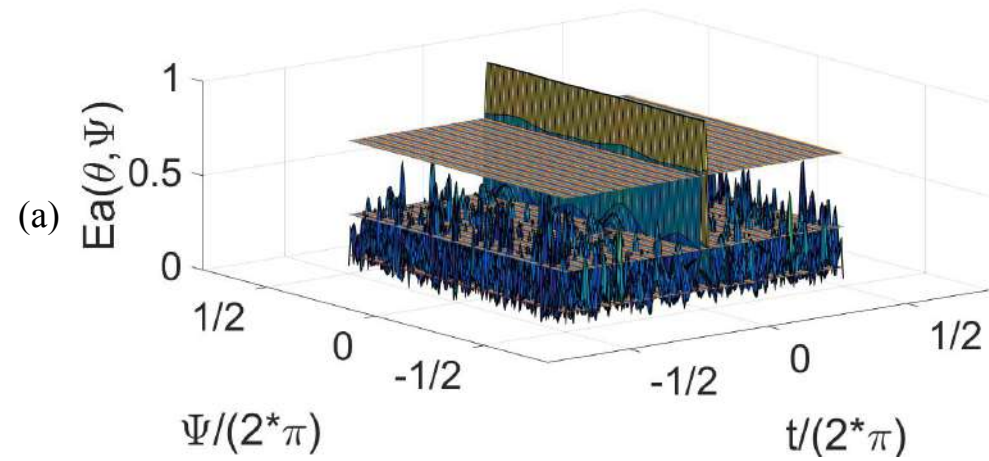
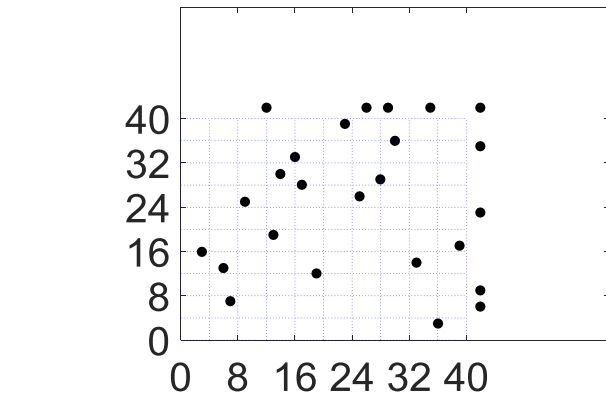
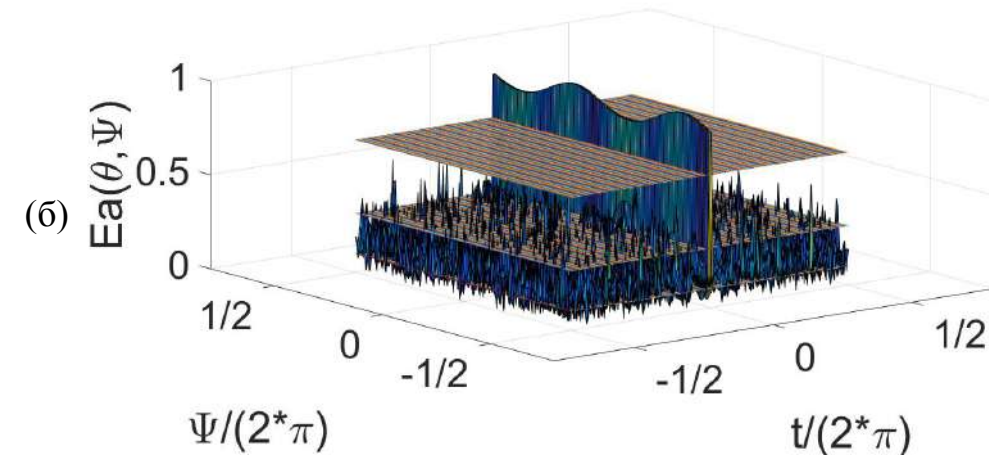
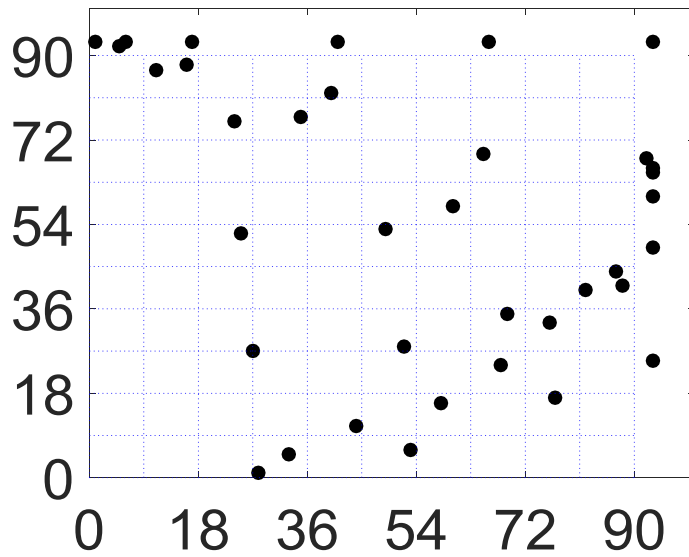


Рис. 3.2 Розташування елементів решітки (а, в) та діаграма спрямованості АР в декартовій (б, г) системі координат. L_{cds4} – (а, б), Z_{CPM20} – (в, г).



(б)



(г)

Рис. 3.3 Розташування елементів решітки (а, в) та діаграма спрямованості АР в декартовій (б, г) системі координат. L_{cds5} – (а, б), L_{cds6} – (в, г).

3.4 Порівняння характеристик великих АР на основі нових/традиційних латинських квадратів та магічного квадрата

У цьому підрозділі ми порівнюємо продуктивність нової матриці латинського квадрата, що використовує ЦРМ як елемент і магічний квадрат як підматрицю, з характеристиками антенної решітки (АР), створеної з використанням традиційної матриці магічного квадрата.

З табл. 3.3 випливає, що для однієї і тієї ж кількості точок у підмножині k існують різні проектні параметри ν , для ЦРМ. Отже, коли число елементів решітки є постійним, можна побудувати латинський квадрат на основі матриці, що породжує, використовує ЦРМ інших ν і λ в якості елементів для створення решіток різних конструкцій. Зокрема, при $k = 9$ маємо три різних ЦРМ, саме $CDS9s = A_{CDS}(19,9,4) = \{1,4,5,6,7,9,11,16,17\}$, $CDS9m = A_{CDS}(37,9,2) = \{1,7,9,10,12,16,26,33,34\}$, $CDS9b = A_{CDS}(73,9,1) = \{0,1,12,20,26,30,33,35,57\}$ як елементи латинського квадрата 9-го порядку породжувальної матриці, для подальшого створення АР.

Магічний квадрат третього порядку, вкладений як підматриця в матрицю латинського квадрата третього порядку, див. РОЗДІЛ 2 (Включаючи розподіл координат, розподіл просторових частот та діаграму спрямованості).

$$L_{3M3} = \begin{pmatrix} 8 & 1 & 6 & 16 & 2 & 12 & 24 & 3 & 18 \\ 3 & 5 & 7 & 6 & 10 & 14 & 9 & 15 & 21 \\ 4 & 9 & 2 & 8 & 18 & 4 & 12 & 27 & 6 \\ 24 & 3 & 18 & 8 & 1 & 6 & 16 & 2 & 12 \\ 9 & 15 & 21 & 3 & 5 & 7 & 6 & 10 & 14 \\ 12 & 27 & 6 & 4 & 9 & 2 & 8 & 18 & 4 \\ 16 & 2 & 12 & 24 & 3 & 18 & 8 & 1 & 6 \\ 6 & 10 & 14 & 9 & 15 & 21 & 3 & 5 & 7 \\ 8 & 18 & 4 & 12 & 27 & 6 & 4 & 9 & 2 \end{pmatrix}. \quad (3,6)$$

M_9 означає породжувальну матрицю і АР на основі магічного квадрата 9-го порядку [22], а саме:

$$M_9 = \begin{bmatrix} 47 & 58 & 69 & 80 & 1 & 12 & 23 & 34 & 45 \\ 57 & 68 & 79 & 9 & 11 & 22 & 33 & 44 & 46 \\ 67 & 78 & 8 & 10 & 21 & 32 & 43 & 54 & 56 \\ 77 & 7 & 18 & 20 & 31 & 42 & 53 & 55 & 66 \\ 6 & 17 & 19 & 30 & 41 & 52 & 63 & 65 & 76 \\ 16 & 27 & 29 & 40 & 51 & 62 & 64 & 75 & 5 \\ 26 & 28 & 39 & 50 & 61 & 72 & 74 & 4 & 15 \\ 36 & 38 & 49 & 60 & 71 & 73 & 3 & 14 & 25 \\ 37 & 48 & 59 & 70 & 81 & 2 & 13 & 24 & 35 \end{bmatrix}. \quad (3.7)$$

Отримані з використанням запропонованого підходу результати показані у табл. 3.4. При цьому L_{cds9s} , L_{cds9m} , L_{cds9b} , L_{3M3} та M_9 позначають різні типи матриць, що породжують, і АР на основі латинських квадратів, розглянутих вище. Визначення параметрів у табл. 3.4 ті самі, що в табл. 3.3. З табл. 3.4 можна зробити наступні висновки.

(1) Порівняння характеристик L_{cds9s} , L_{cds9m} і L_{cds9b} показує, що в антенних решітках, заснованих на латинському квадраті, що приймає ЦРМ як елементи, з параметрами дизайну (ν, k, λ) , параметр ν гратиме головну роль у розмірі решітки, тобто буде визначати ширину основної пелюстки ДС АР за наявності певної кількості антенних елементів k^2 . Чим більше ν , тим вужча ширина головної пелюстки АР і тим менші коефіцієнти надмірності та заповнення будуть отримані.

Табл. 3.4 Характеристики АР на основі латинських квадратів та магічного квадрата

	L_{cds9s}	L_{cds9m}	L_{cds9b}	L_{3M3}	M_9
$\Delta w_{0.707}$ (радіан)	0,0636	0,0301	0,0175	0,0609	0,0175
m	0,1108	0,1118	0,1181	0,1093	0,1105
N_0	81	81	81	81	81
$X_{\max} \times Y_{\max}$	76×76	148×148	214×214	90×90	369×369
S	5776	21904	45796	8100	136161
α	0,0140	0,0037	0,0018	0,0100	0,0059
β	1,0658	0,5473	0,3785	0,9000	0,2195

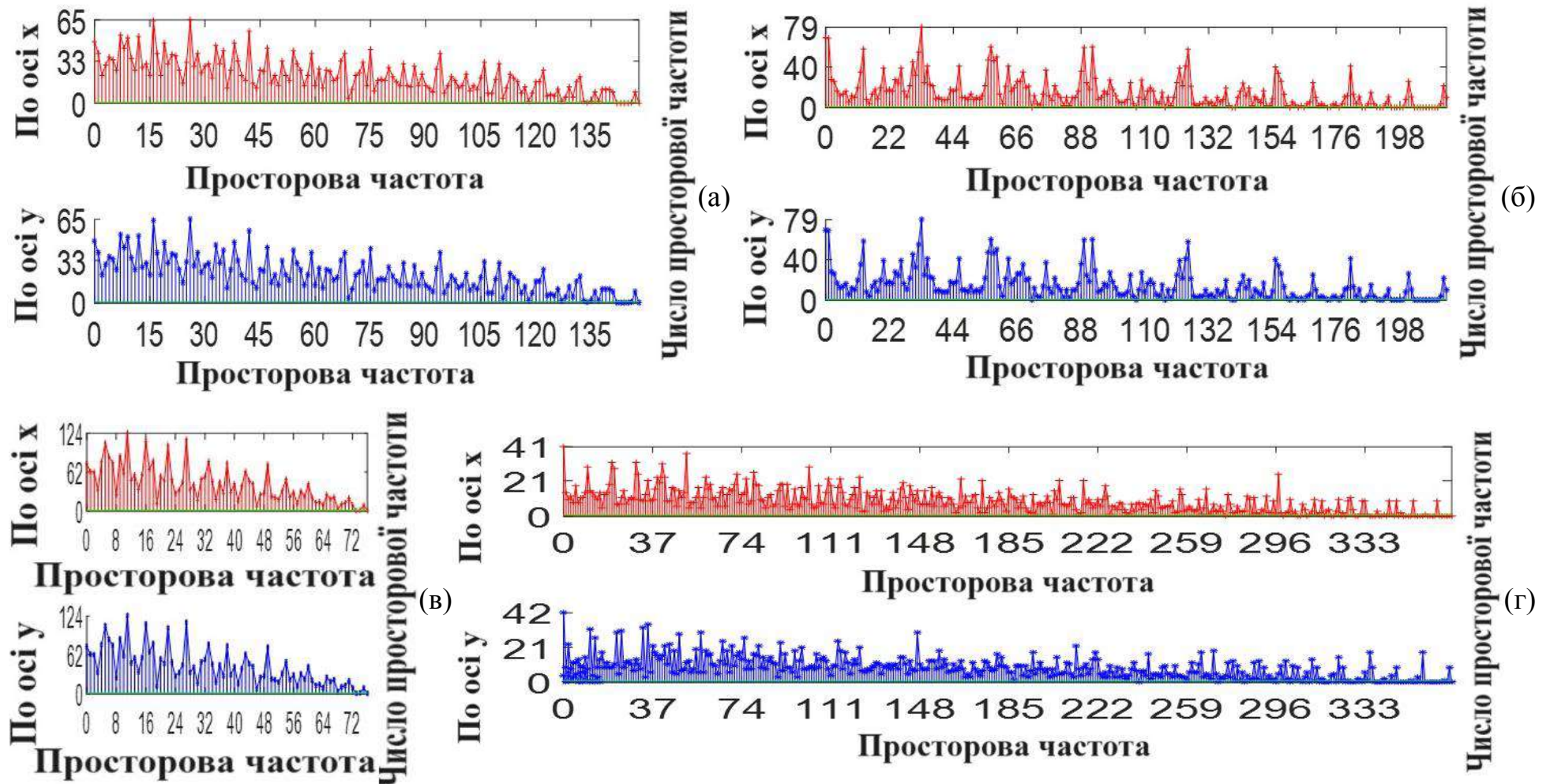
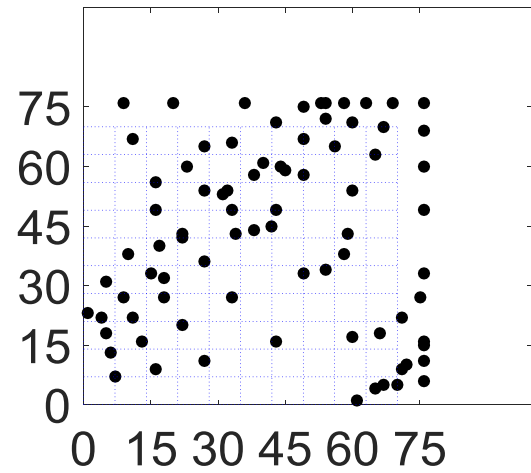
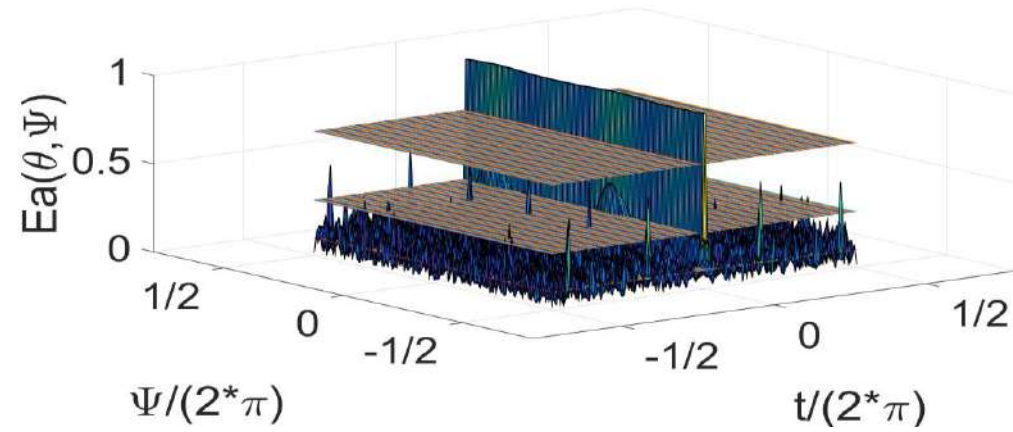


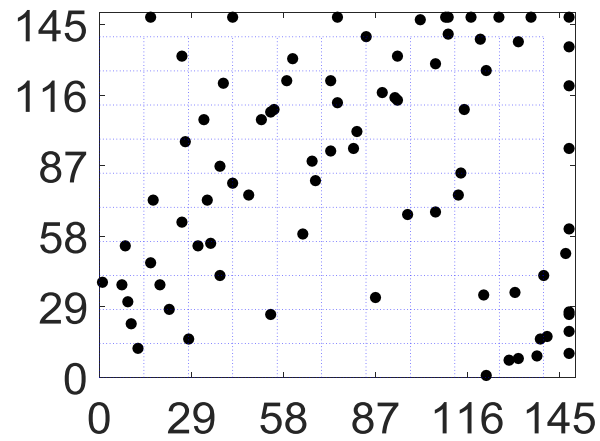
Рис. 3.4 Розподіл просторових частот, що покриваються, по осі абсцис X (червоні криві), ординат Y (сині криві) для різних АР: (а) – L_{cds9m} , (б) – L_{cds9b} , (в) – L_{cds9s} , (г) – M_9 .



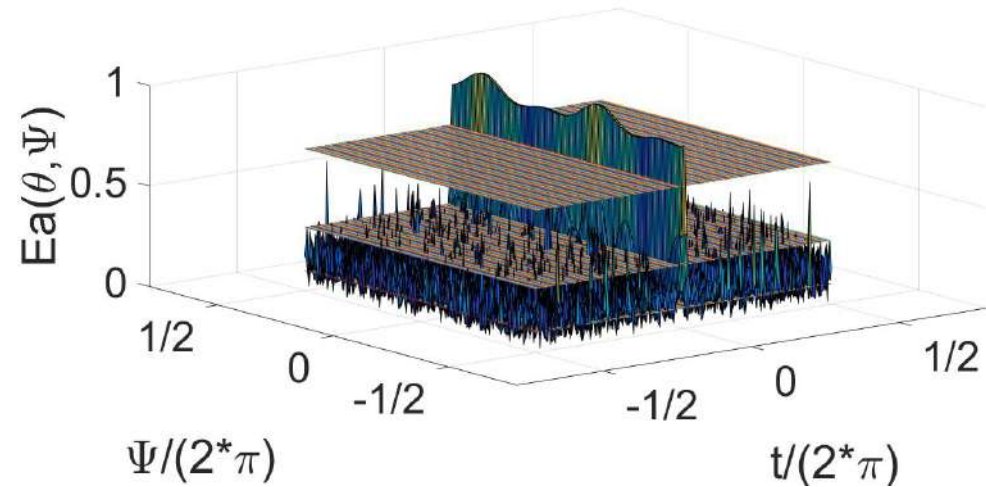
(a)



(б)



(в)



(г)

Рис. 3.5 Розташування елементів решітки (а, в) та діаграма спрямованості АР в декартовій (б, г) системі координат. L_{cds9s} – (а, б), L_{cds9m} – (в, г).

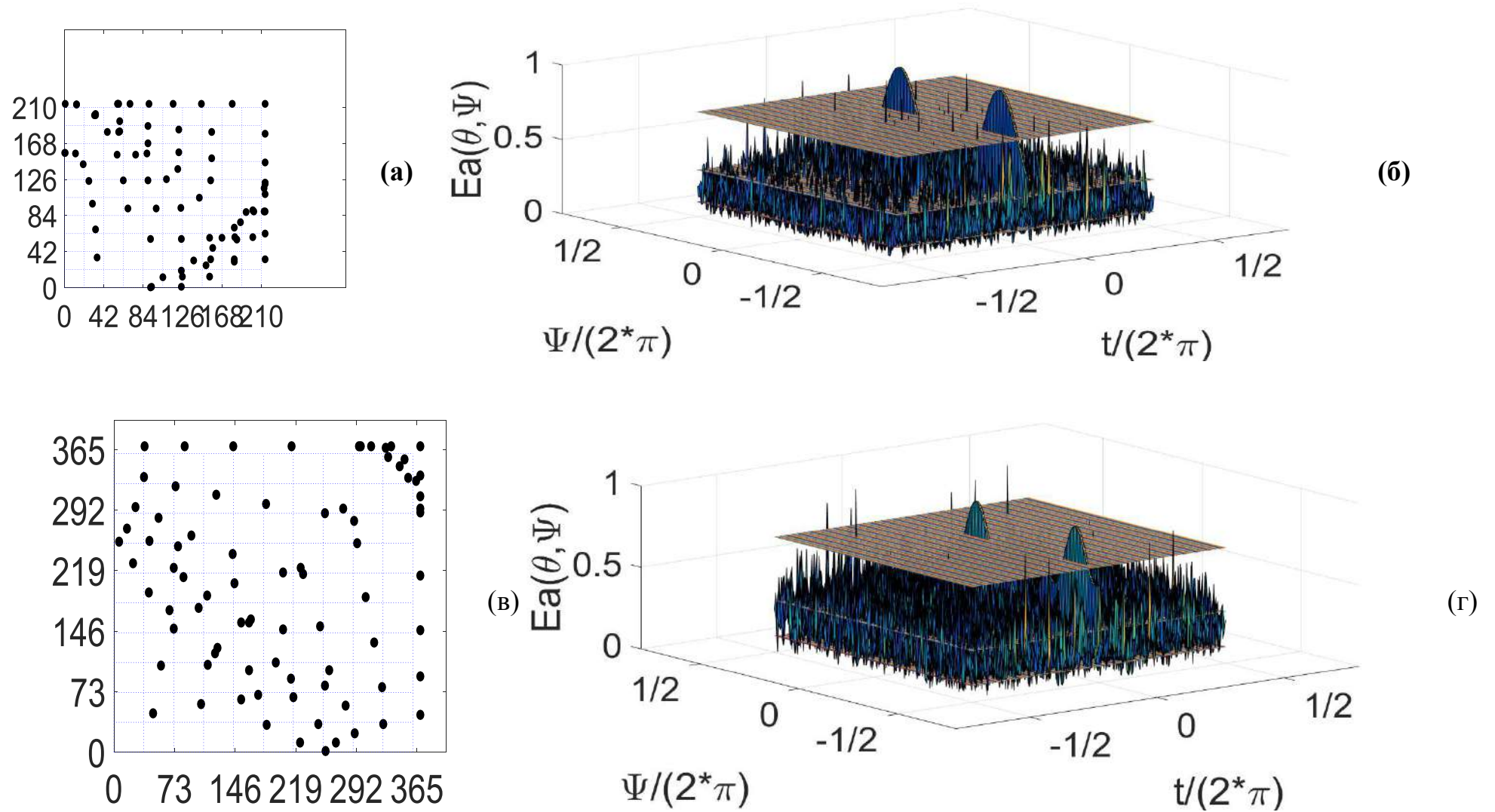


Рис. 3.6 Розташування елементів решітки (а, в) та діаграма спрямованості АР в декартовій (б, г) системі координат. L_{cds9b} – (а, б), M_9 – (в, г).

Однак зменшення надмірності АР призводить до зростання середнього рівня бічних пелюсток ДС АР і збільшення нерівномірності розподілу просторових частот антенної решітки, що покриваються, які можуть більше не задовольняти умовам повного покриття.

(2) Порівняння характеристик L_{cds9s} , L_{cds9m} , L_{cds9b} , і L_{3M3} показує, що АР, засновані на латинському квадраті, що приймає ЦРМ як елементи, мають кращі характеристики, більш різноманітні та гнучкі, ніж АР на основі латинського квадрата, що використовує магічний квадрат як елемент у ширині головної пелюстки ДС АР, за наявності певної кількості антенних елементів k^2 . Залежно від потреб, можна використовувати АР з більш вузькими головними пелюстками ДС, більших розмірів, та з меншими коефіцієнтами надмірності (заповнення) L_{cds9b} , або АР з нижчим рівнем бічної пелюстки ДС (L_{cds9s}), або АР, що мають проміжні характеристики (L_{cds9m}).

(3) Порівняння характеристик L_{cds9s} , L_{3M3} , M_9 показує, що краще використовувати антенну решітку на основі магічного квадрата 9-го порядку як квадрата, що породжує, щоб отримати АР більшого розміру за наявності певної кількості антенних елементів k^2 . Слід зазначити, що отримані розподіли просторових частот не однакові для абсцис та ординат та не забезпечують повне покриття. Порівняння їх ДС показує, що ДС АР на основі магічного квадрата 9-го порядку як квадрата, що породжує, сильно залежить від азимуту Ψ . Цей кут відраховується від осі на площині решітки, що не сприяє його використанню в фазованій АР. Проте ДС АР, заснована на латинському квадраті, який приймає ЦРМ як елементи, є гарним вирішенням цієї проблеми.

Проаналізувавши табл. 3.3 та табл. 3.4 можна зробити такі висновки:

З порівняння L_{cds5} , L_{cds6} , L_{3M3} , можна зробити висновок, що антенні решітки, засновані на латинському квадраті, що використовує ЦРМ як елементи, мають кращі характеристики, ніж латинський квадрат, що

використовує магічний квадрат як елементи в ширині головної пелюстки АР, а також у коефіцієнтах заповнення та надмірності. Середній рівень бічних пелюсток ДС АР на основі Латинського квадрата, що використовує магічний квадрат як елементи, нижчий через його повністю покрити просторову частоту, проте має більшу надмірність.

3.5 Висновки до розділу 3

1) Розглянуто можливість побудови нееквідистантних антенних решіток (АР) на основі латинських квадратів, що приймають циклічні різниці множини (ЦРМ) як елементи. Алгоритм обчислення координат АР з використанням значень елементів латинських квадратів у цьому випадку такий самий, як при побудові решіток на основі магічних квадратів. Він базується на використанні значення елемента матриці, що породжує (сформованого квадрата) в якості основи інтерферометра, утвореного сусідніми елементами. Показано, що отримані АР забезпечують майже повне покриття просторових частот в області розташування елементів і досить малий коефіцієнт надмірності. Були вивчені діаграми спрямованості АР, і оцінені рівні вихідних бічних пелюсток нееквідистантних АР.

2) Встановлено, що антенні решітки, отримані на основі латинських квадратів, що використовують ЦРМ як елементи, мають кращі характеристики порівняно з АР, створеними Л.Є. Копиловичем та АР, на основі латинського квадрата, що використовує магічні квадрати як елементи. Отримані результати відкривають нові можливості створення нееквідистантних АР з малими коефіцієнтами заповнення/надмірності та допустимими значеннями бічного випромінювання. За характеристиками вони кращі, ніж нееквідистантні двомірні решітки, що використовувалися до теперішнього часу і побудовані тільки на основі ЦРМ.

3) Показано можливість синтезу великих АР з урахуванням композиції квадратів, що використовують ЦРМ як елементи латинських квадратів. Вивчено характеристики отриманих решіток. Показано, що використання латинського квадрата, що використовує ЦРМ як елементи в синтезованій матриці, дозволяє значно покращити його характеристики. А також, забезпечує можливість більш гнучкої зміни параметрів дизайну (v , k , λ), для кращого задоволення існуючих потреб.

4) Розроблені підходи до синтезу нееквідистантних антенних антен можуть використовуватися при проектуванні АР низькочастотних радіотелескопів, радіолокаторів з фазованою АР, а також систем моніторингу сейсмічної та грозової активності літосферного та атмосферного походження.

РОЗДІЛ 4

НОВИЙ МЕТОД РОЗРАХУНКУ КООРДИНАТ ДЛЯ РОЗРІДЖЕНИХ ПЛАНАРНИХ АНТЕННИХ РЕШІТОК

Запропоновано прямий і простий метод проектування нееквідистантних розріджених плоских антенних решіток (АР). Розглянуто нееквідистантні розріджені АР, побудовані на структурі латинських квадратів та їх трикутній матриці. Запропоновано новий спосіб їх побудови, відмінний від існуючих. Досліджено властивості даного типу АР, які забезпечують повне покриття просторових частот при високому ступені розрідження і достатньо малому бічному випромінюванні.

4.1 Вступ

Спочатку нами було запропоновано серію простих і легких методів безпосередньої побудови двовимірної нееквідистантної антенної решітки з використанням фіксованої існуючої математичної структури та їх вкладеної структури (магічний квадрат [22], латинський квадрат [23]), що дали хороші результати. В подальшому було побудовано більш складну двовимірну нееквідистантну АР, яка комбінує латинський квадрат і ЦРМ [24]. Проте структура спроектована таким чином не гарантує нерезервну, повністю покриття нееквідистантну двовимірну АР без корегування (додавання/вирізання елементів). Базуючись на попередній роботі, цей розділ пропонує новий метод побудови, що використовує латинський квадрат за допомогою трикутної матриці (методи синтезу відрізняються від попереднього) для генерації матриці координат елементів масиву. АР, створені за допомогою цього методу, майже не є надлишковими та повністю покриті, і задовольняють завдання: мінімізація вартості (кількості елементів), із збереженням можливості отримання вимірювань на всіх відстанях до

максимуму, враховуючи одну визначальну кутову роздільну здатність - ширину головної пелюстки діаграми спрямованості (ДС).

4.2 Латинський квадрат і трикутна матриця

У комбінаториці [35] та в експериментальному дизайні латинський квадрат — це масив $n \times n$, заповнений n різними символами, де кожен зустрічається рівно один раз у кожному рядку та один раз у кожному стовпці. Характерною рисою латинського квадрата є те, що одне й те саме число/символ з'являється лише один раз у рядку/стовпці. А транспонована матриця латинського квадрата і матриця, отримана після повороту, все одно є латинським квадратом. Загалом, за елементи латинського квадрата візьмемо послідовні натуральні числа. По суті, добре відома гра sudoku (спочатку англійською вона називалася Number Place [28]) — це логічна [29-30] комбінаторна [31] головоломка з розстановкою чисел на основі латинського квадрата. Подібно до того, як існує більше одного розв'язання задачі sudoku, існує багато різних способів розташувати символи латинського квадрата в одному порядку [32]. Розглянемо лише найзагальнішу та найпростішу ситуацію: число в латинському квадраті є безперервно зростаючим відмінним від нуля натуральним числом, яке поводить ся наступним чином:

$$L_n = Latin(n) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n \\ n & 1 & 2 & \dots & n-2 & n-1 \\ n-1 & n & 1 & \dots & n-3 & n-2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 3 & 4 & 5 & \dots & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & \dots & n & 1 \end{pmatrix}, \quad (4.1)$$

У лінійній алгебрі трикутна матриця - це спеціальна квадратна матриця, в якій всі елементи нижче (або вище) головної діагоналі дорівнюють нулю [33]. І якщо всі записи на головній діагоналі (верхньої чи

нижньої) трикутної матриці дорівнюють 1, матриця називається (верхньою чи нижньою) однотрикутною. Усі однотрикутні матриці є уніпотентними. інші назви, що використовуються для цих матриць: одиничні (верхні або нижні) трикутні (з яких «однотрикутні» можуть бути скороченням), або дуже рідко нормовані (верхні або нижні) трикутні [35-36]. Цей розділ присвячено синтезуванню антенної решітки за допомогою нижньої однотрикутної матриці, яка поводить наступним чином:

$$UniTriL(n) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ n & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ n-1 & n & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 3 & 4 & 5 & \dots & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & \dots & n & 1 \end{vmatrix} = \text{tril Latin}(n), \quad (4.2)$$

Цю матрицю фактично отримують шляхом обнуління елементів над діагоналлю латинського квадрата (4.1).

4.3 Новий метод синтезу та оцінювання параметрів антенної решітки

У роботах [22-23] було зроблено спробу використовувати існуючі математичні конструкції, наприклад, магічні квадрати S_{ij} для побудови двовимірних нееквідистантних решіток. Це означає, наприклад, що для елемента (l, j) квадрата значення S_{ij} буде задано як відстань для позиції елемента (l, j) вздовж осей абсцис та ординат від суміжних елементів АР. Тоді координати елементів, що становлять АР, можна записати в термінах значень елемента S_{ij} квадрата в рядку l та стовпці j :

$$x_{lj} = \sum_{j=1}^j S_{lj} = x_{lj-1} + S_{lj}, \quad y_{lj} = \sum_{l=1}^l S_{lj} = y_{l-1j} + S_{lj}, \quad (4.3)$$

де x_{lj} абсциса, y_{lj} ордината.

Якщо вищезгадане співвідношення виразити в матричній формі, то:

$$X = S \bullet U = \begin{bmatrix} S_{1,1} & S_{1,2} & S_{1,3} & \cdots & S_{1,n-1} & S_{1,n} \\ S_{2,1} & S_{2,2} & S_{2,3} & \cdots & S_{2,n-1} & S_{2,n} \\ S_{3,1} & S_{3,2} & S_{3,3} & \cdots & S_{3,n-1} & S_{3,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ S_{n-1,1} & S_{n-1,2} & S_{n-1,3} & \cdots & S_{n-1,n-1} & S_{n-1,n} \\ S_{n,1} & S_{n,2} & S_{n,3} & \cdots & S_{n,n-1} & S_{n,n} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4.4)$$

$$Y = L \bullet S = U^T \bullet S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} S_{1,1} & S_{1,2} & S_{1,3} & \cdots & S_{1,n-1} & S_{1,n} \\ S_{2,1} & S_{2,2} & S_{2,3} & \cdots & S_{2,n-1} & S_{2,n} \\ S_{3,1} & S_{3,2} & S_{3,3} & \cdots & S_{3,n-1} & S_{3,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ S_{n-1,1} & S_{n-1,2} & S_{n-1,3} & \cdots & S_{n-1,n-1} & S_{n-1,n} \\ S_{n,1} & S_{n,2} & S_{n,3} & \cdots & S_{n,n-1} & S_{n,n} \end{bmatrix}, \quad (4.5)$$

де X , Y , $S \in$ квадратною матрицею n на n ; U/L – верхня/нижня трикутна матриця. Правила роботи матриці надають великі можливості для вдосконалення.

З огляду на це було запропоновано замінити U/L на інші матриці, щоб синтезувати решітку. Враховуючи охоплення просторової частоти, було рекомендовано використовувати інші верхні/нижні однострикутні матриці без зміни головної діагоналі U/L . Щоб зробити отриману антенну решітку достатньо розрідженою, без надлишковості та повністю покритою, було розглянуто можливі рішення і виявлено, що безпосередньо використовуючи нижню трикутну матрицю латинського квадрата як L для синтезу решітки, можна отримати найкращу координатну матрицю, яка має повне покриття і є максимально розрідженою (без надлишку). Конкретна форма розрахунків виглядає наступним чином:

$$\begin{aligned}
Y(n) &= \text{UniTriL}(n) \bullet \text{Latin}(n) = \text{tril}[\text{Latin}(n)] \bullet \text{Latin}(n) = \\
&= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ n & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ n-1 & n & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 3 & 4 & 5 & \cdots & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & \cdots & n & 1 \end{vmatrix} \bullet \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n-1 & n \\ n & 1 & 2 & \cdots & n-2 & n-1 \\ n-1 & n & 1 & \cdots & n-3 & n-2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 3 & 4 & 5 & \cdots & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & \cdots & n & 1 \end{vmatrix}, \quad (4.6)
\end{aligned}$$

$$X(n) = Y(n)^T \quad \text{or} \quad Y(n)' \quad \text{or} \quad Y(n)'' \quad \text{or} \quad Y(n)''', \quad (4.7)$$

де n - порядок латинської матриці; $Y(n)^T$ - транспонована матриця; $Y(n)'$, $Y(n)''$, $Y(n)'''$ - матриця, отримана відповідно обертанням матриці на 90, 180, 270 градусів.

4.4 Моделювання, розрахунок та порівняння результатів

Відповідно до методу розрахунку за формулами (4.6) і (4.7), фактично ми отримали чотири типи масивів: $LTn^T = \{(x, y) | x \in Y(n)^T, y \in Y(n)\}$,

$$LTn' = \{(x, y) | x \in Y(n)', y \in Y(n)\}, \quad LTn'' = \{(x, y) | x \in Y(n)'', y \in Y(n)\}$$

і $LTn''' = \{(x, y) | x \in Y(n)''', y \in Y(n)\}$. А коли, маємо:

$$\begin{aligned}
Y(4) &= \text{UniTriL}(4) \bullet \text{Latin}(4) = \text{tril}[\text{Latin}(4)] \bullet \text{Latin}(4) \\
&= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{vmatrix} \bullet \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 8 & 9 & 14 & 19 \\ 22 & 14 & 18 & 26 \\ 28 & 26 & 20 & 26 \end{vmatrix}. \quad (4.9)
\end{aligned}$$

А розташування масиву та його нормалізована діаграма спрямованості, створена $LT4^T$, $LT4'$, $LT4''$, $LT4'''$ і відповідає рис. 4.1 – (а), (б), (в), (г), рис. 4.2 – (а), (б), (в), (г) відповідно.

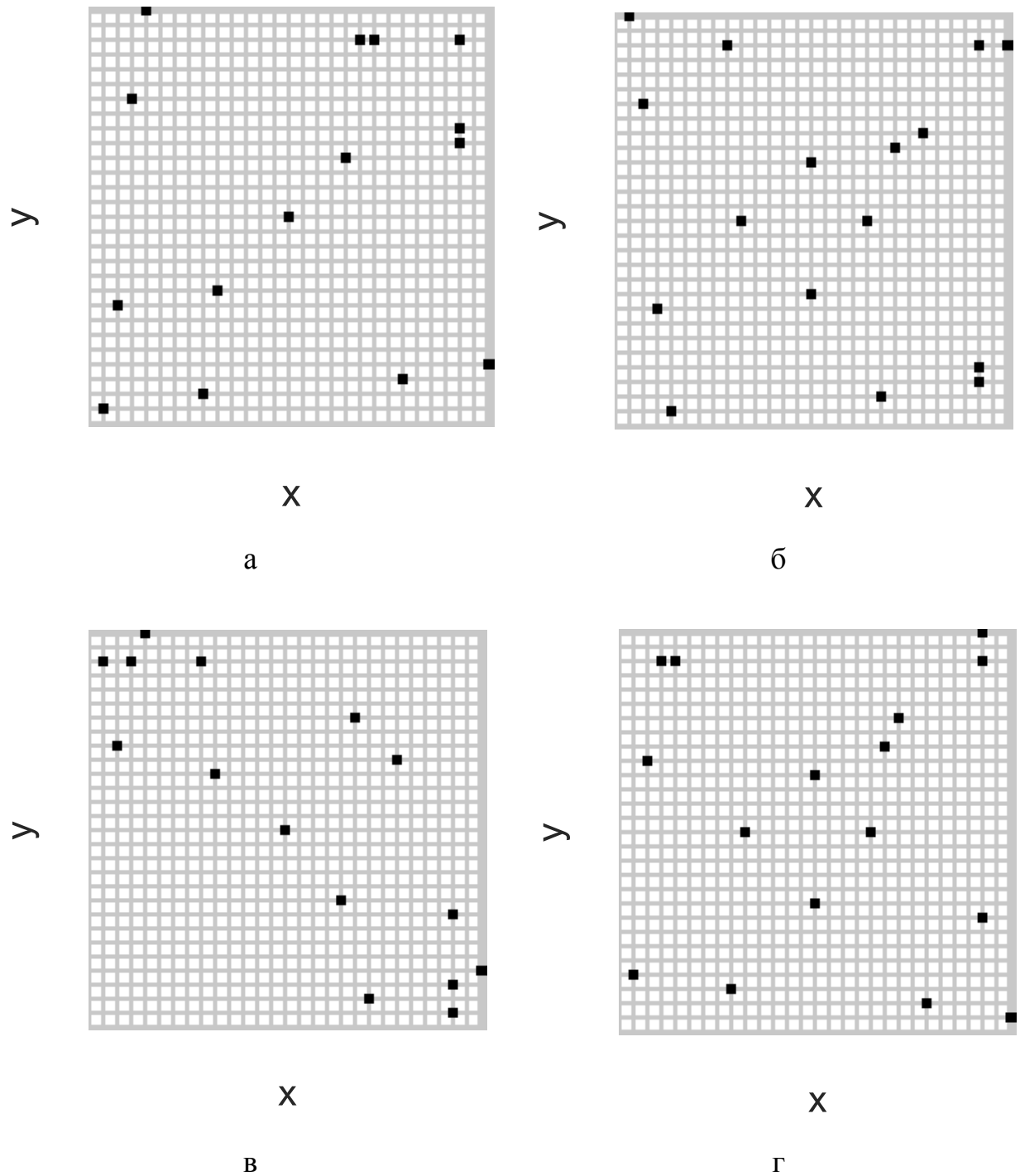


Рис. 4.1 Розташування АР, створених $LT4^T$ (а), $LT4'$ (б), $LT4''$ (в) і $LT4'''$ (г).

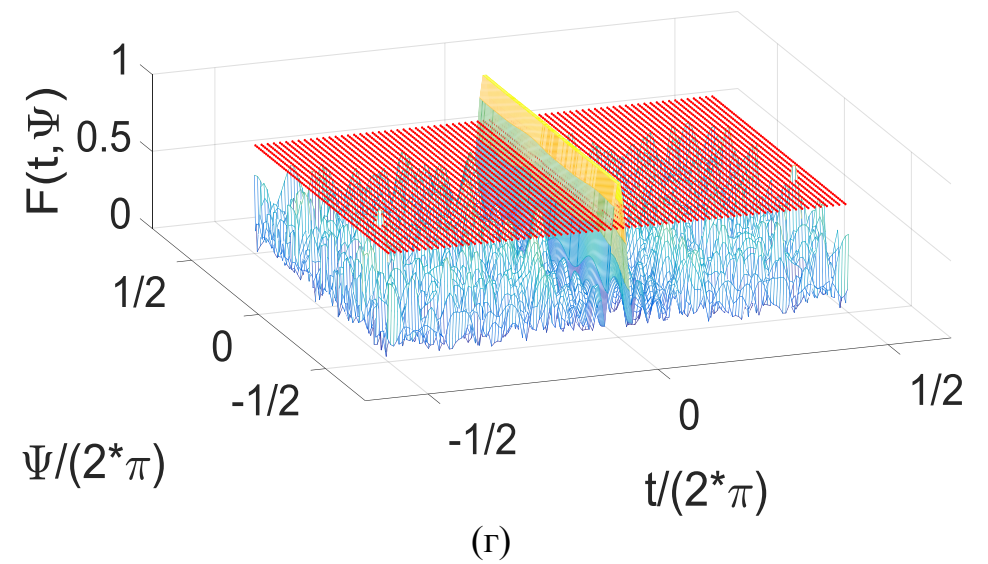
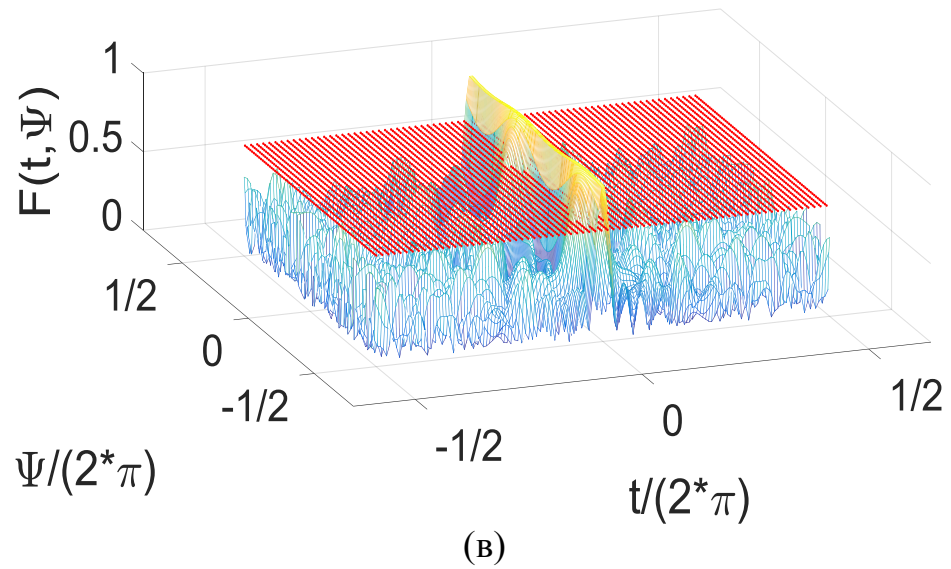
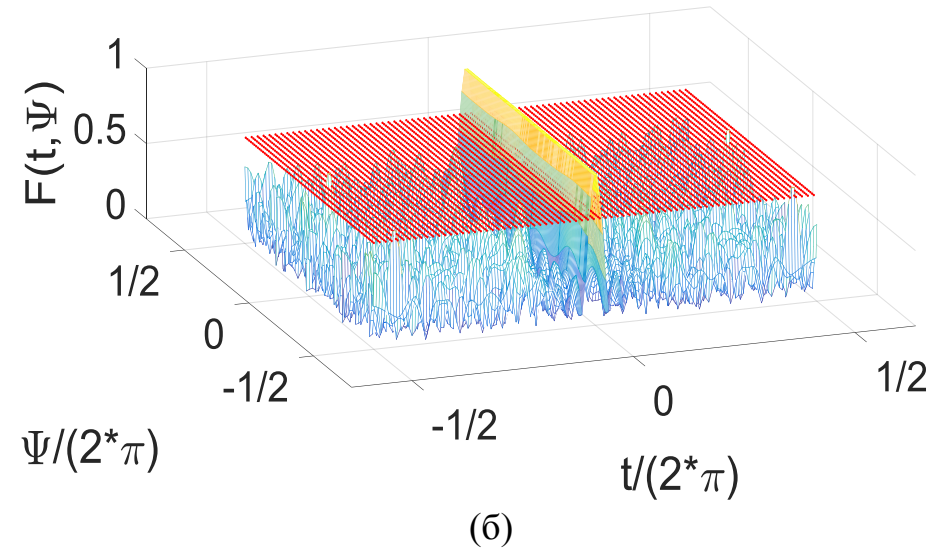
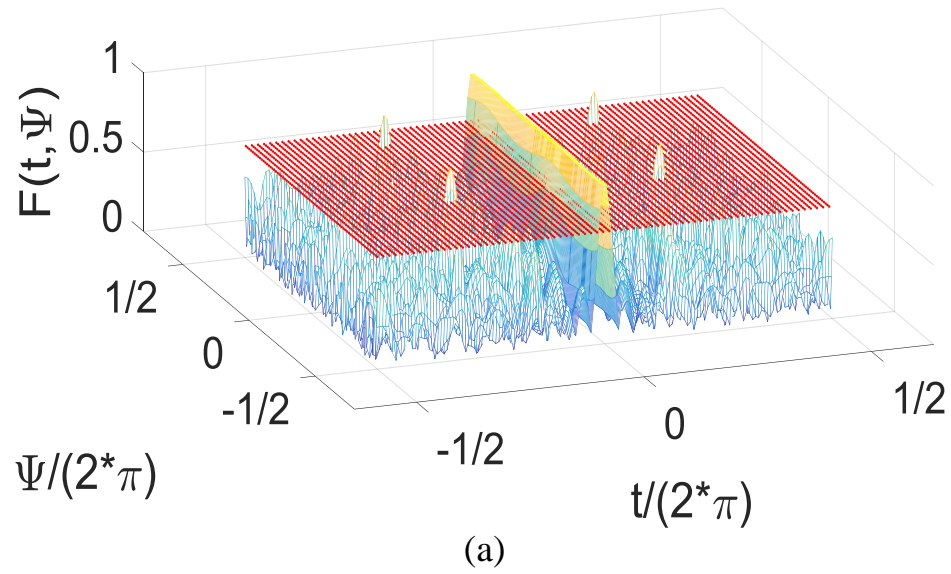


Рис. 4.2 Нормована діаграма спрямованості АР, створених $LT4^T$ (а), $LT4'$ (б), $LT4''$ (в) і $LT4'''$ (г).

З рис. 4.1 і рис. 4.2 видно, що розташування елементів чотирьох типів АР, створених за формулою (4.7) суттєво відрізняються і мають дуже різні характеристики. Видно, що, створені АР не мають очевидних бічних пелюсток поблизу основного пелюстка, і не змінюються суттєво зі зміною кута, що узгоджується з теоретичними очікуваннями.

Посилаючись на рівняння (4.4) і (4.5), результуючий масив, створений за їх допомогою, може бути отриманий на основі масиву, створеного обертанням дзеркального відображення, сформований таким чином масив має властивість однорідності. Подальші дослідження у цьому розділі розглядатимуть лише такі АР.

Іншим значущим моментом є те, що оскільки всі координатні матриці цих масивів отримані на основі геометричної операції, геометричні параметри масиву чотирьох наведених вище схем повністю ідентичні, включаючи: просторову частоту, коефіцієнт заповнення та надмірність. Просторовий розподіл частот і розподіл координат абсолютно однакові вздовж осей X і Y, як показано на рис. 4.3.

З рис. 4.3 видно, що відповідна просторова частота може бути повністю покрита, а розподіл координат має меншу надлишковість. Усі результати моделювання (параметри ДС та геометричні параметри) АР $LT4^T$, $LT4'$, $LT4''$ і $LT4'''$ наведені в табл. 4.1.

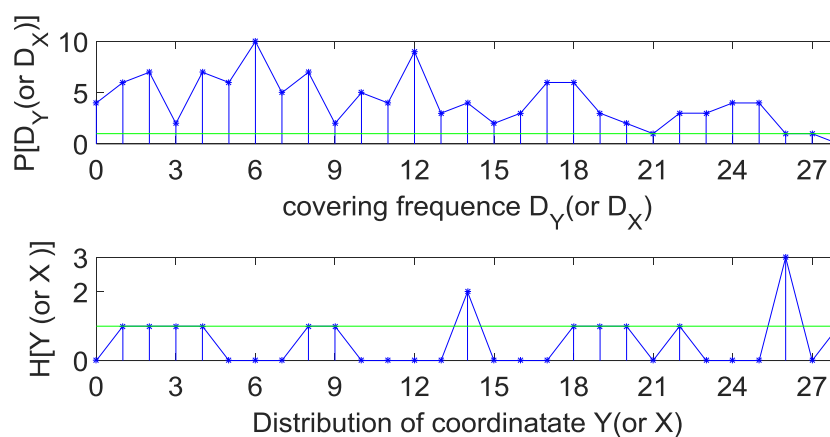


Рис. 4.3 Просторовий частотний розподіл АР, створеного $Y(4)$.

Табл. 4.1 Комплексне порівняння характеристик АР

Назва	$\Delta w_{0.707}(\text{радіана})$	m	N_0	S	β
<i>LT2'</i>	1.8504	0.5069	4	25	0.8000
<i>LT3'</i>	0.3758	0.3246	9	169	0.6923
<i>ZЦРМ13</i>	0.4315	0.2343	17	169	1.3077
<i>ZЦРМ16</i>	0.3244	0.2193	20	256	1.2500
<i>ZЦРМ20</i>	0.2709	0.1919	26	400	1.3000
<i>ZЦРМ25</i>	0.2259	0.1795	30	625	1.2000
<i>ZЦРМ30</i>	0.1823	0.1670	35	900	1.1667
<i>LT4^T</i>	0.1836	0.2728	16	784	0.5714
<i>LT4'</i>	0.1755	0.2519			
<i>LT4''</i>	0.2147	0.2611			
<i>LT4'''</i>	0.1755	0.2519			
<i>Latin4</i>	0.5597	0.2340	16	100	1.6000
<i>Magic4</i>	0.1577	0.2573	16	1156	0.4706
<i>LC4</i>	0.3425	0.2940	16	169	1.2308
<i>Latin5</i>	0.3681	0.1997	25	225	1.6667
<i>Magic5</i>	0.0877	0.1986	25	4225	0.3846
<i>LC5</i>	0.1222	0.1982	25	1764	0.5952
<i>LT5'</i>	0.0894	0.1989	25	2500	0.5000
<i>LT6'</i>	0.0524	0.1654	36	6889	0.4337
<i>LT7'</i>	0.0524	0.1422	49	15876	0.3889
<i>LT8'</i>	0.0175	0.1242	64	33856	0.3478
<i>LT9'</i>	–	0.1128	81	65025	0.3176
<i>LT10'</i>	–	0.1001	100	119025	0.2899
<i>LT11'</i>	–	0.0909	121	203401	0.2683
<i>LT12'</i>	–	0.0832	144	336400	0.2483
<i>LT13'</i>	–	0.0768	169	529984	0.2321
<i>LT14'</i>	–	0.0713	196	815409	0.2171
<i>LT15'</i>	–	0.0665	225	1210000	0.2045
<i>LT16'</i>	–	0.0627	256	1763584	0.1928
<i>LT17'</i>	–	0.0586	289	2499561	0.1828
<i>LT18'</i>	–	0.0557	324	3493161	0.1734
<i>LT19'</i>	–	0.0526	361	4774225	0.1652
<i>LT20'</i>	–	0.0500	400	6451600	0.1575
<i>LT25'</i>	–	0.0402	625	23765625	0.1282
<i>LT30'</i>	–	0.0337	900	69472225	0.1080
<i>LT40'</i>	–	0.0256	1600	379470400	0.0821
<i>LT50'</i>	–	0.0207	2500	1.4232e+09	0.0663
<i>LT60'</i>	–	0.0175	3600	4.2016e+09	0.0555
<i>LT70'</i>	–	0.0151	4900	1.0509e+10	0.0478
<i>LT80'</i>	–	0.0137	6400	2.3275e+10	0.0420
<i>LT90'</i>	–	0.0125	8100	4.6961e+10	0.0374
<i>LT100'</i>	–	0.0114	10000	8.8031e+10	0.0337

Далі, згідно з формулами (4.6) і (4.7), з латинських матриць різного порядку, можна отримати ряд різних двовимірних нееквідистантних АР: $LT2'$, $LT3'$, $LT5'$, $LT6'$, $LT7'$, $LT9'$, $LT10'$, $LT11'$, $LT12'$, $LT13'$, $LT14'$, $LT15'$, $LT16'$, $LT17'$, $LT18'$, $LT19'$, $LT20'$, $LT25'$, $LT30'$, $LT40'$, $LT50'$, $LT60'$, $LT70'$, $LT80'$, $LT90'$, $LT100'$. Їх характерні параметри також наведені в табл. 4.1.

З використанням роботи [21] можна отримати серію антенних решіток Л.Є. Копиловича на основі схеми циклічної різниці, чисельні розрахунки, і результати моделювання для яких наведено в табл. 4.1, де решітка $Z_{ЦРМ13}$, $Z_{ЦРМ16}$, $Z_{ЦРМ20}$, $Z_{ЦРМ25}$ та $Z_{ЦРМ30}$ відповідає квадратній матриці Копиловича на основі ЦРМ з довжинами сторін 13, 16, 20, 25 і 30.

Посилаючись на попередню роботу, отримані раніше результати моделювання АР, синтезованих з використанням звичайних методів показано у табл. 4.1, де: *Magic4*, *Magic5* – АР, побудовані за допомогою магічного квадрата 4-го та 5-го порядку [22]; *Latin4*, *Latin5* – АР, побудовані з використанням латинського квадрата 4-го та 5-го порядку [23]; *LC4*, *LC5* – решітки, побудовані з використанням латинського квадрата 4-го та 5-го порядку, використовуючи ЦРМ як елементи [24]. Слід зазначити, що на додаток до решітки, побудованої за допомогою магічних квадратів, можна повністю охопити просторові частоти інших АР.

4.5 Обговорення

Із порівняння та аналізу даних табл. 4.1, очевидно, що:

(1) Антенна решітка Л.Є. Копиловича на основі конструкції ЦРМ і отримані нами решітки на основі латинського квадрата, синтезовані за допомогою традиційних/нових методів, можуть забезпечити повне покриття просторових частот, а розроблений новий метод значно покращує ефективну зону покриття решітки без істотного погіршення керування бічним пелюстками. І за тієї самої ефективної зони покриття кількість елементів,

необхідних для решітки на основі латинського квадрата, синтезованого за допомогою нового методу, становить менше половини елементів антенної решітки Л.Є. Копиловича на основі ЦРМ, що значно зменшує надмірність масиву і дозволяє отримати більш вузьку головну пелюстку. Оскільки решітка, розроблена Л.Є. Копиловичем, призначена здебільшого для оптичних інтерферометричних систем, вона в основному використовується для вирішення задач формування зображень космічних об'єктів, які спостерігаються через неоднорідну атмосферу. Оптичні системи з ненадлишковими апертурами (ННА) із заданою кількістю елементів повинні бути побудовані в області мінімального розміру, щоб зменшити вплив розподілу внутрішнього шуму системи. З цієї причини точність сканування масиву не є для них найбільшою проблемою, а найнижчий рівень бічних пелюсток є їхньою метою [20-21]. У багатьох випадках антенна решітка має більші вимоги до ширини головного пелюстка (точності сканування), в цьому разі ефективніше використовувати запропонований нами метод.

(2) Магічний квадрат можна використовувати для побудови АР з великою зоною охоплення з декількома точками одночасно, завдяки чому отримується дуже вузька головна пелюстка, але просторова частота згенерованого масиву не може бути повністю покрита, а отримані бічні частки мають великий рівень. У порівнянні з магічним квадратом, розмір простору охоплення, ширина головної пелюстки та рівень бічної пелюстки ДС АР, отримані за новим методом, подібні, але можна досягти повного охоплення просторової частоти, це гарантуватиме, що АР може зберігати деяку надлишковість із більш надійними робочими характеристиками та можливістю витягти всю інформацію про спостережуваний об'єкт, і, незважаючи на спотворення, спричинені атмосферою, отримати найкращу функцію розподілу точок.

(3) АР, що синтезована з використанням латинського квадрата, беручи ЦРМ як елементи, не може досягти повного покриття просторових частот після збільшення розміру решітки. Логічним продовженням попередніх

досліджень є поєднання латинського квадрата та ЦРМ, що розширює можливості використання латинського квадрата для синтезу антенних решіток. Як результат – кращий розмір і основна пелюстка отриманого масиву, проте це погіршує бічні частки. Запропонований новий метод цю проблему добре вирішує.

(4) При використанні нового методу побудови антенних решіток зі збільшенням порядку n латинського квадрата збільшується кількість елементів отриманої АР n^2 , середній рівень бічних пелюсток ДС постійно зменшується до дуже малого значення, простір, охоплений масивом, розширюється, а просторова частота залишається повністю охопленою. Спостереження за розташуванням елементів масиву показали, що коли елементи масиву достатньо великі, розташування масивів демонструє фіксовану геометрію, яка не змінюється, як показано на рис. 4.4 та рис. 4.5.

4.6 Висновки до розділу 4

1) Новий метод синтезу АР — це прямий і ефективний метод синтезу розрідженого масиву, заснований на латинському квадраті та його трикутній матриці. Це може гарантувати повне покриття просторової частоти, зменшити надмірність масиву та кількість масивів. Певною мірою немає надмірної втрати контролю над бічними частками. Синтезований масив має дуже вузьку головну пелюстку та низький рівень бічної пелюстки, що може бути застосовано до багатьох полів і є універсальним. Цю розріджену нееквідистантну двовимірну решітку з низьким резервуванням можна використовувати в радіолокації, зв'язку, радіоастрономії, радіотерапії, дистанційному зондуванні, автомобілебудуванні, біомедичній візуалізації, навігації та в багатьох інших областях.

2) Коли кількість елементів АР, синтезованих за допомогою нового методу, велика, весь масив демонструє фіксовану геометрію, тобто, коли ми обертаємо масив на площині, де розташований масив, такі масиви можуть демонструвати незмінно подібні характеристики.

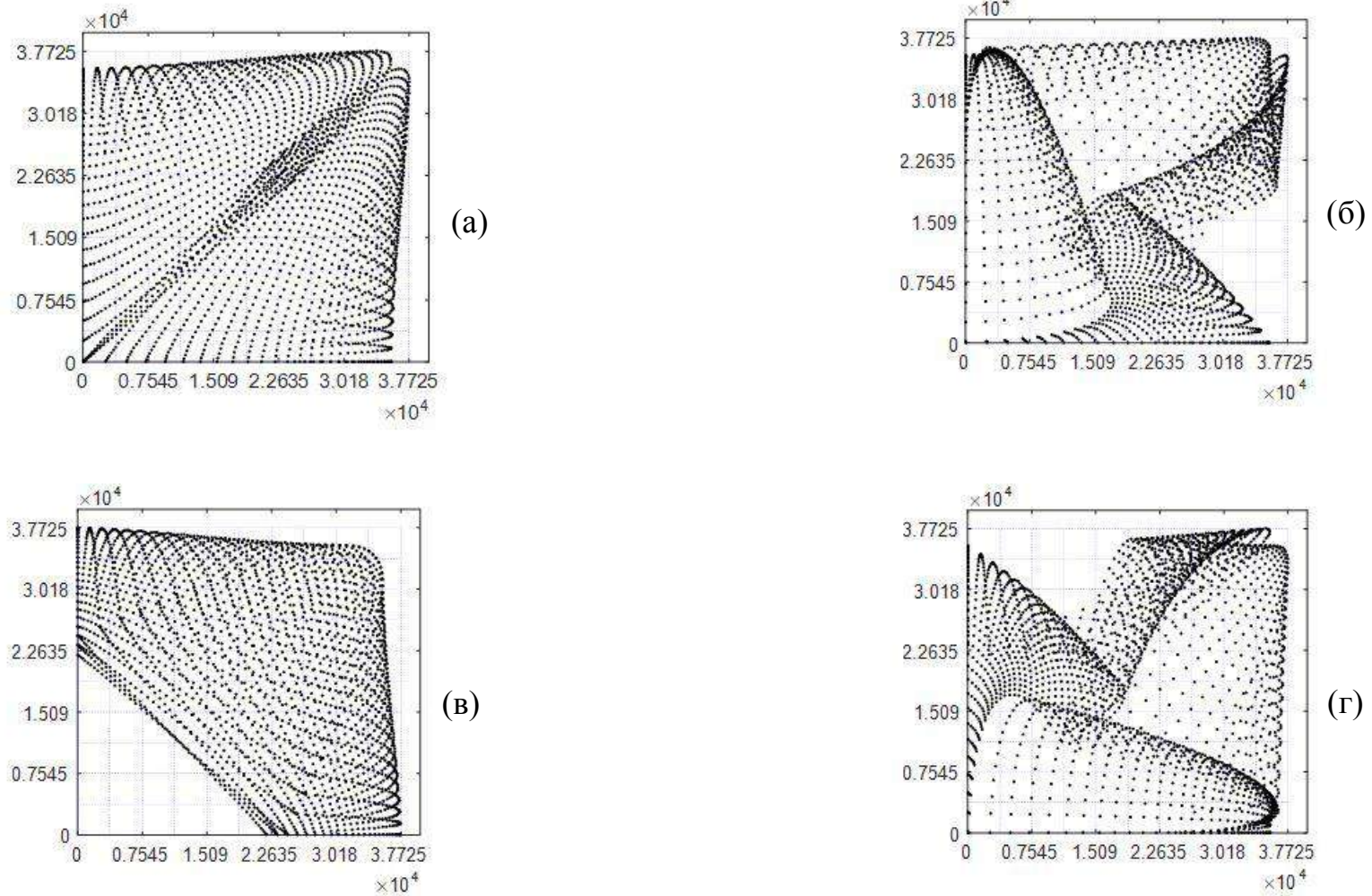


Рис. 4.4 Розташування АР, створеного за допомогою латинського квадрата 50-го порядку та його трикутної матриці: $LT50^T$ - (а), $LT50'$ - (б), $LT50''$ - (в), $LT50'''$ - (г).

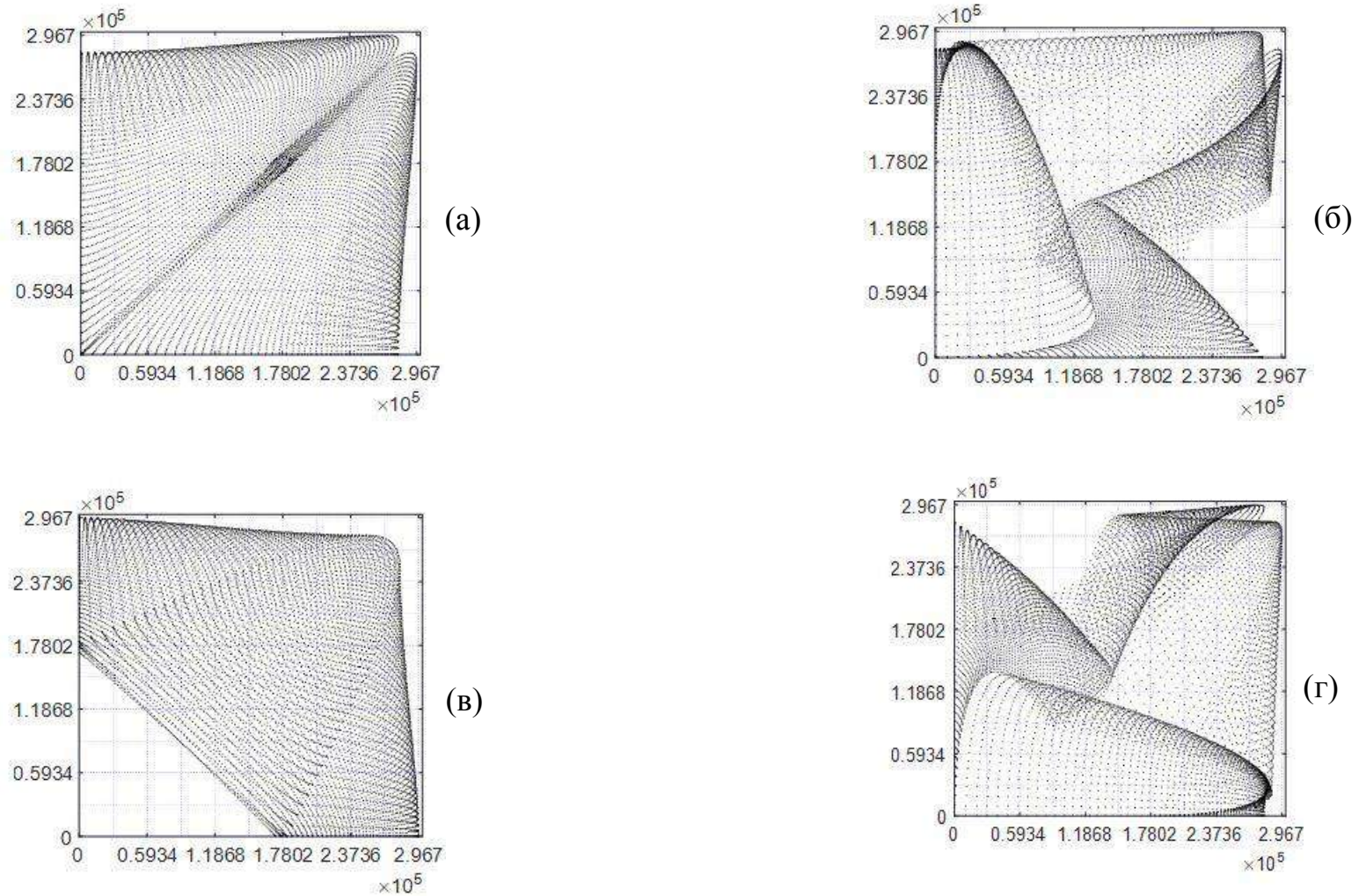


Рис. 4.5 Розташування АР, створеного за допомогою латинського квадрата 100-го порядку та його трикутної матриці: $LT100^T$ - (а), $LT100'$ - (б), $LT100''$ - (в), $LT100'''$ - (г).

РОЗДІЛ 5

ЗАСТОСУВАННЯ РОЗРІДЖЕНИХ ПЛАНАРНИХ АР НА ОСНОВІ СПЕЦІАЛЬНОЇ МАТРИЦІ

Розділ присвячено, в основному, опису дизайну запропонованої антенної решітки (АР) та застосуванню методу оптимізації.

5.1 Вступ

У цьому розділі представлені окремі визначення, приклади та результати моделювання різних математичних концепцій, що використовуються при проектуванні АР. Ці концепції включають:

- 1) магічні квадрати та їх вкладену матрицю;
- 2) латинські квадрати та їх вкладену матрицю;
- 3) циклічні різницеві множини (ЦРМ) і латинські квадрати з використанням ЦРМ в якості елементів;
- 4) трикутну матрицю та трикутну матрицю латинських квадратів.

Зокрема, спроектована АР буде проаналізована та порівняна з урахуванням аспектів розташування елементів решіток, характеристик діаграми спрямованості (ДС) та просторової частоти АР. Необхідно враховувати, що зі збільшенням порядку використовуваної матриці, що виробляється, збільшується кількість елементів АР, що впливає на загальну продуктивність спроектованої АР.

Зважаючи на практичне застосування, спроектовані решітки порівняно із існуючими решітками в Гігантському Українському Радіотелескопі (ГУРТ), який є низькочастотним (8–80 МГц) радіотелескопом і складається з 25-елементних активних решіток з аналогово-часовим розподілом фаз окремих решіток між ними [27-28]. У роботі [27] показано розташування антенних елементів у решітках ГУРТ, відстань між якими вздовж осей x та y

складає $dx = dy = 3,75$ м, що становить $\lambda/2$ на частоті 40 МГц. Приблизно ті самі параметри були використані в розподіленій АР, що було розроблено.

Крім того, діапазон частот решіток ГУРТ становить 8-32 МГц [28]. Припустимо, що АР працює в режимі прийому плоскої електромагнітної хвилі однакової поляризації, що надходить із зенітного напрямку. ДС розраховуються на частоті - 25 МГц для чотирьох фіксованих площин Ψ . Дві з яких проходять через осі X ($\Psi = 0^\circ$) та Y ($\Psi = 90^\circ$), а дві діагональні площини - E ($\Psi = 45^\circ$) та H ($\Psi = 135^\circ$).

5.2 Використання магічних квадратів та їх вкладеної матриці

Магічний квадрат n -го порядку, заповнений натуральними числами від 1 до n^2 . Магічний квадрат називається асоціативним або симетричним, якщо сума будь-яких двох чисел, розташованих симетрично відносно центру квадрата, дорівнює n^2+1 . Нормальні магічні квадрати існують всіх порядків $n \geq 1$, крім $n = 2$, хоча випадок $n = 1$ тривіальний — квадрат складається з одного числа. Мінімальний нетривіальний випадок має порядок 3.

Очевидно, що елементи в останньому стовпці x_{lj} , тобто при $j = n$, і в останньому рядку y_{lj} , тобто при $i = n$, мають значення, що дорівнює константі «магічного» квадрата, тобто $x_{in} = M$, $i \in (1, n)$ і $y_{nj} = M$, $j \in (1, n)$.

Матриці магічного квадрата 3-го, 4-го, і 9-го порядку використані як приклади, і позначені M_3 , M_4 , і M_9 відповідно [22]:

$$M_3 = \begin{bmatrix} 8 & 1 & 6 \\ 3 & 5 & 7 \\ 4 & 9 & 2 \end{bmatrix}, \quad (5.1)$$

$$M_4 = \begin{bmatrix} 16 & 2 & 3 & 13 \\ 5 & 11 & 10 & 8 \\ 9 & 7 & 6 & 22 \\ 4 & 14 & 15 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5.2)$$

$$M_9 = \begin{bmatrix} 47 & 58 & 69 & 80 & 1 & 12 & 23 & 34 & 45 \\ 57 & 68 & 79 & 9 & 11 & 22 & 33 & 44 & 46 \\ 67 & 78 & 8 & 10 & 21 & 32 & 43 & 54 & 56 \\ 77 & 7 & 18 & 20 & 31 & 42 & 53 & 55 & 66 \\ 6 & 17 & 19 & 30 & 41 & 52 & 63 & 65 & 76 \\ 16 & 27 & 29 & 40 & 51 & 62 & 64 & 75 & 5 \\ 26 & 28 & 39 & 50 & 61 & 72 & 74 & 4 & 15 \\ 36 & 38 & 49 & 60 & 71 & 73 & 3 & 14 & 25 \\ 37 & 48 & 59 & 70 & 81 & 2 & 13 & 24 & 35 \end{bmatrix}. \quad (5.3)$$

Матриця вкладеності по суті складається з двох або більше матриць, вкладених шар за шаром, аналогічно до складової функції. Структура вкладеної матриці магічного квадрата показана на рис. 5.1.

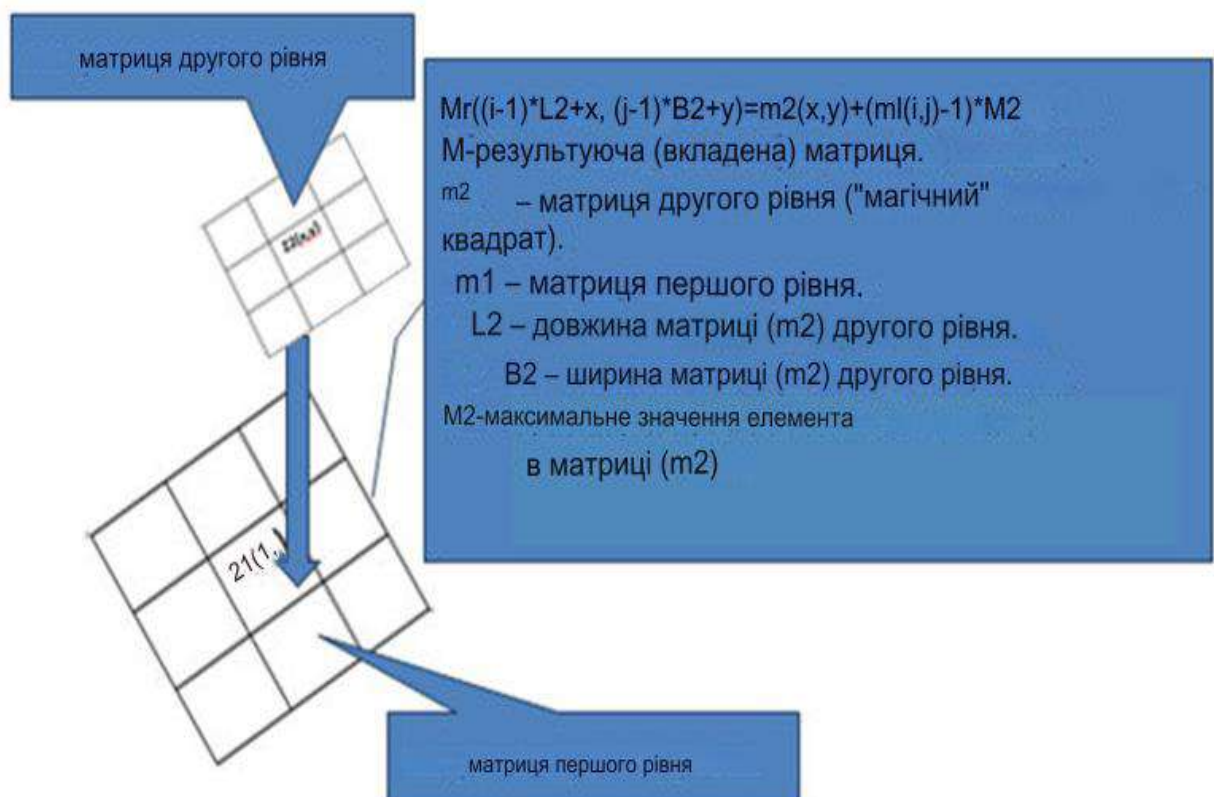


Рис. 5.1 Структура вкладеної матриці магічного квадрата.

Власне, вкладення матриці впливає на властивості самої матриці, тобто вкладена матриця магічного квадрата залишається магічним квадратом. Як приклад використовується вкладена матриця, утворена вкладенням двох ідентичних матриць магічних квадратів 3-го порядку, що позначаються M_{r3*3} :

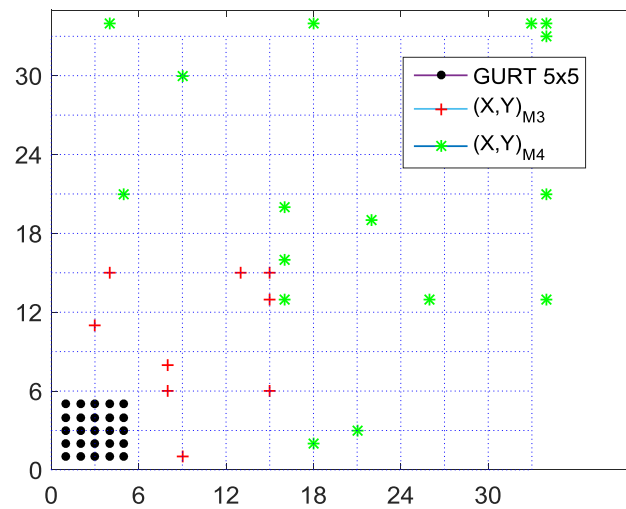
$$M_{r3*3} = M_3(M_3) = \begin{bmatrix} (8-1)*9+ \begin{bmatrix} 8 & 1 & 6 \\ 3 & 5 & 7 \\ 4 & 2 & 9 \end{bmatrix} & (1-1)*9+ \begin{bmatrix} 8 & 1 & 6 \\ 3 & 5 & 7 \\ 4 & 2 & 9 \end{bmatrix} & (6-1)*9+ \begin{bmatrix} 8 & 1 & 6 \\ 3 & 5 & 7 \\ 4 & 2 & 9 \end{bmatrix} \\ (3-1)*9+ \begin{bmatrix} 8 & 1 & 6 \\ 3 & 5 & 7 \\ 4 & 2 & 9 \end{bmatrix} & (5-1)*9+ \begin{bmatrix} 8 & 1 & 6 \\ 3 & 5 & 7 \\ 4 & 2 & 9 \end{bmatrix} & (7-1)*9+ \begin{bmatrix} 8 & 1 & 6 \\ 3 & 5 & 7 \\ 4 & 2 & 9 \end{bmatrix} \\ (4-1)*9+ \begin{bmatrix} 8 & 1 & 6 \\ 3 & 5 & 7 \\ 4 & 2 & 9 \end{bmatrix} & (2-1)*9+ \begin{bmatrix} 8 & 1 & 6 \\ 3 & 5 & 7 \\ 4 & 2 & 9 \end{bmatrix} & (9-1)*9+ \begin{bmatrix} 8 & 1 & 6 \\ 3 & 5 & 7 \\ 4 & 2 & 9 \end{bmatrix} \end{bmatrix}. \quad (5.4)$$

$$= \begin{bmatrix} 71 & 64 & 69 & 8 & 1 & 6 & 53 & 46 & 51 \\ 66 & 68 & 70 & 3 & 5 & 7 & 48 & 50 & 52 \\ 67 & 72 & 65 & 4 & 9 & 2 & 49 & 54 & 47 \\ 26 & 19 & 24 & 44 & 37 & 42 & 62 & 55 & 60 \\ 21 & 23 & 25 & 39 & 41 & 43 & 57 & 59 & 61 \\ 22 & 27 & 20 & 40 & 45 & 38 & 58 & 63 & 56 \\ 35 & 28 & 33 & 80 & 73 & 78 & 17 & 10 & 15 \\ 30 & 32 & 34 & 75 & 77 & 79 & 12 & 14 & 16 \\ 31 & 36 & 29 & 76 & 81 & 74 & 13 & 18 & 11 \end{bmatrix}$$

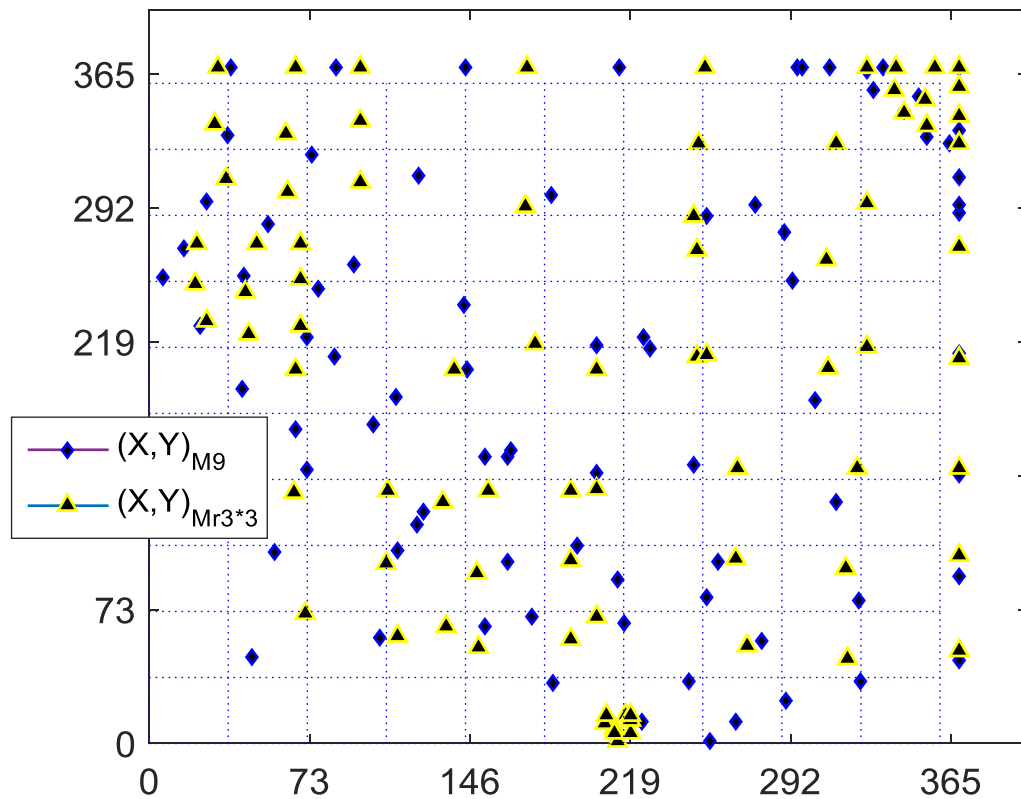
Очевидно, M_{r3*3} також є магічним квадратом порядку 9.

Для генерації відповідної антенної решітки та розрахунку її ДС було використано метод синтезу, описаний у попередньому розділі. Розташування в просторі спроектованої антени на основі матриць M_3 , M_4 , M_9 , M_{r3*3} і решітки ГУРТ показано на рис. 5.2. А відповідні їм просторові частоти абсциси та ординати показані на рис. 5.3. Результати моделювання порівняння ДС, що відповідають частоті - 25 МГц, наведено на рис. 5.4. Відповідний параметр ДС і час обчислення цих АР показані в табл. 5.1.

Розташування елементів решітки ГУРТ (GURT 5x5) та АР розроблених на основі магічних квадратів 3-го $((X,Y)_{M3})$, 4-го $((X,Y)_{M4})$, 9-го $((X,Y)_{M9})$ порядків та вкладеної матриці магічного квадрата 3-го порядку $((X,Y)_{M_{r3*3}})$ показано на рис. 5.2.



(a)



(б)

Рис. 5.2 Координати елементів AP: ГУРТ (GURT 5x5), $(X,Y)_{M3}$, $(X,Y)_{M4}$, $(X,Y)_{M9}$ та $(X,Y)_{Mr3*3}$.

Просторові частоти, вкриті ґратами ГУРТ (GURT 5x5) та AP розроблених на основі магічних квадратів 3-го $((X,Y)_{M3})$, 4-го $((X,Y)_{M4})$, 9-го $((X,Y)_{M9})$ порядків та вкладеної матриці магічного квадрата 3-го порядку $((X,Y)_{Mr3*3})$ показані на рис. 5.3.

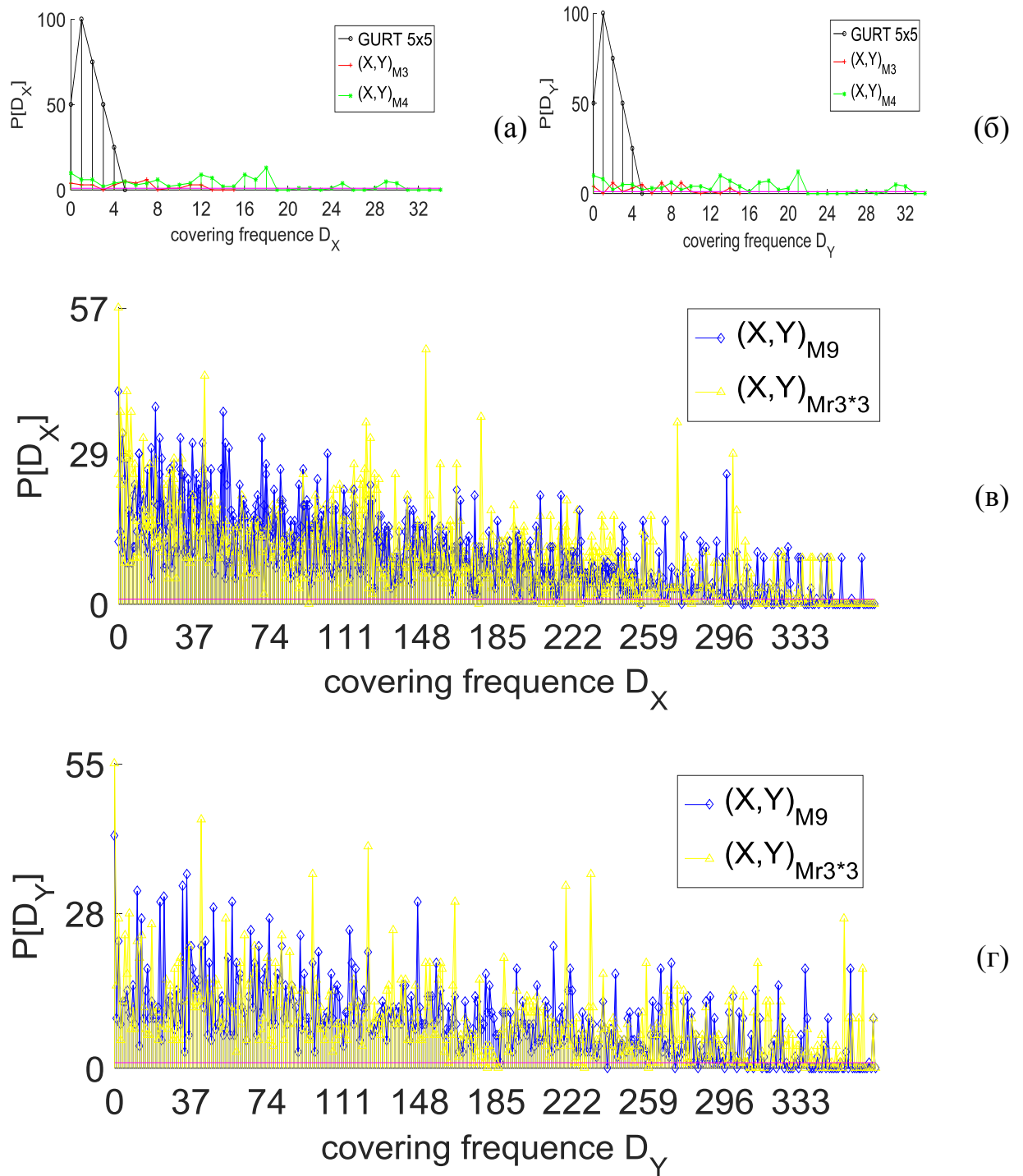


Рис. 5.3 Просторові частоти, вкриті АР: ГУРТ (GURT 5x5), $(X,Y)_{M3}$, $(X,Y)_{M4}$, $(X,Y)_{M9}$ та $(X,Y)_{Mr3*3}$ по осях X (а, в) та Y (б, г).

Табл. 5.1 Короткий опис характеристик параметрів антени підрешітки ГУРТ і АР розроблених на основі магічних квадратів та їх вкладеної матриці.

	ГУРТ 5x5	(X, Y) _{M3}	(X, Y) _{M4}	(X, Y) _{M9}	(X, Y) _{Mr3*3}
MBW, °	67.8867	20.7751	9.4481	1.3992	1.0439
SLL, дБ	-19.6258	-9.6896	-11.6884	-19.0479	-18.8707
Кількість елементів АР	25	9	16	81	81
Площі, d^2	25	225	1156	136161	136161
Час розрахунку, секунди	2.498235	1.987322	2.443966	7.093125	8.451823

Неважко побачити наступні моменти з наведених вище результатів моделювання:

1) Використання магічних квадратів для побудови АР може швидко та ефективно розширити ефективну площу, значно скоротити ширину основної пелюстки ДС. Зі збільшенням порядку магічних квадратів ширина основної пелюстки звужується, і середній рівень бічних пелюсток ДС також стає дедалі нижчим. АР, розроблені з використанням цього методу, мають нелінійний розподіл, є гнучкими та можуть бути розширені зі збільшенням порядку матриці.

2) Головна пелюстка ДС АР із вкладеною матрицею магічного квадрата нижче для АР на основі матриці магічного квадрата того ж порядку, Для Магічного квадрата порядку n^2 можливий синтез, використовуючи 2 ідентичні матриці n -порядку. Для магічного квадрата порядку $m \times n$ можливий

синтез, з використанням магічного квадрата порядку m і порядку n (m, n - всі натуральні числа, більші або рівні трьом).

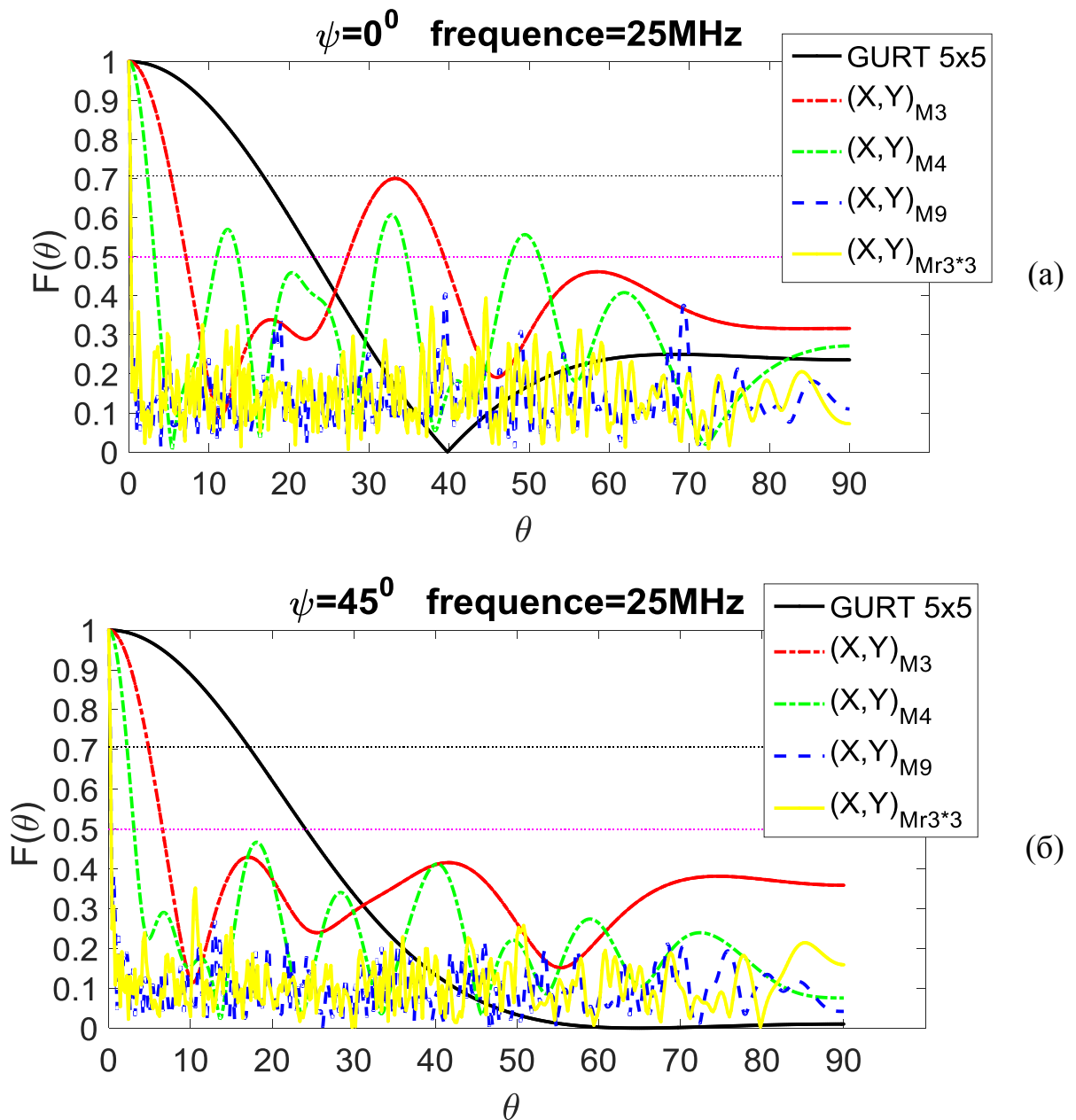


Рис. 5.4 Переріз нормованої ДС секції в різних площинах Ψ відповідних частоті – 25 МГц для підрешітки ГУРТ (GURT 5x5) та АР розроблених на основі магічних квадратів 3-го ((X,Y)_{M3}), 4-го ((X,Y)_{M4}), 9-го ((X,Y)_{M9}) порядків та вкладеної матриці магічного квадрата 3-го порядку ((X,Y)_{Mr3*3}).

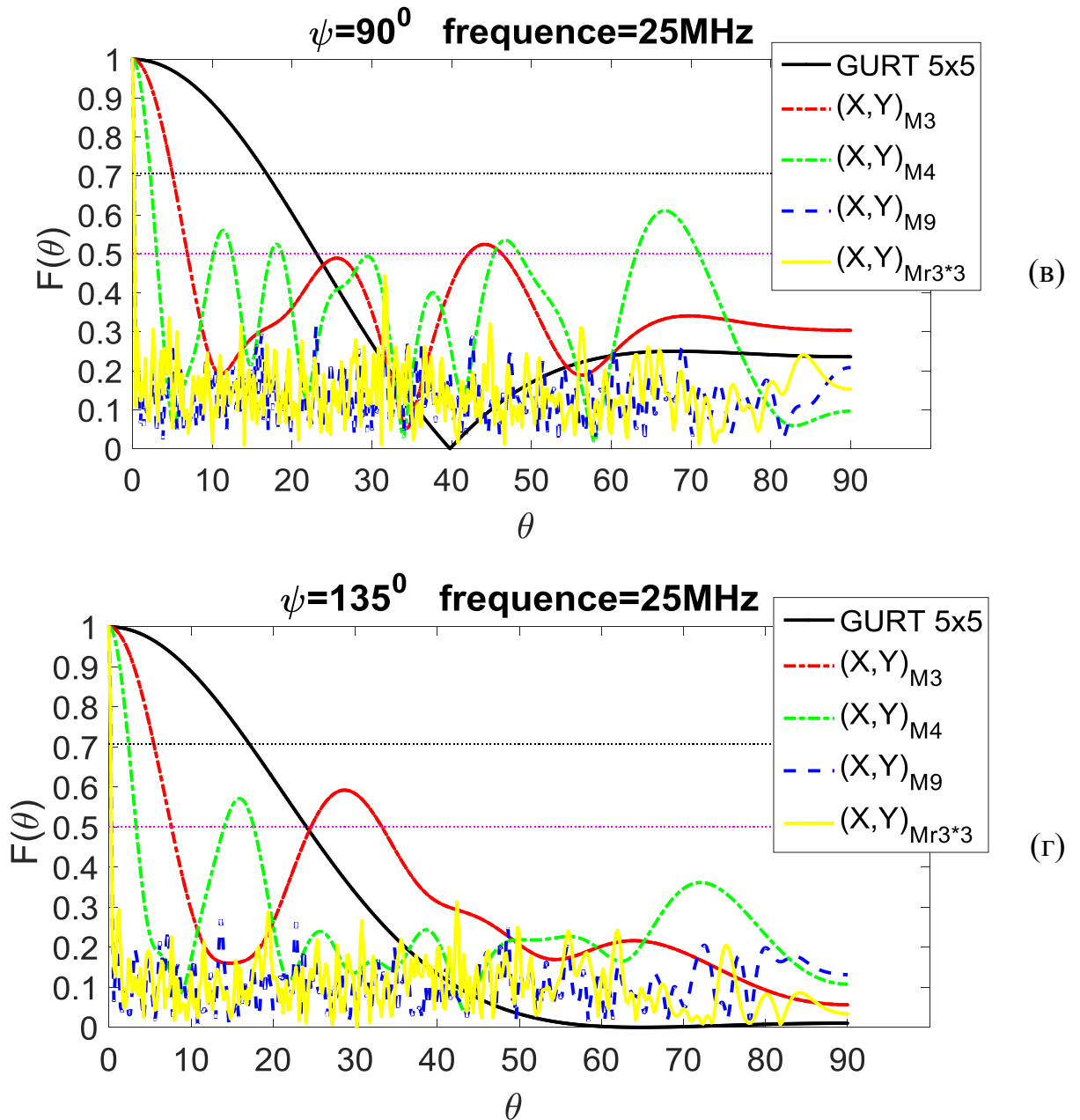


Рис. 5.4 (Продовження)

3) AP, синтезовані з допомогою магічних квадратів, що неспроможні задовольнити повне покриття просторових частот і це супроводжується генерацією бічних пелюсток з великими амплітудами. Для їхнього усунення необхідно додати додаткові елементи решітки. У попередній роботі ми використовували жадібний алгоритм досягнення цієї мети [22].

5.3 Використання латинських квадратів та їх вкладеної матриці

У цьому підрозділі розглянуто загальний латинський квадрат з натуральними числами як елементи. Форма латинського квадрата n -го порядку має такий вигляд [37]:

$$L_n = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n-1 & n \\ n & 1 & 2 & \cdots & n-2 & n-1 \\ n-1 & n & 1 & \cdots & n-3 & n-2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 3 & 4 & 5 & \cdots & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & \cdots & n & 1 \end{bmatrix}, \quad (5.5)$$

Надалі як приклади розглянуті матриці латинських квадратів 3-го, 4-го, і 9-го порядку позначені L_3 , L_4 , і L_9 відповідно:

$$L_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5.6)$$

$$L_4 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5.7)$$

$$L_9 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 9 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 8 & 9 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5.8)$$

Принцип вкладення матриці латинського квадрата по суті такий самий, як і у випадку магічного квадрата, як показано на рис. 5.1.

Вкладена матриця латинського квадрата все ще залишається латинським квадратом, тобто вкладення матриці не впливає на властивості самої матриці. Як приклад використовується вкладена матриця, утворена вкладенням двох ідентичних матриць Латинських квадратів 3-го порядку, що позначаються:

$$L_{r3*3} = L_3(L_3) = \begin{bmatrix} (1-1)*3+ \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} & (2-1)*3+ \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} & (3-1)*3+ \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \\ (3-1)*3+ \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} & (1-1)*3+ \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} & (2-1)*3+ \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \\ (2-1)*3+ \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} & (3-1)*3+ \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} & (1-1)*3+ \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix}. \quad (5.9)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 1 & 2 & 6 & 4 & 5 & 9 & 7 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 6 & 4 & 8 & 9 & 7 \\ 7 & 8 & 9 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 9 & 7 & 8 & 3 & 1 & 2 & 6 & 4 & 5 \\ 8 & 9 & 7 & 2 & 3 & 1 & 5 & 6 & 4 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 1 & 2 & 3 \\ 6 & 4 & 5 & 9 & 7 & 8 & 3 & 1 & 2 \\ 5 & 6 & 4 & 8 & 9 & 7 & 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Очевидно, L_{r3*3} також латинським квадратом порядку 9.

Використовуйте метод синтезу, описаний у попередньому розділі, для генерації відповідної антенної решітки та розрахунку її ДС. Розташування в просторі спроектованої антени на основі матриць L_3 , L_4 , L_9 , L_{r3*3} і ґрати ГУРТ показані на рис.5.5. А відповідні їм просторові частоти абсциси та ординати показані на рис.5.6. Результати моделювання порівняння ДС, що відповідають частоті - 25 МГц, наведено на рис.5.7. І відповідний параметр ДС і час обчислення цих АР показані в табл.5.2.

Розташування елементів решітки ГУРТ (GURT 5x5) та АР розроблених з використанням латинських квадратів 3-го $((X,Y)_{L3})$, 4-го $((X,Y)_{L4})$, 9-го $((X,Y)_{L9})$ порядків та вкладеної матриці латинського квадрата 3-го порядку $((X,Y)_{Lr3*3})$ показані на рис.5.5.

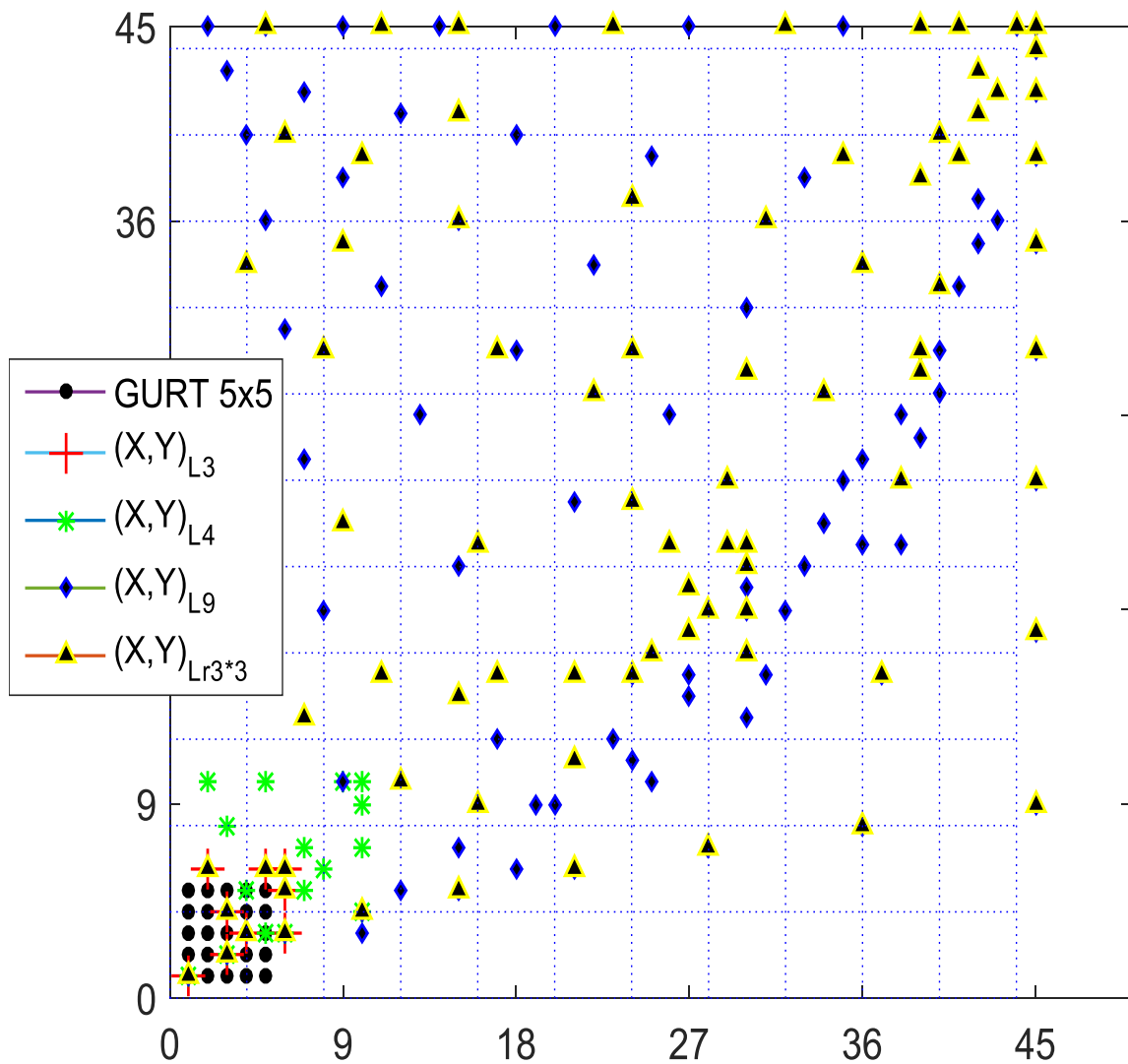


Рис.5.5 Координати елементів АР: ГУРТ (GURT 5x5), $(X,Y)_{L3}$, $(X,Y)_{L4}$, $(X,Y)_{L9}$ та $(X,Y)_{Lr3*3}$.

Просторові частоти, вкриті ґратами ГУРТ (GURT 5x5) та AP розроблених на основі латинських квадратів 3-го $((X,Y)_{L3})$, 4-го $((X,Y)_{L4})$, 9-го $((X,Y)_{L9})$ порядків та вкладеної матриці латинського квадрата 3-го порядку $((X,Y)_{Lr3*3})$ показані на рис.5.6.

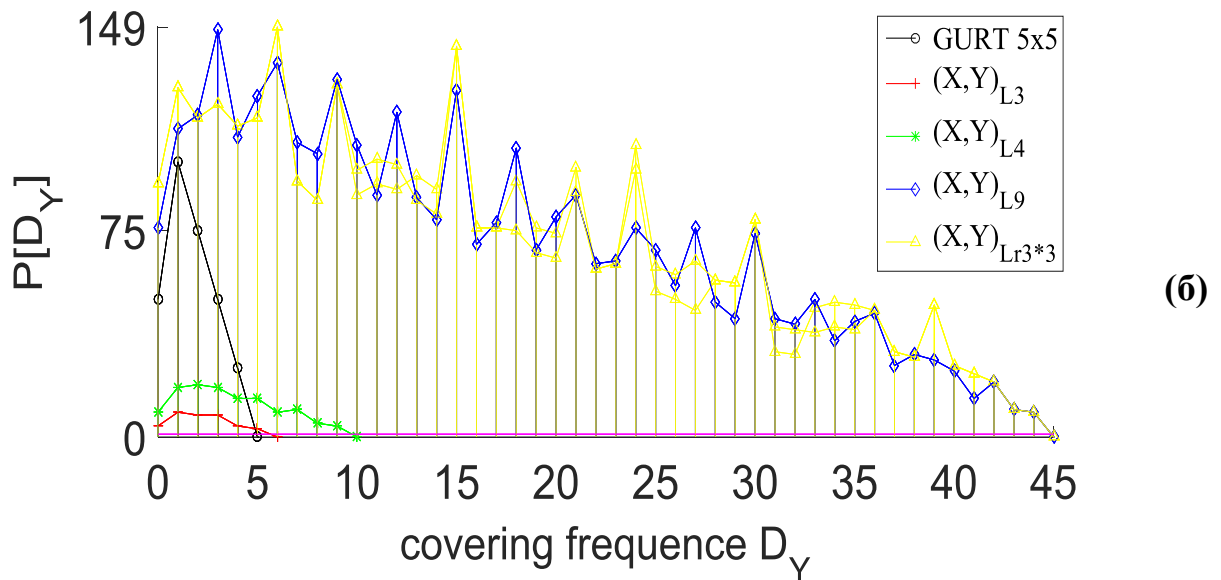
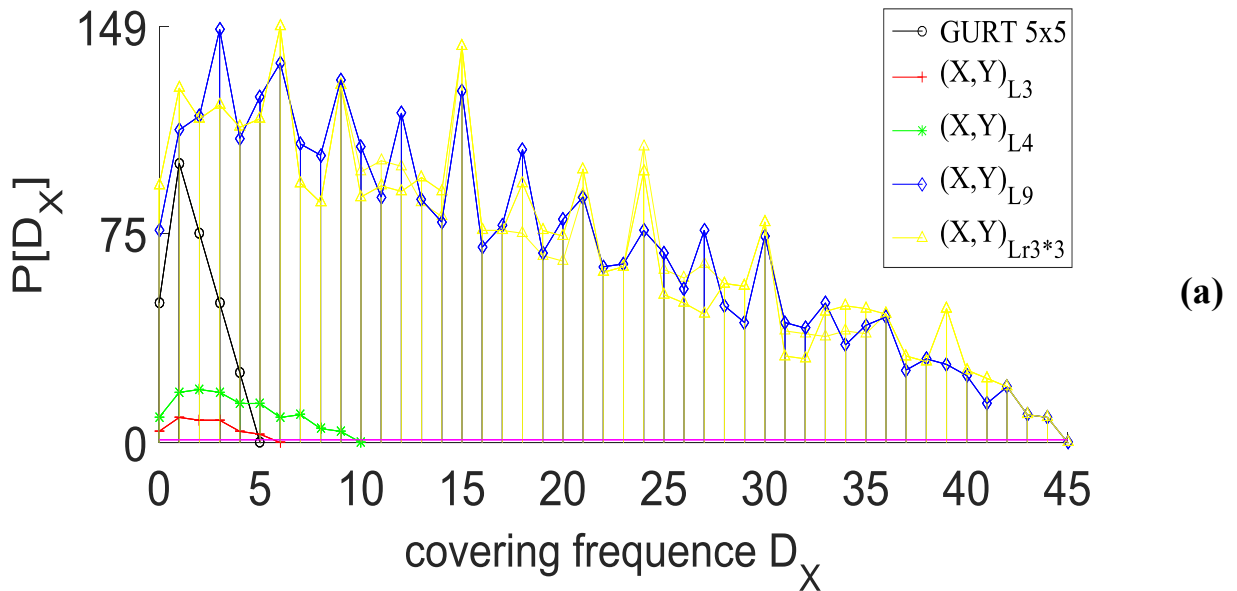


Рис.5.6 Просторові частоти, вкриті AP: ГУРТ (GURT 5x5), $(X,Y)_{L3}$, $(X,Y)_{L4}$, $(X,Y)_{L9}$ та $(X,Y)_{Lr3*3}$ по осях X (а, в) та Y (б, г).

Табл.5.2 Характеристики антенної системи підгорати ГУРТ та AP розроблених на основі латинських квадратів та їх вкладеної матриці.

	ГУРТ 5x5	(X, Y) _{L3}	(X, Y) _{L4}	(X, Y) _{L9}	(X, Y) _{Lr3*3}
MBW, °	67.8867	57.3193	32.9639	7.2360	7.4181
SLL, дБ	-19.6258	-10.4945	-12.6955	-18.7148	-18.8833
Кількість елементів AP	25	9	16	81	81
Площа, d^2	25	36	100	2025	2025
Час розрахунку, секунди	2.824519	2.427971	2.503327	6.861223	6.928961

Слід відзначити наступні моменти з наведених вище результатів моделювання:

1) AP, побудовані з використанням латинського квадрата, мають спільні властивості між рівновіддаленими щільними решітками і AP, побудованими з використанням магічного квадрата. Попри це вони мають унікальну перевагу: нижчі рівні бічних пелюсток та їх просторові частоти можуть бути повністю вкриті. Це є надзвичайно важливим аспектом і відповідає вимогам, які висуваються в радіоастрономії.

2) Кожен стовпець (рядок) латинського квадрата – інкрементні арифметичні ряди (безперервні натуральні числа), які є лінійними. Використовуючи нелінійний метод, розподіл AP, синтезований з урахуванням латинського квадрата, має геометричні характеристики (фіксований геометричний профіль). У міру збільшення порядку матриці геометричні характеристики (контур/профіль) стають очевиднішими і

відображаються у вигляді віяла (радіального) з центром у верхньому лівому куті на площині XOY .

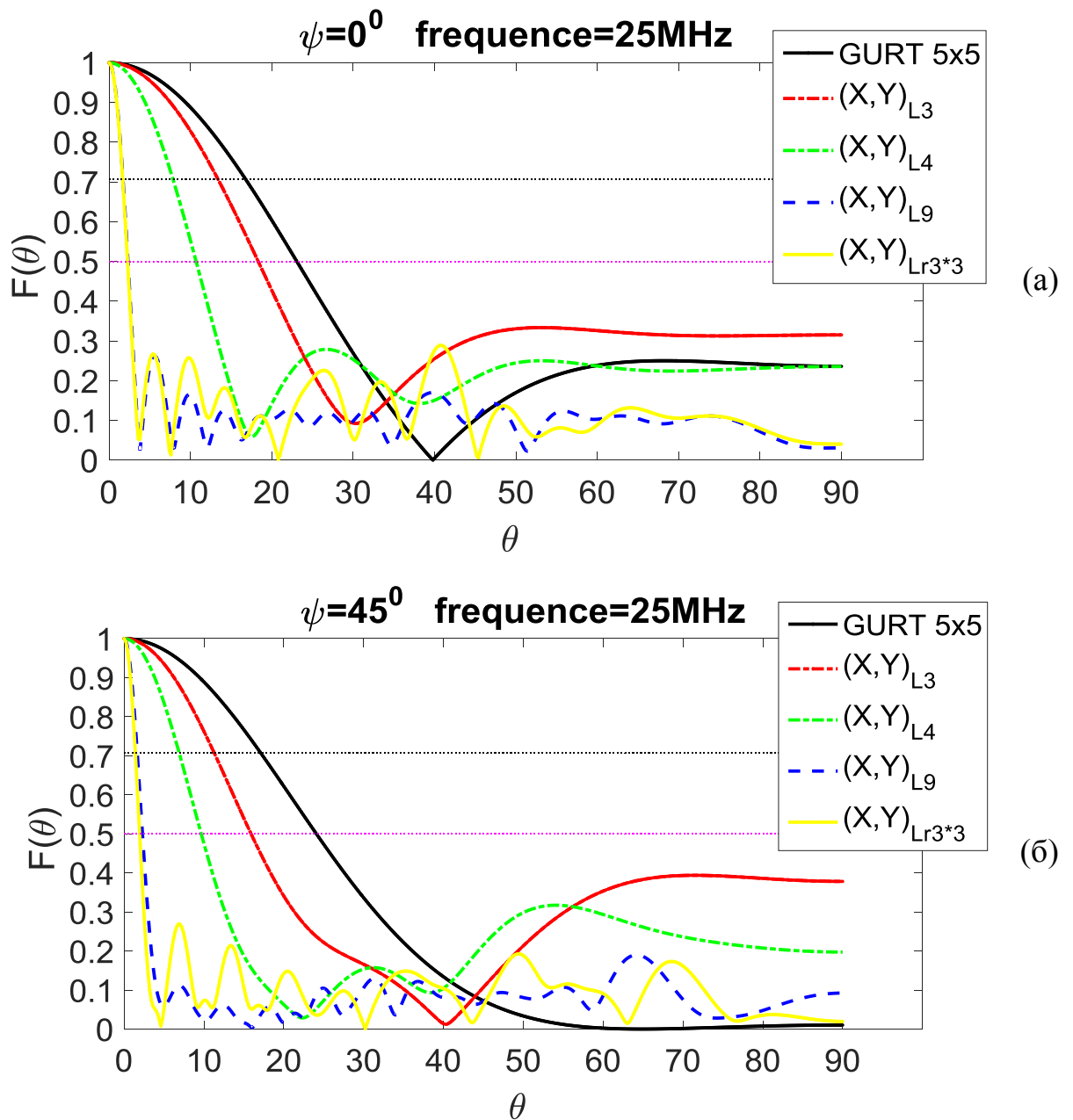


Рис.5.7 Перетини нормованої ДС секції в різних площинах Ψ на відповідній частоті – 25 МГц для ґрат ГУРТ (GURT 5x5) та АР розроблені на основі латинських квадратів 3-го $((X,Y)_{L3})$, 4-го $((X,Y)_{L4})$, 9-го $((X,Y)_{L9})$ порядків та вкладеної матриці латинського квадрата 3-го порядку $((X,Y)_{Lr3*3})$.

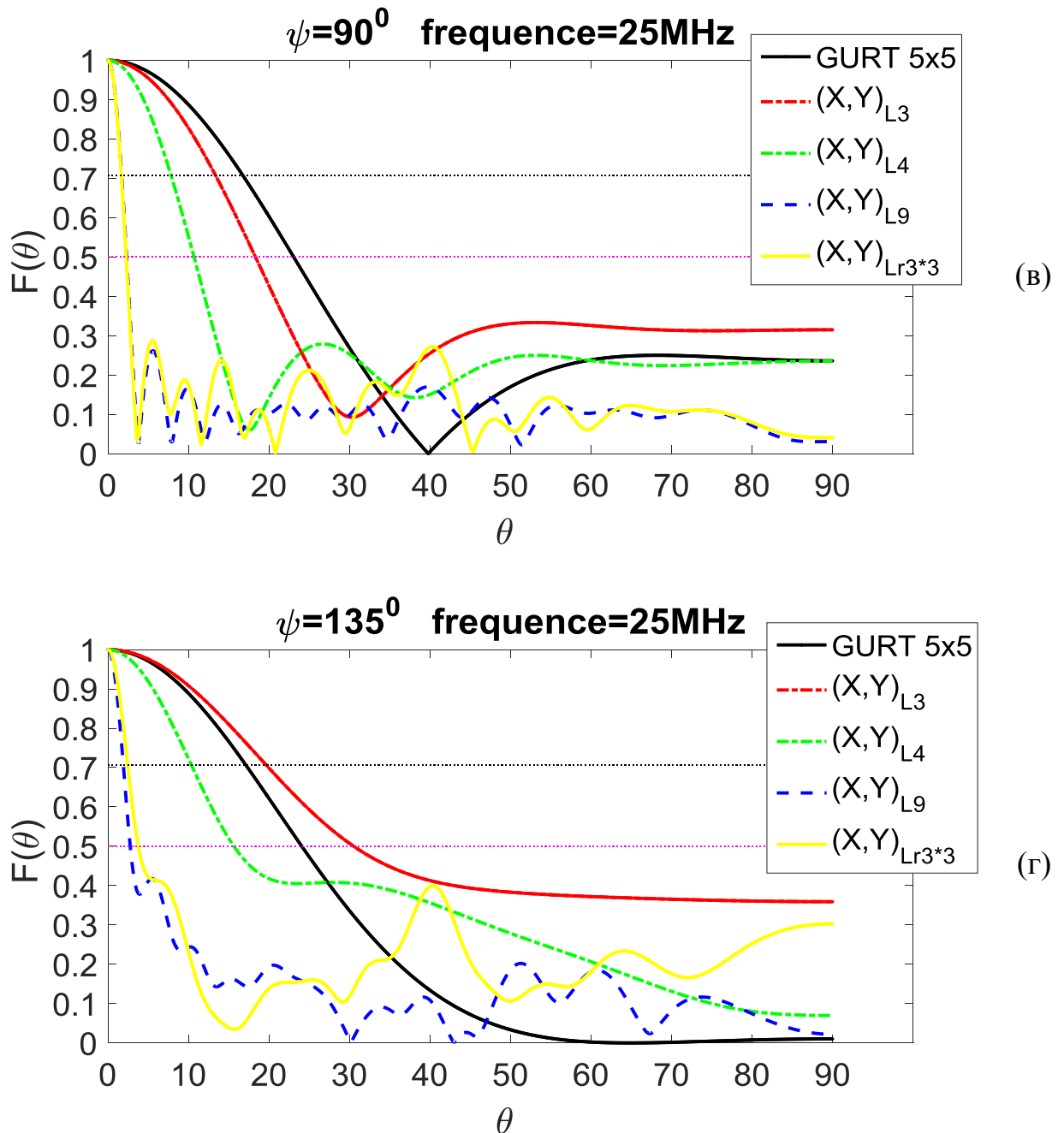


Рис.5.7 (Продовження)

3) Зокрема, на основі традиційного алгоритму (1.8), АР, побудовану на основі латинського квадрата 4 порядку (всього 16 елементів), порівняно з традиційним (рівномірний масив ГУРТ з 25 елементів), можна одночасно зменшити ширину головної пелюстки і зменшити рівень бічної пелюстки, див. табл.5.2 та рис.5.7.

Використання латинського квадрата з ЦРМ як його елементів.

Циклічні різницеві множини (ЦРМ) – $A(v, k, \lambda)$ є підмножина $D = \{d_1, d_2, \dots, d_k\}$ з цілих чисел за модулем v таких, що кожне $\{1, 2, \dots, v-1\}$ може бути представлено як різницю $(d_i - d_j)$ за модулем v точно λ різними способами [29]. У РОЗДІЛІ 3 запропоновано вичерпний вступ до ЦРМ. Деякі ЦРМ, що будуть використовуватися нижче, показані у табл. 5.3.

До сьогодні ЦРМ широко використовувався в багатьох сферах досліджень. Таких як прикладна математика та інженерна практика, їх унікальні властивості та задовільні характеристики були схвалені людьми. Використання ЦРМ у конструкції АР також дозволило досягти дуже добрих результатів. Для одномірної (лінійної) АР її власні характеристики дозволяють створювати чудові решітки з однорідною просторовою частотою і повним покриттям безпосередньо з елементів ЦРМ. Це було зроблено Ліпером ще у 70-х роках минулого століття [14-15]. Пізніше з кінця 1980-х років Л.Є. Копилович і Л.Г. Содін продовжили його вдосконалення і спробували побудувати двовимірну АР за допомогою ЦРМ [18-21].

Табл. 5.3 Циклічні Різницеві Множини (ЦРМ)

Назва	v	k	λ	n	$D = \{d_1, \dots, d_k\}$
CDS3	7	3	1	2	1, 2, 4
CDS4	13	4	1	3	0, 1, 3, 9
CDS9s	19	9	4	5	1, 4, 5, 6, 7, 9, 11, 16, 17
CDS9m	37	9	2	7	1, 7, 9, 10, 12, 16, 26, 33, 34
CDS9b	73	9	1	8	0, 1, 12, 20, 26, 30, 33, 35, 57

Однак коли для побудови двовимірної АР використовується одновимірна множина, завжди виникають проблеми, і не можна гарантувати, що просторова частота решітки буде повністю покрита, а надмірність невелика. Використання ЦРМ як латинських квадратів для побудови антеної решітки є подальшим розвитком, заснованим на попередніх дослідженнях і результатах отриманих науковцями в цій галузі. Основна ідея полягає у заміні натуральних чисел на ЦРМ як елементів латинських квадратів, щоб розширити зону покриття згенерованої АР та оптимізувати продуктивність ДС за умови максимально повного покриття просторової частоти. Приклади матриць латинських квадратів 3-го, 4-го, і 9-го порядку, що використовують ЦРМ як елементи позначені L_{cds3} , L_{cds4} , L_{cds9a} , і L_{cds9b} відповідно:

$$L_{cds3} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5.10)$$

$$L_{cds4} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 10 \\ 10 & 1 & 2 & 4 \\ 4 & 10 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 10 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5.11)$$

$$L_{cds9a} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 & 6 & 7 & 9 & 11 & 16 & 17 \\ 17 & 1 & 4 & 5 & 6 & 7 & 9 & 11 & 16 \\ 16 & 17 & 1 & 4 & 5 & 6 & 7 & 9 & 11 \\ 11 & 16 & 17 & 1 & 4 & 5 & 6 & 7 & 9 \\ 9 & 11 & 16 & 17 & 1 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 9 & 11 & 16 & 17 & 1 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 7 & 9 & 11 & 16 & 17 & 1 & 4 & 5 \\ 5 & 6 & 7 & 9 & 11 & 16 & 17 & 1 & 4 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 9 & 11 & 16 & 17 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5.12)$$

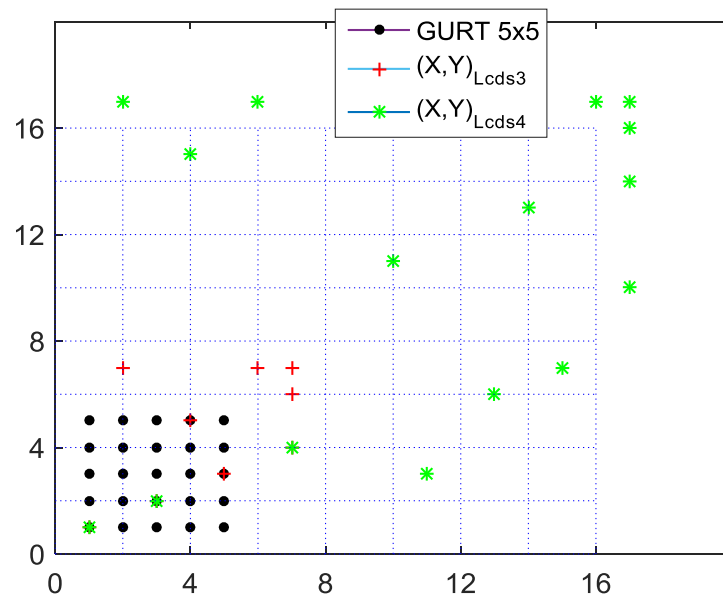
$$L_{cds9m} = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 9 & 10 & 12 & 16 & 26 & 33 & 34 \\ 34 & 1 & 7 & 9 & 10 & 12 & 16 & 26 & 33 \\ 33 & 34 & 1 & 7 & 9 & 10 & 12 & 16 & 26 \\ 26 & 33 & 34 & 1 & 7 & 9 & 10 & 12 & 16 \\ 16 & 26 & 33 & 34 & 1 & 7 & 9 & 10 & 12 \\ 12 & 16 & 26 & 33 & 34 & 1 & 7 & 9 & 10 \\ 10 & 12 & 16 & 26 & 33 & 34 & 1 & 7 & 9 \\ 9 & 10 & 12 & 16 & 26 & 33 & 34 & 1 & 7 \\ 7 & 9 & 10 & 12 & 16 & 26 & 33 & 34 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5.13)$$

$$L_{cds9b} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 13 & 21 & 27 & 31 & 34 & 36 & 58 \\ 58 & 1 & 2 & 13 & 21 & 27 & 31 & 34 & 36 \\ 36 & 58 & 1 & 2 & 13 & 21 & 27 & 31 & 34 \\ 34 & 36 & 58 & 1 & 2 & 13 & 21 & 27 & 31 \\ 31 & 34 & 36 & 58 & 1 & 2 & 13 & 21 & 27 \\ 27 & 31 & 34 & 36 & 58 & 1 & 2 & 13 & 21 \\ 21 & 27 & 31 & 34 & 36 & 58 & 1 & 2 & 13 \\ 13 & 21 & 27 & 31 & 34 & 36 & 58 & 1 & 2 \\ 2 & 13 & 21 & 27 & 31 & 34 & 36 & 58 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5.14)$$

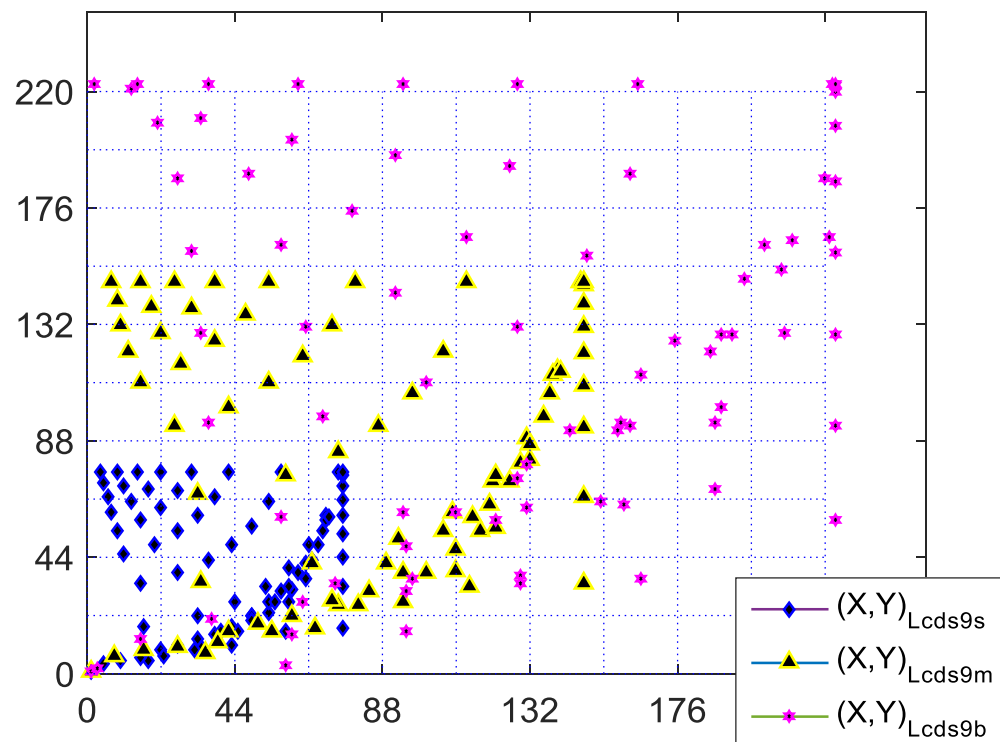
де L_{cds4} і L_{cds9b} - латинський квадрат 4-го і 9-го порядку використовуючи $\{CDS4, 1\}$ і $\{CDS9b, 1\}$ як елемент, оскільки елемент 0 фактично не робить внесок при генерації координатної матриці АР. І для інших ЦРМ, що містять 0 елементів, використовується той самий метод, тобто з використанням $\{CDS, 1\}$ як елементу латинського квадрата.

Далі використовуємо метод синтезу, описаний у попередньому розділі, для генерації відповідної АР та розрахунку її ДН. Розташування в просторі спроектованої антени на основі матриць L_{cds3} , L_{cds4} , L_{cds9s} , L_{cds9m} , L_{cds9b} і решітки ГУРТ показані на рис. 5.8. А відповідні їм просторові частоти, що покриваються, по осях абсцис і ординат показані на рис. 5.9. Результати моделювання порівняння ДС, що відповідають частоті - 25 МГц, наведено на рис. 5.10. Відповідний параметр ДС і час обчислення цих АР показані в табл. 5.4.

Розташування елементів підрешітки ГУРТ (GURT 5x5) та AP розроблених на основі латинських квадратів 3-го $((X,Y)_{Lcds3})$, 4-го $((X,Y)_{Lcds4})$, та 9-го $((X,Y)_{Lcds9s})$, $((X,Y)_{Lcds9m})$, $((X,Y)_{Lcds9b})$ порядків, що використовують ЦРМ як елементи, показані на рис. 5.8.



(a)



(b)

Рис. 5.8 Координати елементів AP: ГУРТ (GURT 5x5), $(X,Y)_{Lcds3}$, $(X,Y)_{Lcds4}$, $(X,Y)_{Lcds9s}$, $(X,Y)_{Lcds9m}$ та $(X,Y)_{Lcds9b}$.

Просторові частоти покриваються по осях X і Y для решітки ГУРТ ($GURT\ 5 \times 5$) та АР розроблених на основі латинських квадратів 3-го $((X,Y)_{Lcds3})$, 4-го $((X,Y)_{Lcds4})$, та 9-го $((X,Y)_{Lcds9s}, ((X,Y)_{Lcds9m}, ((X,Y)_{Lcds9b}))$ порядків, що використовують ЦРМ як елементи, показані на рис. 5.9.

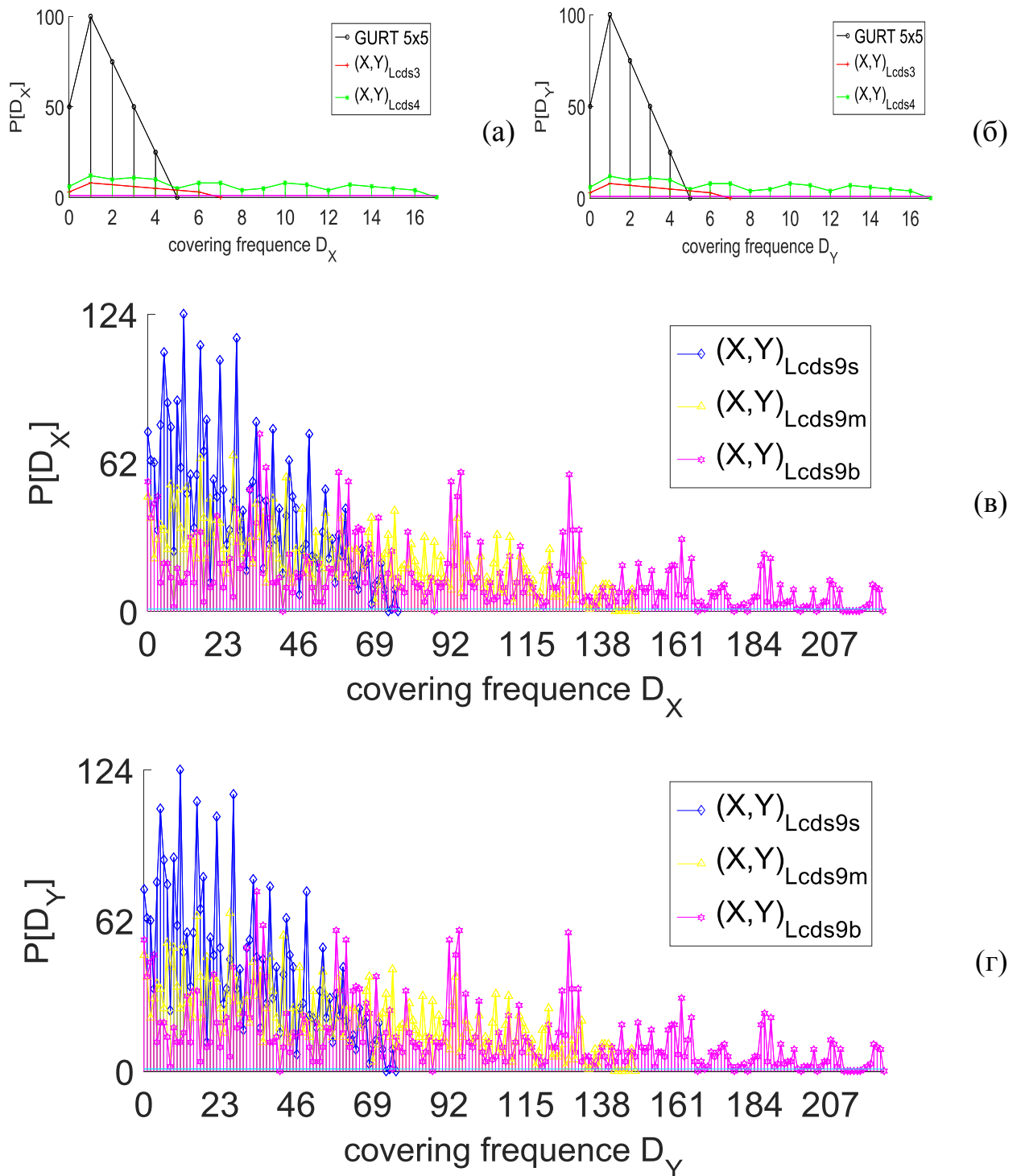


Рис. 5.9 Просторові частоти, вкриті АР: ГУРТ ($GURT\ 5 \times 5$), $(X,Y)_{Lcds3}$, $(X,Y)_{Lcds4}$, $(X,Y)_{Lcds9s}$, $(X,Y)_{Lcds9m}$ та $(X,Y)_{Lcds9b}$.

Табл. 5.4 Короткий опис характеристик параметрів антени підрешітки ГУРТ, і АР розроблених на основі латинських квадратів, що використовують ЦРМ як елементи

	ГУРТ 5x5	(X, Y) Lcds3	(X, Y) Lcds4	(X, Y) Lcds9s	(X, Y) Lcds9m	(X, Y) Lcds9b
MBW, °	67.8867	47.2004	17.0439	4.1843	2.1988	1.3992
SLL, дБ	-19.6258	-9.9276	-11.8085	-18.5061	-18.7253	-18.8069
Кількість елементів АР	25	9	16	81	81	81
Площа, d^2	25	49	289	5776	21904	49729
Час розрахунку, секунди	3.039379	1.963207	2.373630	7.270354	7.191380	7.460928

Неважко побачити наступні моменти з наведених вище результатів моделювання:

1) Оскільки ЦРМ того самого порядку має кілька різних варіантів, саме коли число елементів визначено, модуль відрізняється, і надмірність просторової частоти також змінюється, тому матриця латинського квадрата, яка використовує ЦРМ як елемент, також матиме ту саму кількість варіантів. Просторовий розподіл та характеристики ДС згенерованої АР також відповідно змінюються.

2) Порівняно із вихідною матрицею латинського квадрата з натуральними числами як елементи, матриця латинського квадрата, що використовує ЦРМ як елементи має кращі властивості і велику різноманітність при синтезі АР. За умови забезпечення повного покриття

просторової частоти, що охоплює більший простір, ширина основної пелюстки ДС нижче, а рівень бічної пелюстки ДС істотно не погіршується.

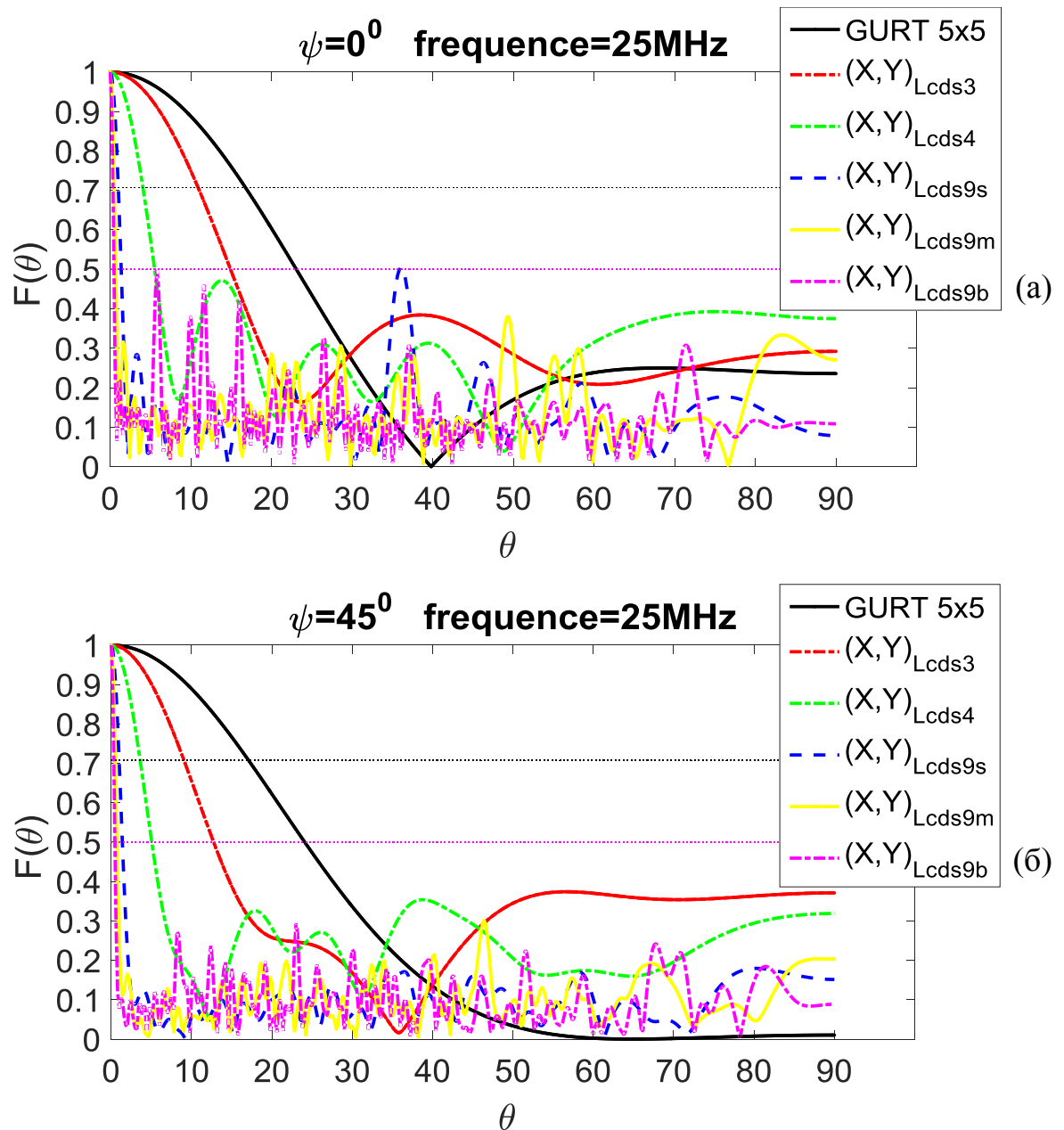


Рис. 5.10 Переріз нормованої ДС секції в різних площинах Ψ на відповідній частоті – 25 МГц для підрешітки ГУРТ (GURT 5x5) та АР розроблені на основі латинських квадратів 3-го $((X,Y)_{Lcds3})$, 4-го $((X,Y)_{Lcds4})$, і 9-го $((X,Y)_{Lcds9s})$, $((X,Y)_{Lcds9m})$, $((X,Y)_{Lcds9b})$ порядків використовують ЦРМ як елементи.

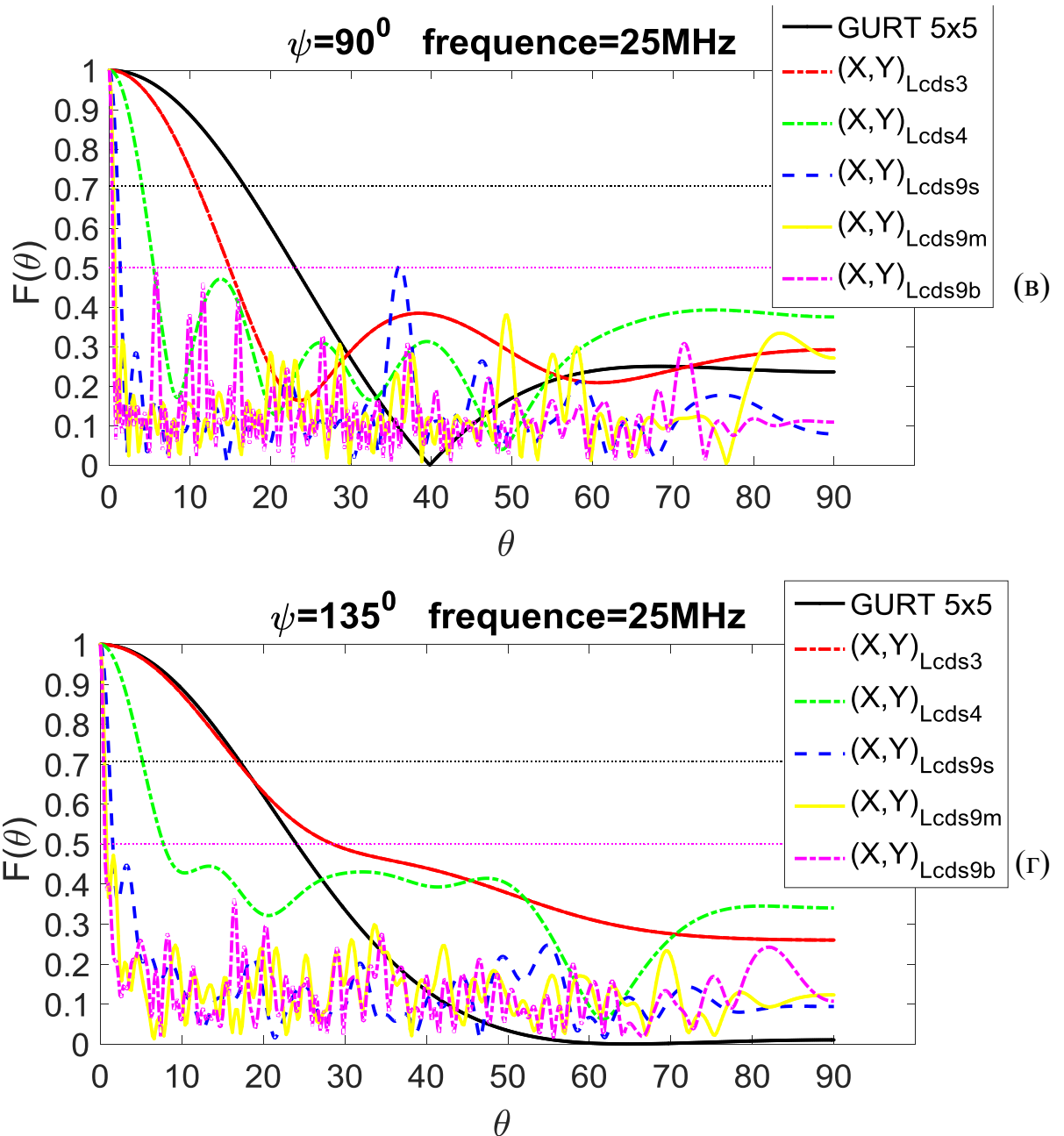


Рис. 5.10 (Продовження)

3) Подібно до матриці латинського квадрата з безпервними натуральними числами як елемента, використання матриць латинського квадрата використовують ЦРМ як елементи відповідно до традиційного методу синтезу, синтезована АР розподіляється у віялоподібній області у верхньому лівому куті площини XOY і не заповнює весь простір. Необхідно додатково розглянути нові методи синтезу, щоб результуюча АР заповнювала простір настільки рівномірно, наскільки це можливо.

5.4 Використання одиничної трикутної матриці та трикутних матриць латинського квадрата

У лінійній алгебрі трикутна матриця являє собою спеціальну квадратну матрицю, в якій всі елементи нижче (або вище) головної діагоналі дорівнюють нулю [30-31], і якщо всі елементи головної діагоналі (верхньої або нижньої) трикутної матриці одиниці, матриця називається (верхньою або нижньою) унітрикутною, всі унітрикутні матриці є уніпотентними.

У розділі розглянуто можливість синтезу AP за допомогою нижніх унітрикутних матриць, які поводяться наступним чином:

$$UniTriO(n) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \end{bmatrix} = \text{tril}[\text{Ones}(n)], \quad (5.15)$$

$$UniTriL(n) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ n & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ n-1 & n & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 3 & 4 & 5 & \cdots & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & \cdots & n & 1 \end{bmatrix} = \text{tril}[L_n], \quad (5.16)$$

де $\text{Ones}(n)$ - означає матрицю розміром $n \times n$ матриці одиниць або матрицю, де кожен елемент дорівнює одиниці [31]. Матриця (5.16) фактично отримується шляхом встановлення нулевих елементів вище за діагональ латинського квадрата (5.5).

Враховуючи формальні правила поводження з матрицями, маємо більші можливості для подальшого поліпшення. Якщо співвідношення (1.8) виразити в матричній формі, то:

$$X = \begin{bmatrix} S_{1,1} & S_{1,2} & S_{1,3} & \cdots & S_{1,n-1} & S_{1,n} \\ S_{2,1} & S_{2,2} & S_{2,3} & \cdots & S_{2,n-1} & S_{2,n} \\ S_{3,1} & S_{3,2} & S_{3,3} & \cdots & S_{3,n-1} & S_{3,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ S_{n-1,1} & S_{n-1,2} & S_{n-1,3} & \cdots & S_{n-1,n-1} & S_{n-1,n} \\ S_{n,1} & S_{n,2} & S_{n,3} & \cdots & S_{n,n-1} & S_{n,n} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{S} \bullet \mathbf{UniTriO}^T, \quad (5.17)$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} S_{1,1} & S_{1,2} & S_{1,3} & \cdots & S_{1,n-1} & S_{1,n} \\ S_{2,1} & S_{2,2} & S_{2,3} & \cdots & S_{2,n-1} & S_{2,n} \\ S_{3,1} & S_{3,2} & S_{3,3} & \cdots & S_{3,n-1} & S_{3,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ S_{n-1,1} & S_{n-1,2} & S_{n-1,3} & \cdots & S_{n-1,n-1} & S_{n-1,n} \\ S_{n,1} & S_{n,2} & S_{n,3} & \cdots & S_{n,n-1} & S_{n,n} \end{bmatrix} = \mathbf{UniTriO} \bullet \mathbf{S}, \quad (5.18)$$

де X , Y , S – n квадратні матриці. Серед них X , Y , S представляють матрицю абсцис, матрицю ординат і поширену матрицю, що утворює використований магічний/латинський квадрат відповідно. $\mathbf{UniTriO}$ є нижньою унітрикутною матрицею (англійською: unitriangular matrix) матриці одиниць, а оператор «Т» означає транспонування матриці.

Щоб додатково придушувати перешкоди та втрати енергії, підвищувати ефективність і зменшувати надмірність АР, при синтезі АР з використанням латинського квадрата матриця у виразах (5.17) та (5.18) замінюються так, щоб покривати більший простір з тим самим числом елементів антен, та повним покриттям просторових частот, тобто:

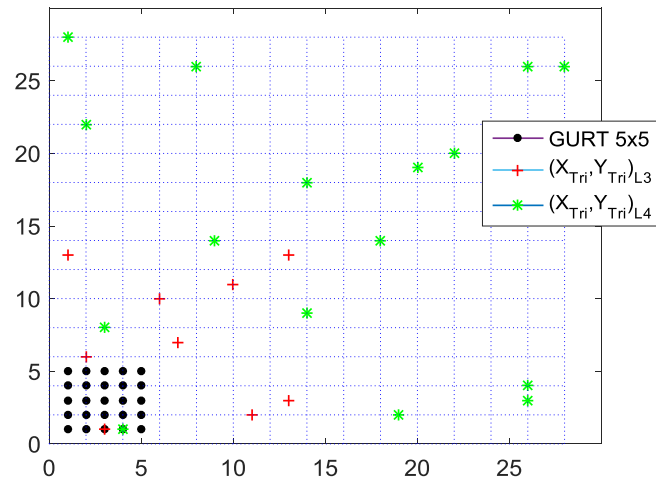
$$X_{Tri} = L_n \bullet \mathbf{UniTriL} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n-1 & n \\ n & 1 & 2 & \cdots & n-2 & n-1 \\ n-1 & n & 1 & \cdots & n-3 & n-2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 3 & 4 & 5 & \cdots & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & \cdots & n & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} 1 & n & n-1 & \cdots & 3 & 2 \\ 0 & 1 & n & \cdots & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 5 & 4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & n \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5.19)$$

$$Y_{Tri} = UniTriL \cdot L_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ n & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ n-1 & n & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 3 & 4 & 5 & \cdots & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & \cdots & n & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n-1 & n \\ n & 1 & 2 & \cdots & n-2 & n-1 \\ n-1 & n & 1 & \cdots & n-3 & n-2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 3 & 4 & 5 & \cdots & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & \cdots & n & 1 \end{bmatrix}, \quad (5.20)$$

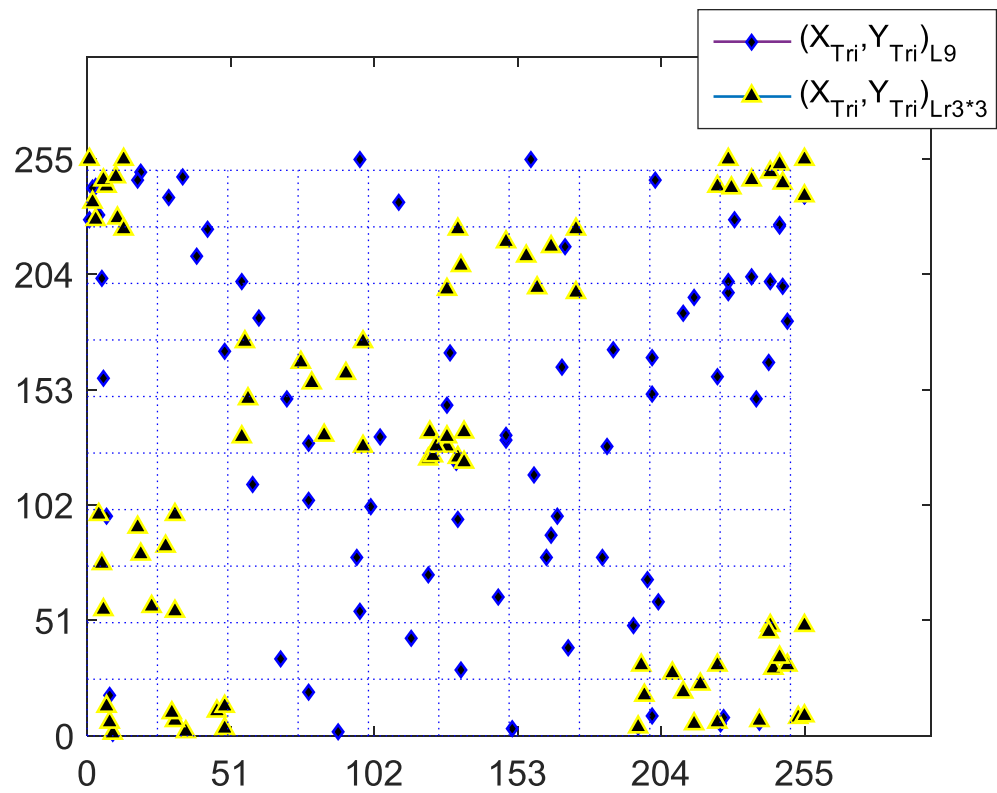
де - n квадратні матриці, представляють матрицю абсцис і матрицю ординат відповідно, отриманих за новим методом з використанням трикутної матриці.

Так само матриці латинського квадрата 3-го, 4-го і 9-го порядку, тобто. L_3 , L_4 , L_9 , з вкладеною матрицею латинського квадрата 3-го порядку L_{r3*3} , використані як приклади, і новий метод формування їх за допомогою відповідної трикутної матриці використовуються для синтезу решітки антени. Наведені вище формули (1.8) використовуються для розрахунку ДС, середнього рівня бічних пелюсток та просторової частоти відповідно. Розташовані в просторі спроектованої антени на основі матриць L_3 , L_4 , L_{r3*3} , за новим методом з використанням трикутної матриці, і решітки ГУРТ показані на рис. 5.11. А відповідні їм просторові частоти абсциси та ординати показані на рис. 5.12. Результати моделювання порівняння ДС, що відповідають частоті - 25 МГц, наведено на рис. 5.13. Відповідні параметри ДС і час обчислення цих АР показані в табл. 5.5

Розташування елементів решітки ГУРТ (GURT 5x5) та АР розроблені на основі латинських квадратів 3-го ($(X_{Tri}, Y_{Tri})_{L3}$), 4-го ($(X_{Tri}, Y_{Tri})_{L4}$), 9-го ($(X_{Tri}, Y_{Tri})_{L9}$) порядків і вкладеної матриці латинського квадрата 3-го порядку ($(X_{Tri}, Y_{Tri})_{Lr3*3}$) за новим методом, що використовує трикутну матрицю, показані на рис. 5.11.



(a)



(b)

Рис. 5.11 Координати елементів AP: ГУРТ (GURT 5x5), $(X_{Tri}, Y_{Tri})_{L3}$, $(X_{Tri}, Y_{Tri})_{L4}$, $(X_{Tri}, Y_{Tri})_{L9}$ та $(X_{Tri}, Y_{Tri})_{Lr3*3}$.

Просторові частоти покриття по осях x і y для решітки ГУРТ (GURT 5×5) та АР розроблених на основі латинських квадратів 3-го $((X_{Tri}, Y_{Tri})_{L3})$, 4-го $((X_{Tri}, Y_{Tri})_{L4})$, 9-го $((X_{Tri}, Y_{Tri})_{L9})$ порядку та вкладеної матриці латинського квадрата 3-го порядку $((X_{Tri}, Y_{Tri})_{Lr3*3})$ за новим методом використовуючи трикутну матрицю, показані на рис. 5.12.

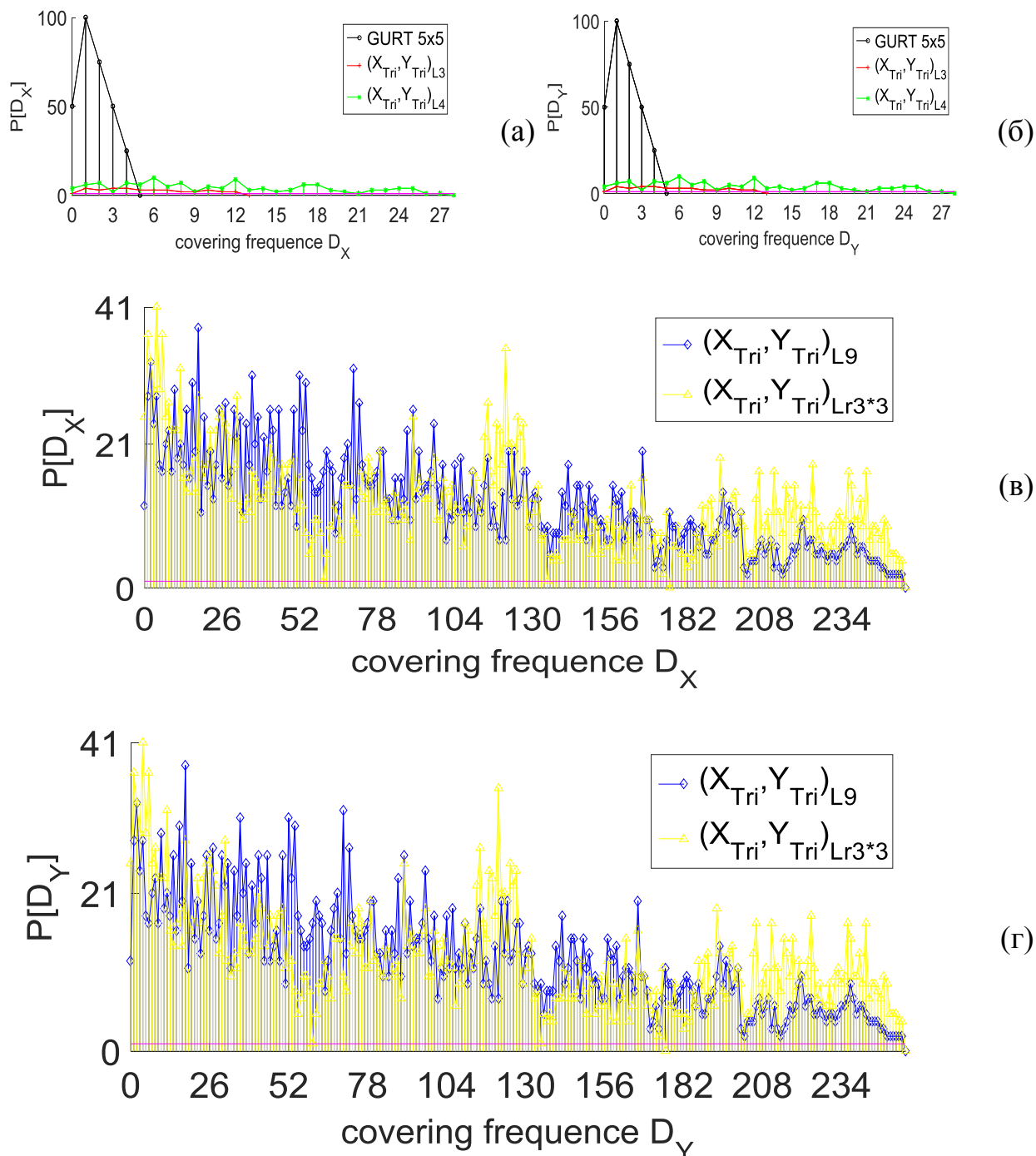


Рис. 5.12 Просторові частоти, вкриті АР: ГУРТ (GURT 5×5), $(X_{Tri}, Y_{Tri})_{L3}$, $(X_{Tri}, Y_{Tri})_{L4}$, $(X_{Tri}, Y_{Tri})_{L9}$, $(X_{Tri}, Y_{Tri})_{Lr3*3}$.

Табл. 5.5 Короткий опис характеристик параметрів антени підрешітки ГУРТ, і АР розроблених на основі латинських квадратів за новим методом

	ГУРТ 5x5	(X_{Tri}, Y_{Tri}) L3	(X_{Tri}, Y_{Tri}) L4	(X_{Tri}, Y_{Tri}) L9	(X_{Tri}, Y_{Tri}) Lr3*3
MBW, °	67.8867	21.6813	10.4697	1.3992	1.3992
SLL, дБ	-19.6258	-9.8433	-11.9922	-18.7964	-18.6177
Кількість елементів АР	25	9	16	81	81
Площа, d^2	25	169	784	65025	65025
Час розрахунку, секунди	2.462642	1.940133	2.251281	7.007086	6.812028

Неважко побачити наступні моменти з наведених вище результатів моделювання:

1) Новий метод ефективно розширює область покриття АР, синтезованої з використанням латинського квадрата з використанням трикутної матриці, додатково звужує основний пелюсток, а бічні пелюстки практично не змінюються порівняно з АР, яку згенеровано з використанням латинського квадрата за попереднім методом (1.8).

2) Просторова частота АР, синтезованої новим методом, все ще повністю покрита, і розподіл елементів АР нелінійний і відносно рівномірний на просторовій площині, тобто це не викликає істотної різниці у продуктивності при зміні кута Ψ .

3) АР, синтезовані новим методом, все ще масштабуються: зі збільшенням порядку матриці число елементів АР збільшується, структура

ДС АР безперервно оптимізується, а просторова частота залишається повністю покритою, проте економічні витрати зростають – це єдиний недолік.

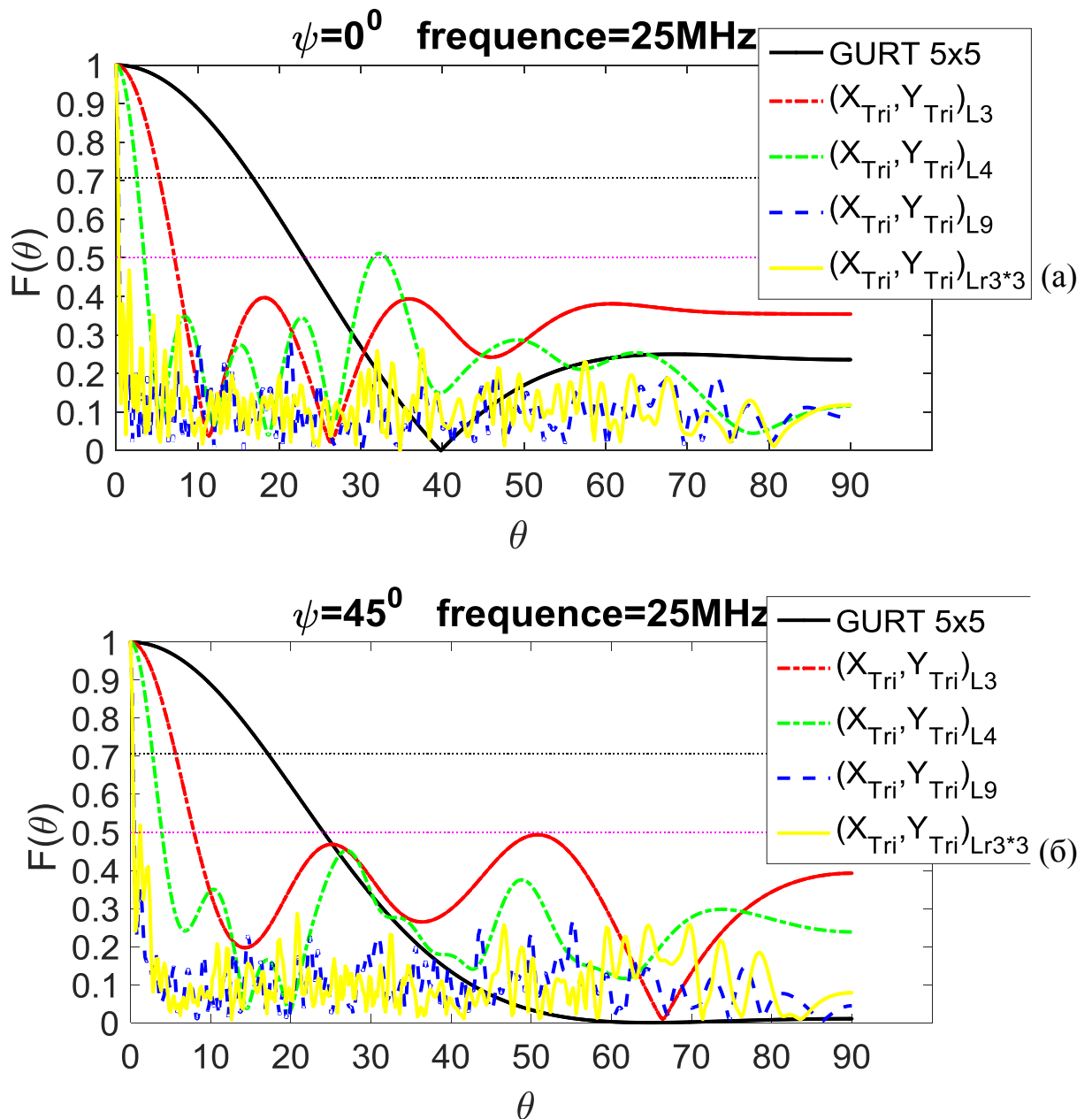


Рис. 5.13 Переріз нормованої ДС секції в різних площинах Ψ для відповідної частоти – 25 МГц для підreshітки ГУРТ (GURT 5x5) та АР розроблених на основі латинських квадратів 3-го $((X_{Tri}, Y_{Tri})_{L3})$, 4-го $((X_{Tri}, Y_{Tri})_{L4})$, 9-го $((X_{Tri}, Y_{Tri})_{L9})$ порядків та вкладеної матриці латинського квадрата 3-го порядку $((X_{Tri}, Y_{Tri})_{Lr3*3})$ за новим методом, використовуюючи трикутну матрицю.

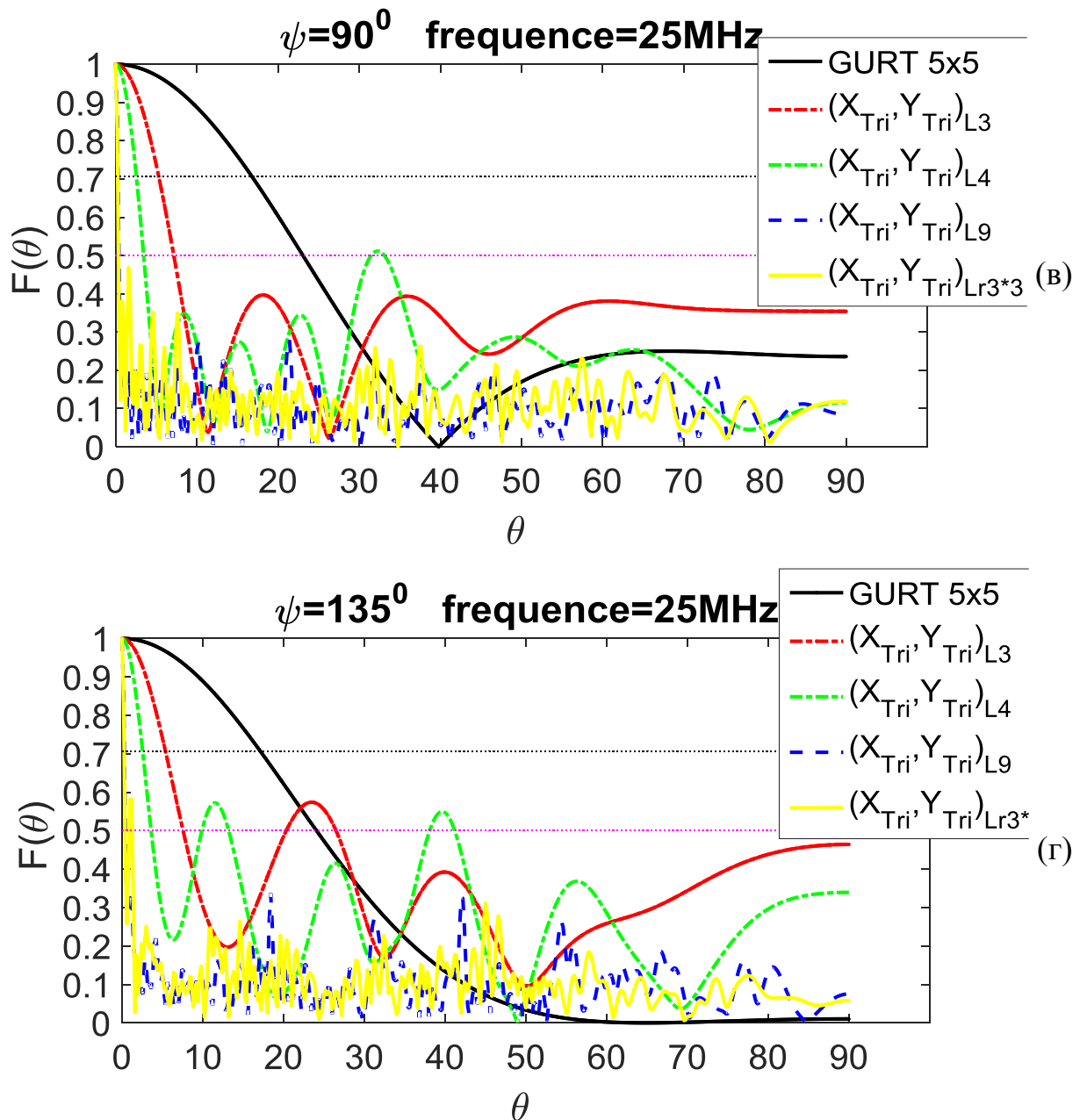


Рис. 5.13 (Продовження)

4) У цьому методі все ще є можливості для вдосконалення та надається нова ідея: можна використовувати інші матриці для подальшої оптимізації та покращення, щоб синтезовані АР з певною кількістю елементів покривали великі просторові частоти якомога більш рівномірно.

5.5 Комплексний аналіз характеристик методів проектування AP із використанням різних математичних концепцій

Всебічно проаналізувавши методи, наведені вище, можна сформулювати вимоги до подальшого поліпшення та напряму досліджень. Визначимо кількість елементів AP, що дорівнює 25, використовуючий магічний квадрат 5-го порядку M_5 , Латинський квадрат 5-го порядку L_5 , матрицю латинського квадрата 5-го порядку з використанням ЦРМ як елемент L_{cds5} і верхню трикутну матрицю латинського квадрата 5-го порядку $UniTriL_5$ наступним чином:

$$M_5 = \begin{bmatrix} 17 & 24 & 1 & 9 & 15 \\ 23 & 5 & 7 & 14 & 16 \\ 4 & 6 & 13 & 20 & 22 \\ 10 & 12 & 19 & 21 & 3 \\ 11 & 18 & 25 & 2 & 9 \end{bmatrix}, \quad (5.21)$$

$$L_5 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5.22)$$

$$M_{cds5} = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 7 & 12 & 14 \\ 14 & 3 & 6 & 7 & 12 \\ 12 & 14 & 3 & 6 & 7 \\ 7 & 12 & 14 & 3 & 6 \\ 6 & 7 & 12 & 14 & 3 \end{bmatrix}, \quad (5.23)$$

$$UniTriL_5 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5.24)$$

Наведені формули (5.19) та (5.20) використані для розрахунку ДС, середнього рівня бічних пелюсток та просторової частоти відповідно. Розташування в просторі спроектованої антени на основі матриць M_5 , L_5 , $L_{c ds5}$ за старим методом (1.8), а L_5 і $UniTriL_5$ за новим методом, використовуючи трикутну матрицю, і решітки ГУРТ показані на рис. 5.14. А відповідні їм просторові частоти абсциси та ординати показані на рис. 5.15. Результати моделювання порівняння ДС, що відповідають частоті – 25 МГц, наведено на рис. 5.16. Відповідний параметр ДС і час обчислення цих АР показані в табл. 5.6.

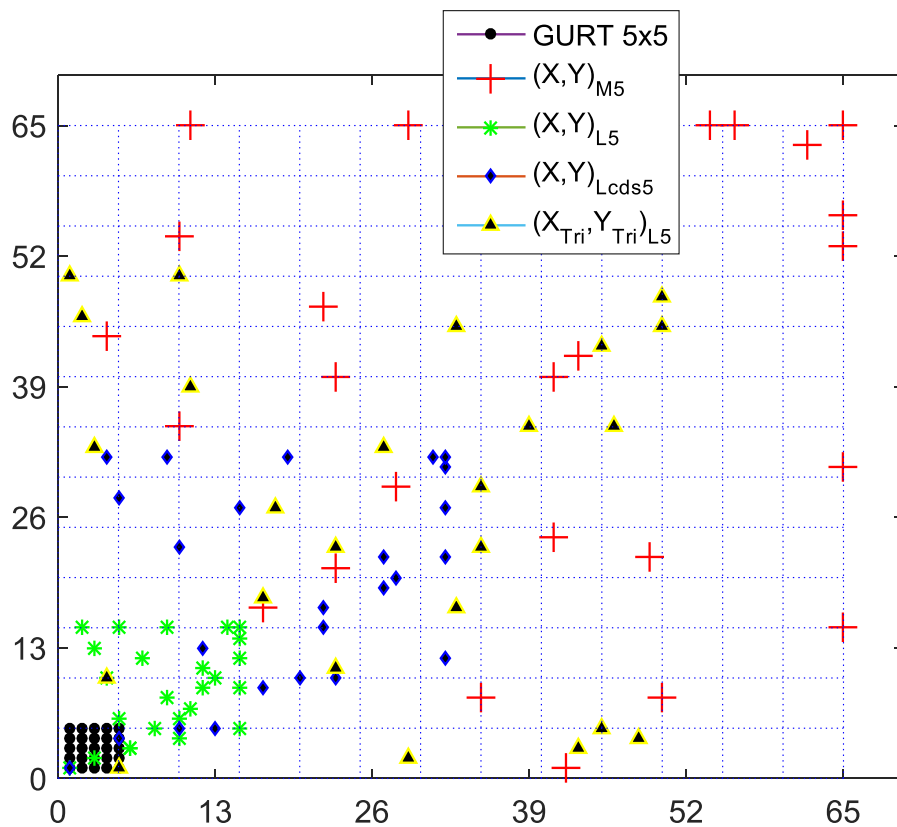


Рис. 5.14 Розташування елементів підрешітки ГУРТ (GURT 5x5) та АР, розроблених на основі магічних квадратів 5-го порядку ((X,Y)_{M5}), латинських квадратів 5-го порядку ((X,Y)_{L5}), латинських квадратів 5-го порядку використовують ЦРМ як елементи ((X,Y)_{Lc ds5}) за старим методом синтезу, і латинських квадратів 5-го порядку за новим методом синтезу використовуючи його трикутну матрицю ((X_{Tri}, Y_{Tri})_{L5}).

Просторові частоти, покриті по осях x і y для решітки ГУРТ (GURT 5×5) та AP, розроблених на основі магічних квадратів 5-го порядку $((X, Y)_{M5})$, латинських квадратів 5-го порядку $((X, Y)_{L5})$, латинських квадратів 5-го порядку, що використовують ЦРМ як елементи $((X, Y)_{Lcds5})$ за старим методом синтезу, і латинських квадратів 5-го порядку за новим методом синтезу, використовуючи його трикутну матрицю $((X_{Tri}, Y_{Tri})_{L5})$, показані на рис. 5.15.

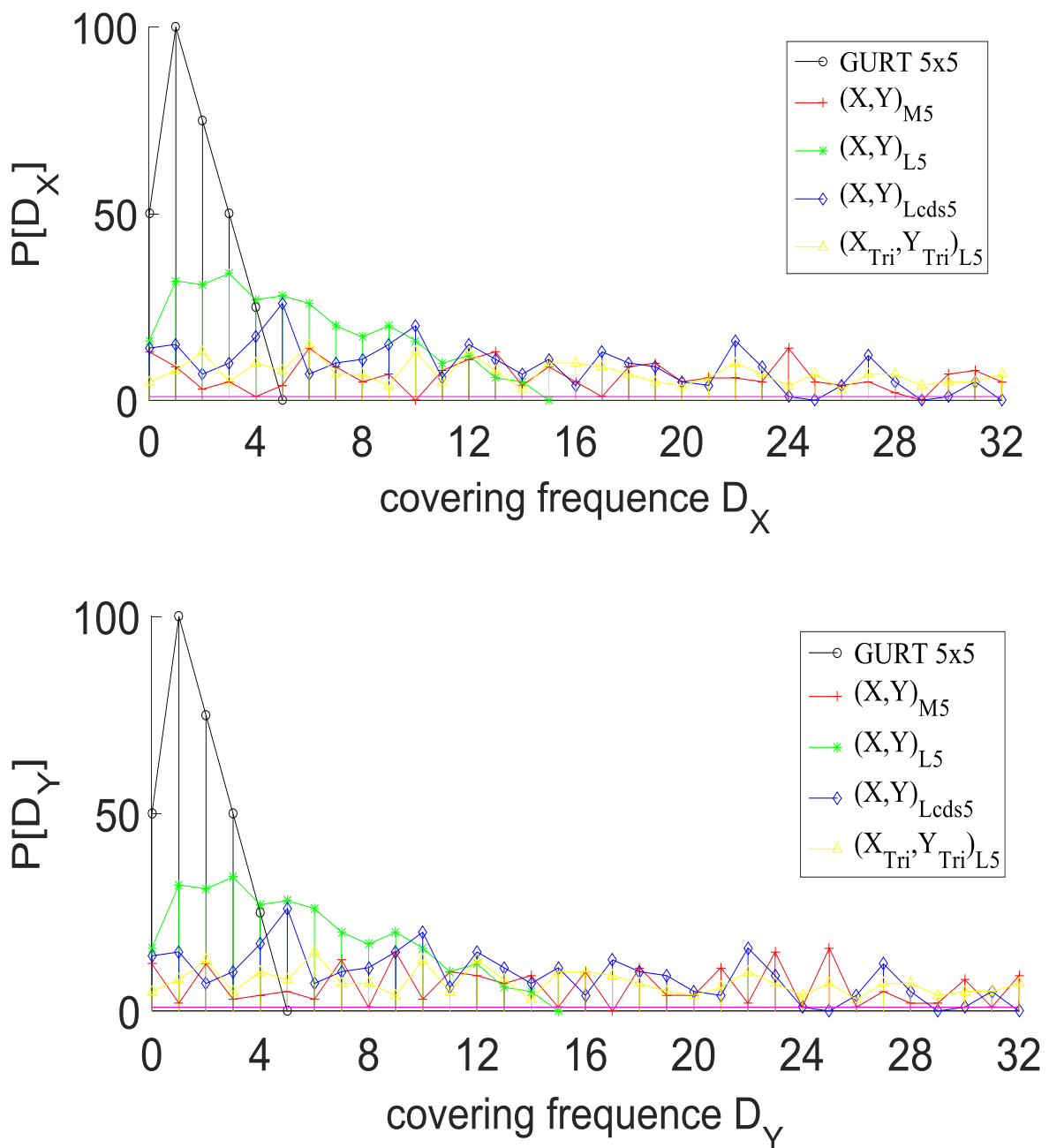


Рис. 5.15 Просторові частоти, вкриті AP: ГУРТ (GURT 5×5), $(X, Y)_{M5}$, $(X, Y)_{L5}$, $(X, Y)_{Lcds5}$, $(X_{Tri}, Y_{Tri})_{L5}$.

Табл. 5.6 Короткий опис характеристик параметрів антенної системи підрешітки ГУРТ та АР розроблених з магічним/латинським квадратом 5-го порядку.

	ГУРТ 5x5	$(X, Y)_{M5}$	$(X, Y)_{L5}$	$(X, Y)_{Lcds5}$	$(X_{Tri}, Y_{Tri})_{L5}$
MBW, °	67.8867	4.8595	21.6280	7.7957	6.1966
SLL, дБ	-19.6258	-13.9877	-14.1335	-14.0626	-14.0258
Кількість елементів АР	25	25	25	25	25
Площа, d^2	25	4225	225	1764	2500
Час розрахунку, секунди	3.145462	2.905225	2.780467	2.852933	2.972460

На підставі наведених вище результатів спільного моделювання комплексний порівняльний аналіз представлений таким чином:

1) Коли використовується певна кількість елементів АР, ширина основної пелюстки та середній рівень бічних пелюсток ДС, є умовами для оптимального проектування АР, і, враховуючи закон збереження енергії, вони не можуть бути оптимізовані одночасно, тобто скорочення ширини основної пелюстки повинно супроводжуватися збільшенням рівня бічних пелюсток. Тим не менш, можна збалансувати ці дві умови, регулюючи та змінюючи положення елементів решітки (тобто оптимізуючи конструкцію АР), щоб отримана ДС АР при збереженні хороших бічних пелюсток ДС (без значного погіршення) мала максимально вузьку ширину основної пелюстки ДС.

2) АР, синтезовані з використанням магічного квадрата та матриці латинського квадрата використовуючи ЦРМ як елемент, не можуть повністю

покрити всю область просторових частот, і відповідні бічні пелюстки ДС отриманих АР є більш «брудними».

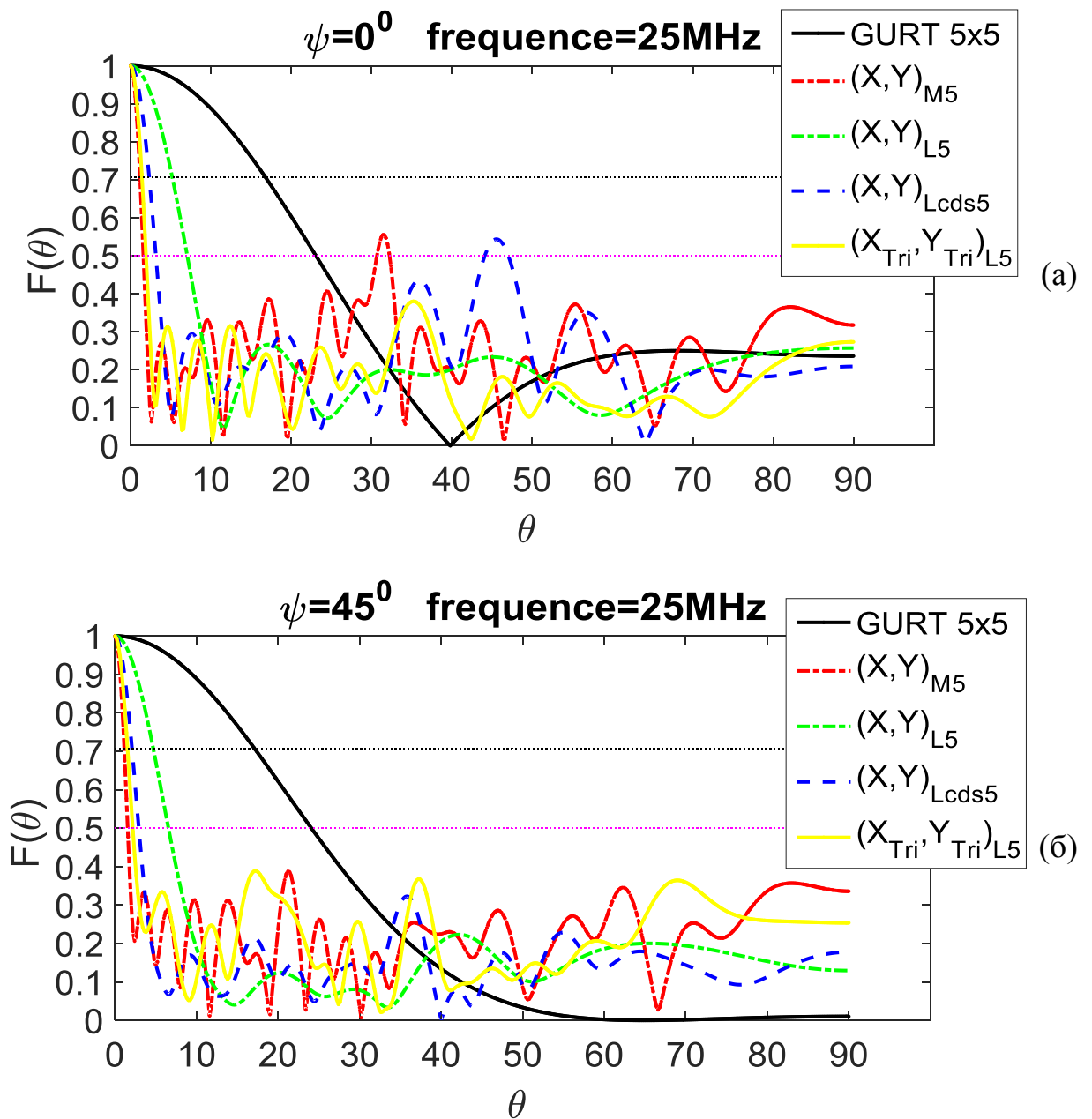


Рис. 5.16 Перетин нормованої ДС секції в різних площинах Ψ на відповідній частоті – 25 МГц для решіток ГУРТ (GURT 5x5) та АР розроблених на основі магічних квадратів 5-го порядку $((X,Y)_{M5})$, латинських квадратів 5-го порядку $((X,Y)_{L5})$, латинських квадратів 5-го порядку, використовуючи ЦРМ як елементи $((X,Y)_{Lcds5})$ за старим методом синтезу, і латинських квадратів 5-го порядку за новим методом синтезу, використовуючи його трикутну матрицю $((X_{Tri}, Y_{Tri})_{L5})$.

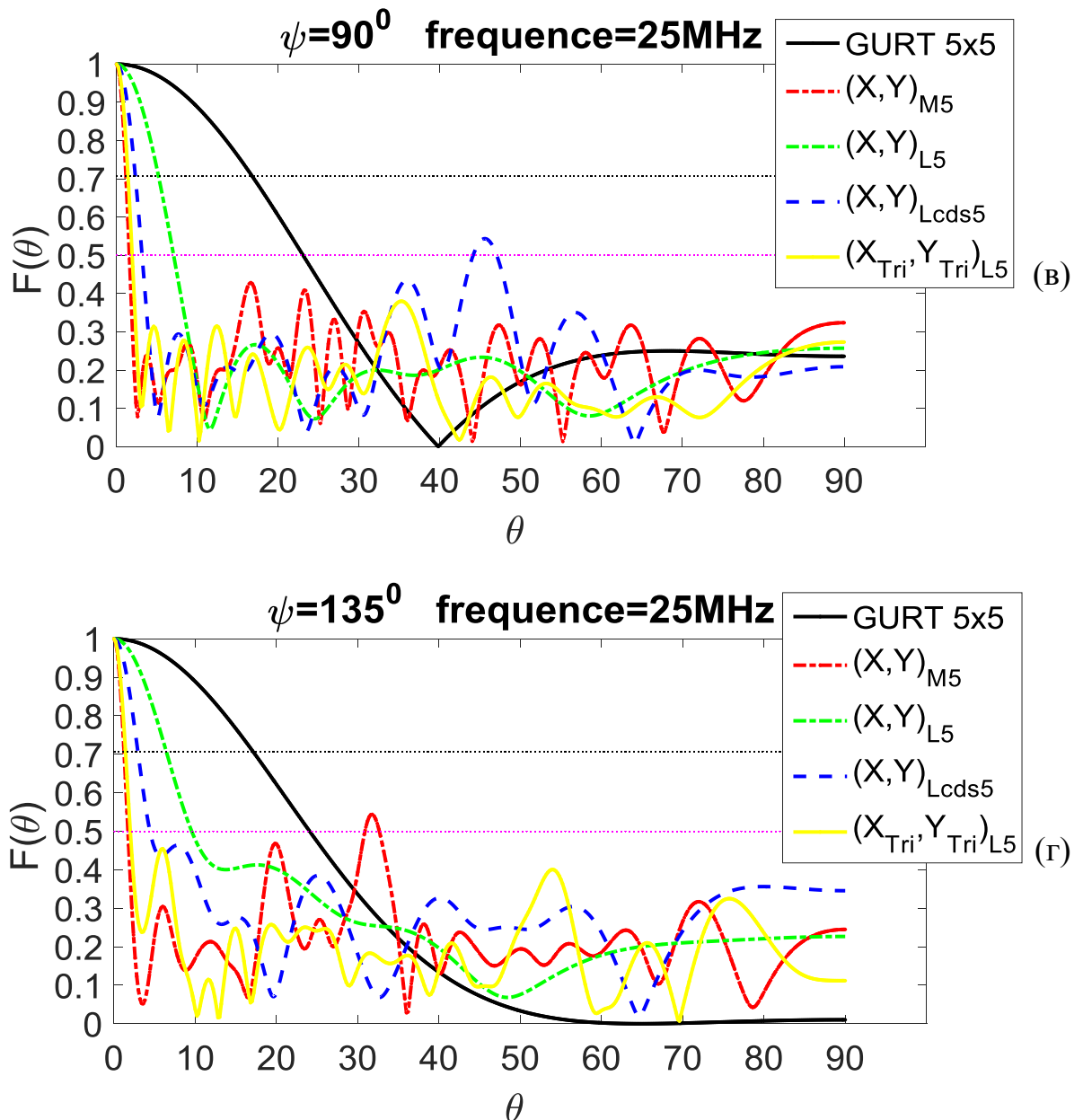


Рис. 5.16 (Продовження)

3) У порівнянні з магічним квадратом, просторова частота AP, синтезованої з використанням матриці латинського квадрата, повністю узгоджена по осях x та y і має кращу просторову симетрію.

4) Матриця латинського квадрата з безперервними натуральними числами як елементи може забезпечити повне покриття просторової частоти і, надалі, використовувати її нижню трикутну матрицю для синтезу AP, що може розширити ефективну площу і ще більше розширити простір розподілу елементів AP, забезпечуючи при цьому повне покриття просторової частоти.

Розташування робить ширину основної пелюстки ДС АР більш вузькою, і завдяки правильному положенню елементів АР рівень бічних пелюсток ДС також може підтримуватися без погіршення.

5.6 Висновок до розділу 5

Розглянуті нові підходи до конструювання нееквідистантних розріджених АР на основі використання таких математичних конструкцій, як магічні квадрати, латинські квадрати, в тому числі з елементами у вигляді ЦРМ, дозволили отримати ряд унікальних властивостей таких як:

1) **Простота та ефективність.** Порівняно з традиційним методом проектування розріджених АР, запропонований метод дозволяє уникнути багатовимірної складної нелінійності конструкції оптимізації АР й використовує прості загальні математичні концепції для проектування антенних решіток за допомогою множення матриць, вкладення матриць, генерації матричних елементів. Таким чином за допомогою запропонованого методу нарешті реалізовано простий та ефективний метод дизайну АР.

2) **Регулярність та масштабованість.** Математичні поняття, що використовуються (магічний квадрат/латинський квадрат/ЦРМ/трикутна матриця) можуть бути розширені в міру збільшення порядку відповідно до певного закону. Тобто шляхом безперервного збільшення порядку матриці, АР, синтезовані з використанням цих матриць, можуть бути досить великими.

3) **Нелінійність та багатомірність.** По суті проектування АР за допомогою цих математичних концепцій є нелінійним методом, який використовує лінійну форму (матрицю). Матриця тут використовується не для розв'язання лінійних рівнянь, а для генерації/еволюції координат АР. Використовуючи множення різних матриць (ліве множення/праве множення) та перетворення матриць можна генерувати координатні матриці різних

розмірів, тобто застосування цього методу для проектування AP є багатовимірним. З іншого боку, різні обмеження можуть бути виражені у вигляді матриці і впливати на спроектовану матрицю координат AP за допомогою множення матриць, це також показує, що запропонований метод застосовується до багатовимірних обмежень.

4) **Перспективність.** Створено новий інноваційний метод, який відрізняється від попередніх утворенням нової системи мислення для проектування AP, є актуальним і перспективним для подальшого використання і розвитку. Основою методу є проста але неординарна ідея, коли за допомогою матриці нелінійне завдання виражається в лінійній формі, що є досить простим але ефективним рішенням. У майбутньому повний набір систем проектування оптимізації AP може бути сформований шляхом додавання, об'єднання, модифікації та заміни на інші нові математичні концепції, які зі змінами часу, появою нових концепцій, будуть розвиватися та прогресувати. В ситуації коли кількість проєктованих AP є достатньою, і порядок матриці досить високий, можуть бути створені відповідні бази знань для класифікації AP, систематичного вивчення характеристик розріджених AP та геометричного характеру розподілу їх елементів.

ВИСНОВКИ

В роботі розглянуто загальні питання синтезу антенних решіток (АР), їх переваги та недоліки, основні параметри, методи синтезу нееквідистантних решіток, а також запропоновано алгоритм розрахунку координат елементів ряду розріджених плоских нееквідистантних АР з використанням спеціальних матричних квадратів, таких як латинський квадрат, магічний квадрат, трикутний квадрат, квадрат одиниць тощо. Вивчено діаграми спрямованості та просторові частоти, а також оцінено рівні бічних пелюсток антен, отримані на основі різних квадратів/матриць.

Основні результати отримані в роботі полягають у наступному:

1) Вперше було запропоновано побудову нееквідистантної АР на основі латинських квадратів. При цьому координати АР розраховуються за тим самим алгоритмом, що і при побудові АР на основі магічного квадрата, в якому використовуються значення елементів «латинського» квадрата. Алгоритм заснований на використанні значень елементів матриці генератора (що утворюють квадрат) як основи для інтерферометра, утвореного сусідніми елементами. Вивчено закономірності напрямків та оцінено рівень бічних пелюсток отриманих АР. Результати показали, що отримана АР забезпечує повне покриття просторової частотної сітки в зоні розміщення компонентів, але зі значним коефіцієнтом резервування. Усунення надмірності антенної решітки на основі латинського квадрата фактично не впливає на ширину головної пелюстки, але може значно зменшити коефіцієнти заповнення та надмірності. Водночас горизонтальне середнє бічних пелюсток значно збільшується. Показано можливість синтезу великих АР на основі складових квадратів за допомогою вкладеності, що генерує латинські квадрати. Досліджено властивості решітки, отримані при використанні адитивних і мультиплікативних параметрів зміщення та обертання (транспонування). Результати показують, що використання взаємного обертання окремих шарів,

що містяться в синтетичній решітці, може покращити її властивості. Отримані результати відкривають нові можливості для створення нееквідистантних антенних решіток з малими коефіцієнтами заповнення й резервування та прийнятними значеннями бокового випромінювання. За своїми характеристиками вони кращі за використовувану в даний час нееквідистантну двовимірну решітку на основі циклічних різницевих множин (ЦРМ), крім того встановлено, що додавання магічного квадрата з адитивним зсувом елементів до латинського квадрата дає змогу отримати найкращі властивості. Це призводить до утворення нових латинських квадратів, у тому числі при використанні операцій повороту (транспонування).

2) Вперше запропоновано новий метод використання ЦРМ як латинської квадратної матриці для побудови розріджених АР. Алгоритм обчислення координат АР за значеннями елементів латинського квадрата в цьому випадку такий же, як і при побудові решітки на основі магічного квадрата. Він заснований на використанні значень елементів матриці генератора (утворених квадратів) як основи для інтерферометра, утвореного сусідніми елементами. Результати показують, що отримана АР практично повністю покриває просторову частоту області розташування компонента, а коефіцієнт надлишковості досить малий. Було вивчено шаблони АР та оцінено рівні бічних пелюсток нееквідистантних еферентних АР. Можна визначити, що антенна решітка, отримана на основі латинського квадрата з використанням елемента ЦРМ, має кращі характеристики порівняно з АР, створеною Л. Є. Копиловичем, та АР на основі латинського квадрата з використанням як елемента магічного квадрата. Отримані результати відкривають нові можливості для створення нееквідистантних АР з малими коефіцієнтами заповнення та надмірності та допустимими значеннями бокового випромінювання. За своїми характеристиками вони кращі від використовуваних досі плоских розріджених АР, заснованих тільки на ЦРМ. Запропонований алгоритм надає можливість більш гнучко змінювати параметри конструкції (v, k, λ) , що краще відповідає

фактичним потребам. Розроблений метод синтезу нееквідистантної АР може бути використаний в низькочастотних радіотелескопах.

3) Вперше запропоновано новий прямий та ефективний метод генерації розріджених АР на основі латинських квадратів та їх трикутних матриць. Він може забезпечити повне покриття просторової частоти та зменшити надмірність АР та кількість елементів АР. Певною мірою контроль над бічними частками не втрачається надмірно. Головна пелюстка синтетичного масиву дуже вузька, а рівень бічної пелюстки дуже низький. Метод може бути використаний у багатьох сферах і є універсальним. Таку розріджену нееквідистантну двовимірну АР з низьким надлишком можна використовувати в радіолокації, зв'язку, радіоастрономії, радіотерапії, дистанційному зондуванні, автомобілях, біомедичних зображеннях, навігації та багатьох інших областях. Коли кількість елементів АР, синтезованих за допомогою нового методу, велика, весь масив має фіксовану геометричну форму, тобто такий масив може демонструвати незмінно подібні властивості, коли ми обертаємо масив на площині, де розташовано АР.

4) Використання латинського квадрата і його трикутної матриці для побудови АР порівняно з однорідною АР, на робочій частоті 25 МГц дає змогу отримати майже повне покриття просторової частотної сітки в області розміщення компонентів з низьким коефіцієнтом заповнення, що може значно зменшити бічні частки, вирівняти й покращити охоплення просторової частоти. Ніякі інші методи не потребують додавання/видалення додаткових компонентів, таким чином досягаючи повного охоплення просторової частоти.

Зокрема, на основі нових методів побудови неізометричної розрідженої плоскої АР з використанням математичних конструкцій, таких як магічні квадрати та латинські квадрати (включаючи ЦРМ як елементи), можна отримати багато унікальних властивостей, включаючи:

1) **Простоту та ефективність.** Метод дозволяє уникнути багатовимірної складної нелінійності традиційного дизайну оптимізації AP, використовує прості загальні математичні концепції та використовує множення матриці, вкладення матриці та генерацію матричних елементів для розробки антенних решіток. Нарешті було реалізовано простий і ефективний метод розробки AP.

2) **Регулярність і масштабованість.** Оскільки використані математичні концепції (магічний квадрат/латинський квадрат/ЦРМ/трикутна матриця) можна розширити зі збільшенням порядку відповідно до певних правил, тобто шляхом постійного підвищення порядку матриці, AP, синтезовані за допомогою цих матриць, можуть бути досить великими.

3) **Нелінійність і багатовимірність.** По суті, розробка AP з використанням цих математичних концепцій є нелінійним підходом із використанням лінійних форм (матриць). Матриця в даному випадку використовується не для вирішення лінійних рівнянь, а для генерації/еволюції координати AP. Використовуючи множення (множення ліворуч/множення праворуч) і матричне перетворення різних матриць, можна генерувати координатні матриці різного розміру, це значить, що проектування AP за допомогою цього методу є багатовимірним. З іншого боку, різні обмеження можуть бути виражені у вигляді матриць і впливати на проєктовану матрицю координат AP через множення матриць, це також показує, що цей метод підходить для багатовимірних обмежень.

4) **Нова перспектива.** Це абсолютно новий метод, що відрізняється від раніше створеного, утворенням нової системи мислення для проектування AP, яка має хороші та широкі перспективи. Основа чітка, а рівні прозорі. За допомогою матриць нелінійні завдання виражаються в лінійній формі, яка є простою та ефективною й має сильну масштабованість. У майбутньому, шляхом додавання, поєднання, модифікації та заміни інших нових математичних концепцій, можна сформулювати повну систему оптимізації

проектування AP, яка в міру зміни часу та появи нових концепцій буде розвиватися та прогресувати. І коли кількість проєктованих AP достатня, а порядок матриці досить високий, можна створити відповідну базу знань для класифікації AP, систематично вивчаючи характеристики розріджених AP, а також геометричні властивості розподілу їх елементів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Rocca P., Oliveri G., Mailloux R. J., Massa An. Unconventional phased array architectures and design methodologies. *A Review, Proc. of the IEEE*. 2016. Vol. 104, No. 3. P. 544–560. <https://doi.org/10.1109/JPROC.2015.2512389>
2. Ishimaru A. Theory of unequally-spaced arrays. *IRE Transactions on Antennas and Propagation*. 1962. Vol. 10. No. 6. P. 691–702. <https://doi.org/10.1109/TAP.1962.1137952>
3. Jain R., Mani G. S. Solving “antenna array thinning problem” using genetic algorithm. *Applied Computational Intelligence and Soft Computing*. 2012. Vol. 2012. Article ID 946398. 14 p. <https://doi.org/10.1155/2012/946398>
4. Haupt R. L. Thinned arrays using genetic algorithms. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 1994. Vol. 42. No. 7. P. 993–999. <https://doi.org/10.1109/8.299602>
5. Mahanti G. K., Pathak N., Mahanti P. K. Synthesis of thinned linear antenna arrays with fixed sidelobe level using real-coded genetic algorithm. *Progress in Electromagnetics Research*. 2007. Vol. 75. P. 319–328. <http://dx.doi.org/10.2528/PIER07061304>
6. Zhang L., Jiao Y. C., Chen B., Li H. Orthogonal genetic algorithm for planar thinned array designs. *International Journal of Antennas and Propagation*. 2012. Vol. 2012. Article ID 319037. 7 p. <https://doi.org/10.1155/2012/319037>
7. Goudos S. K., Sahalos J. N. Design of large thinned arrays using different biogeography-based optimization migration models. *International Journal of Antennas and Propagation*. 2016. Vol. 2016. Article ID 5359298. 11 p. <https://doi.org/10.1155/2016/5359298>

8. Oliveri G., Manica L., Massa A. ADS-based guidelines for thinned planar arrays. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 2010. Vol. 58. No. 6. P. 1935–1948. <https://doi.org/10.1109/TAP.2010.2046858>
9. Jiang Q., Chen J. X., Liu D. Binary inheritance learning particle swarm optimisation and its application in thinned antenna array synthesis with the minimum sidelobe level. *IET Microwaves, Antennas & Propagation*. 2015. Vol. 9. No. 13. P. 1386–1391. <https://doi.org/10.1049/iet-map.2015.0071>
10. Quevedo-Teruel O., Rajo-Iglesias E. Ant colony optimization in thinned array synthesis with minimum sidelobe level. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*. 2006. Vol. 5. P. 349–352. <https://doi.org/10.1109/LAWP.2006.880693>
11. Keizer W. P. M. N. Linear array thinning using iterative FFT techniques. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 2008. Vol. 56. No. 8. P. 2757–2760. <https://doi.org/10.1109/TAP.2008.927580>
12. Keizer W. P. M. N. Large planar array thinning using iterative FFT techniques. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 2009. Vol. 57. No. 10. P. 3359–3362. <https://doi.org/10.1109/TAP.2009.2029382>
13. Wang X. K., Jiao Y. C., Tan Y. Y. Gradual thinning synthesis for linear array based on iterative Fourier techniques. *Progress In Electromagnetics Research*. 2012. Vol. 123. P. 299–320. <http://dx.doi.org/10.2528/PIER11100903>
14. Wang X. K., Wang G. B. A Hybrid Method Based on the Iterative Fourier Transform and the Differential Evolution for Pattern Synthesis of Sparse Linear Arrays. *International Journal of Antennas and Propagation*.

2018. Vol. 2018. Article ID 6309192. P. 1–7.
<https://doi.org/10.1155/2018/6309192>
15. Patent USA. No 4071848. Thinned aperiodic antenna arrays with improved peak side lobe level control / D.C. Leeper. 31/01/1978. <https://patentimages.storage.googleapis.com/30/73/fa/25b9b72c3d3e8a/US4071848.pdf>
 16. Leeper D. G. Isophoric arrays-massively thinned phased arrays with well-controlled sidelobes. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 1999. Vol. 47, No. 12. P. 1825–1835. <https://doi.org/10.1109/8.817659>
 17. Sodin L. G. Some problems of the theory of phased antenna arrays, topical for radio astronomy. *Radiophysics and Radio Astronomy*. 2005. Vol. 10 (Special Release). P. 128–142. <http://dspace.nbuv.gov.ua/bitstream/handle/123456789/103841/08-Sodin.pdf?sequence=1>
 18. Kopilovich L. E., Sodin L. G. *Multielement System Design in Astronomy and Radio Science*. Dordrecht: Springer Netherlands, 2001. 183 p. <https://doi.org/10.1007/978-94-015-9751-7>
 19. Kopilovich L. E., Sodin L. G. Linear non-equidistant array antennas based on difference sets. *Radio Engineering and Electronics*. 1989. Vol. 34. No. 10. P. 2059–2066. https://doi.org/10.1007/978-94-015-9751-7_6
 20. Kopilovich L. E., Sodin L. G. Synthesis of non-equidistant array antennas based on the theory of difference sets. *Radio Engineering and Electronics*. 1994. Vol. 39. No. 3. P. 380–389.
 21. Kopilovich L. E., Sodin L. G. Sectionalized nonequidistant linear array antennas based on difference sets. *Radio Engineering and Electronics*. 1992. Vol. 37. No.12. P. 2155–2160.

22. Kravchenko V. F., Lutsenko V. I., Lutsenko I. V. [et al.] Non-equidistant two-dimensional antenna arrays based on "magic" squares. *Journal of Measurement Science and Instrumentation*. 2017. Vol. 8. No. 3. P. 244–253. <https://doi.org/10.3969/j.issn.1674-8042.2017.03.006>
23. Kravchenko V. F., Lutsenko V. I., Luo Y. [et al.] Non-equidistant two-dimensional antenna arrays based on Latin squares. *Journal of Measurement Science and Instrumentation*. 2019 Vol. 10. No. 1. P.38–48. <https://doi.org/10.3969/j.issn.1674-8042.2019.01.006>
24. Luo Y., Guo Q., Lutsenko V.I., Zheng Y. Nonequidistant Two-Dimensional Antenna Arrays Based on the Structure of Latin Squares Taking Cyclic Difference Sets as Elements. *European Microwave Conference in Central Europe, EuMCE-2019: Conf. Proc.* (Prague, Czech Republic, 13–15 May 2019). Prague, 2019. P. 421–424. <https://ieeexplore.ieee.org/document/8874813/references#references>
25. Handbook of Combinatorial Designs / ed. by C. J. Colbourn, J. H. Dinitz. Chapman and Hall /CRC, 2006. 1016 p. <https://doi.org/10.1201/9781420010541>
26. Axler S. *Linear Algebra Done Right*. Cham : Springer International Publishing, 2014. 340 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-11080-6>
27. Konovalenko A. A., Yerin S. M., Bubnov I. M. et al. Astrophysical studies using small-sized low-frequency new-generation radio telescopes. *Radiophysics and Radio Astronomy*. 2016 Vol. 21. No.2. P. 83–131. <https://doi.org/10.15407/rpra21.02.083>

28. Konovalenko A. A. Progress in low-frequency radio astronomy and I.S. Shklovskii's contribution to its development. *Astron. Rep.* 2017. Vol. 61. P. 317–323. <https://doi.org/10.1134/S1063772917040102>
29. Baumert L. D. *Cyclic Difference Sets (Lecture Notes in Mathematics, 182)*. Berlin: Springer-Verlag, 1971. 172 p.
30. Bernstein D. S. *Matrix Mathematics: Theory, Facts, and Formulas*. 2nd ed. Princeton: Princeton University Press, 2009. 1184 p.
31. Horn R. A., Johnson C. R. *Matrix Analysis*. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2013. 643 p.
32. Шифрін Я. С. Питання статистичної теорії антен. М.: Рад. радіо, 1971. 383 с.
33. Копілович Л. Є. Надлишкові зміни антен на двовимірній апертурі інтерферометра, що дають повне покриття центральних областей у площині просторових частот. *Радіофізика та Радіоастрономія*. 2012. Т. 17. № 2. С. 1176–182.
34. *Handbook of Combinatorial Designs / 2nd ed.* by C. J. Colbourn, J. H. Dinitz. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, 2007. 1016 p.
35. Björner A. A., Stanley R. P. *Combinatorial Miscellany*. Geneva: L'Enseignement Mathématique, 2010. 164 p.
36. Dénes J., Keedwell A. D. *Latin Squares and their Applications*. New York-London: Academic Press, 1974. 547 p.
37. Fujimoto K. *Mobile Antenna Systems Handbook*. 3rd ed. Norwood: Artech House, 2001. 680 p.
38. Lorente D., Limbach M., Gabler B. L-Band Antenna Array for Next Generation DLR Airborne SAR Sensor. *12th German Microwave*

- Conference (GeMiC-2019): Conf. Proc. (Stuttgart, Germany, 25-27 March 2019). Stuttgart, 2019. P. 182–185. <https://doi.org/10.23919/GEMIC.2019.8698151>*
39. Arnauti El- G., Saalman O., Brenner A. R. Ultra-high resolution airborne experiments with a new Ka-band SAR sensor. *European Radar Conference (EURAD-2017): Conf. Proc. (Nuremberg, Germany, 11-13 October 2017). Germany, 2017. P. 409–412. <https://doi.org/10.23919/EURAD.2017.8249234>*
40. Kraus T., Krieger G., Bachmann M. [et al.] Formation Considerations for Distributed Satellite SAR Systems. *13th European Conference on Synthetic Aperture Radar. (EUSAR-2021): Conf. Proc. (Germany, 29 March–01 April 2021, online). Germany, 2021. P. 1–6. <https://ieeexplore.ieee.org/document/9472632>*
41. Fang T., Deng Y., Liang D. [et al.] Multichannel Sliding Spotlight SAR Imaging: First Result of GF-3 Satellite. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2020. Vol. 60. P. 1925–1928. <https://doi.org/10.1109/TGRS.2021.3068208>*
42. Li Q., Feng L., Zheng S. [et al.] Research on Sliding spotlight imaging algorithm. *3rd China International SAR Symposium. (CISS-2022): Conf. Proc. (Shanghai, China, 02–04 November 2022). Shanghai, 2022. P. 1–5. <https://doi.org/10.1109/CISS57580.2022.9971246>*
43. Kendra J. R., Bloy G. J., Hughes J. Rotary-Motion-Extended Array Synthesis (R-MXAS): Simultaneous Sparsity and Sensitivity in a Synthetic Aperture Imaging Radiometer. *IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. (IGARSS-2021): Conf. Proc. (Brussels, Belgium, 11–16*

- July 2021). Brussels, 2021. P. 7696-7699. <https://doi.org/10.1109/IGARSS47720.2021.9554144>
44. Chen S. An Efficient Method for Investigating and Optimizing Near Field Characteristics of Planar Antenna Arrays. *Wireless Personal Communications: An International Journal*. 2017. Vol. 95 (2). P. 223–232. <https://doi.org/10.1007/s11277-016-3888-2>
45. Bogosanovic M., Williamson A. G. Antenna Array with Beam Focused in Near Field Zone. *Electronics Letters*. 2005. Vol. 39. P. 704–705. <https://doi.org/10.1049/el:20030479>
46. Wang X., Zhong Y., Wang Y. An Improved Antenna Array Pattern Synthesis Method Using Fast Fourier Transform. *International Journal of Antennas and Propagation*. 2015. Vol. 2015 (Special Issue). Article ID 316962. P. 1–9. <https://doi.org/10.1155/2015/316962>
47. Wang D., Shen Z., Su X. [et al.] Gm-Compensated 46-101 GHz Broadband Power Amplifier for High-Resolution FMCW Radars. *IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS-2021)*: Conf. Proc. (Daegu, South Korea, 22–28 May 2021). Daegu, 2021 P. 1-5. <https://doi.org/10.1109/ISCAS51556.2021.9401773>
48. Morrison R. L., Phelps E. B. Radio Astronomy Techniques for Multistatic Radar Imaging and Localization of Space Objects. *2019 International Applied Computational Electromagnetics Society Symposium (ACES-2019)*: Conf. Proc. (Miami, FL, USA, 14–19 April 2019). Miami, 2019. P. 1–2. <https://ieeexplore.ieee.org/document/8713030>

49. Carter W. H. On Refocusing a Radio Telescope to Image Sources in the Near Field of the Antenna Array. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 1999. Vol. 37 (3). P. 314–319. <https://doi.org/10.1109/8.18727>
50. Chen S.-P. Improved Near Field Focusing of Antenna Arrays with Novel Weighting Coefficients. *2014 IEEE 6th International Symposium on Wireless Vehicular Communications (WiVeC 2014): Conf. Proc.* (Vancouver, BC, Canada, 14–15 September 2014). Vancouver, 2014. P. 1–4. <https://doi.org/10.1109/WIVEC.2014.6953228>
51. Schüngel M., Dietrich S., Ginhör D. [et al.] Analysis of Time Synchronization for Converged Wired and Wireless Networks. *2020 25th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA): Conf. Proc.* (Vienna, Austria, 08–11 September 2020). Vienna, 2020. P. 198–205. <https://doi.org/10.1109/ETFA46521.2020.9212068>
52. Ebadi S., Gatti R. V., Marcaccioli L. [et al.] Near Field Focusing in Large Reflector Array Antennas Using 1-bit Digital Phase Shifters. *2009 European Microwave Conference (EuMC-2009): Conf. Proc.* (Rome, Italy, 29 September –01 October 2009). Rome, 2009. P. 1029–1032. <https://doi.org/10.23919/EUMC.2009.5296377>
53. Mailloux R. J. *Phased Array Antenna Handbook*. 2nd ed. Norwood: Artech House Inc., 2005. 515 p.
54. Goldstein R. M., Zebker H. A. Interferometric radar measurement of ocean surface currents. *Nature*. 1987. Vol. 328, No. 6132. P. 707–709. <https://doi.org/10.1038/328707a0>

55. Piquenard A. Radio Wave Propagation. New York: Wiley, 1974. 343 p.
<https://doi.org/10.1007/978-1-349-01394-4>
56. Mazda F. Telecommunications Engineer's Reference Book. 1st ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 1993. 1142 p. <https://doi.org/10.1016/C2013-0-06529-2>
57. Collin R. E. Antenna Theory, Part 1 / R. E. Collin, F. J. Zucker // New York: McGraw-Hill Book Company, 1969. 676 p. ISBN 10: 0070117993
58. Fang D. G. Antenna Theory and Microstrip Antennas. Boca Raton: CRC Press, 2010. 311 p. <https://doi.org/10.1201/b10302>
59. Balanis C. A. Antenna Theory Analysis and Design. Hoboken: John Wiley, 1997. 1095 p.
60. Hartley R. V. L. Relations of carrier and side-bands in radio transmission. *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*. 1923. Vol. 2, No. 2. P. 90–112. <https://doi.org/10.1109/JRPROC.1923.219862>
61. Shu F., Qin Y., Liu T. [et al.] Low-Complexity and High-Resolution DOA Estimation for Hybrid Analog and Digital Massive MIMO Receive Array. *IEEE Transactions on Communications*. 2018. Vol. 66, No. 6. P. 2487–2501
<https://doi.org/10.1109/TCOMM.2018.2805803>
62. Couch Leon W. Digital and analog communication systems. 7th ed. Englewood Cliffs: Prentice-Hall Inc., 2001. 758 p.
63. Hui W., Chen Z., Zheng S. Preliminary Research of Low-RCS Moving Target Detection Based on Ka-Band Video SAR. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*. 2017. Vol. 14, No. 6. P. 1–5.
<https://doi.org/10.1109/LGRS.2017.2679755>

64. Tommasini R., Löwenthal F., Balmer J. [et al.] Iterative method for phase-amplitude retrieval and its application to the problem of beam-shaping and apodization. *Opt. Commun.* 1998. Vol. 153, No. 4–6. P. 339–346. [https://doi.org/10.1016/S0030-4018\(98\)00246-6](https://doi.org/10.1016/S0030-4018(98)00246-6)
65. Hao Z.-C., He M., Hong W. Design of a millimeter-wave high angle selectivity shaped-beam conformal array antenna using hybrid genetic/space mapping method. *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.* 2016. Vol. 15. P. 1208–1212. <https://doi.org/10.1109/LAWP.2015.2501403>
66. Josefsson L. *Conformal Array Antenna Theory and Design*. Hoboken: Wiley-IEEE Press, 2006. 488 p. <https://doi.org/10.1002/047178012X>
67. Bhattacharyya A. K. *Phased Array Antennas: Floquet Analysis, Synthesis, BFNs and Active Array Systems*. Hoboken: Wiley-Interscience, 2006. 528 p.
68. Chatterjee D. Numerical Modeling of Conformal Phased Arrays on Tactical Systems. 2006 IEEE Military Communications conference (MILCOM-2006): Conf. Proc. (Washington, USA, 23–25 October 2006) Washington, 2006. P. 1–7. <https://doi.org/10.1109/MILCOM.2006.302359>
69. Li H., Jiang Y., Ding Y. [et al.] Low-sidelobe pattern synthesis for sparse conformal arrays based on PSO-SOCP Optimization. *IEEE Access.* 2018. Vol. 6. P. 77429–77439. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2883042>
70. Lee S. W. A Review of GTD Calculation of Mutual Admittance of Slot Conformal Array. *Electromagnetics.* 1982. Vol. 2, No. 2. P. 85–127. <https://doi.org/10.1080/02726348208915159>
71. Ertürk V. B., Bakir O., Rojas R. G. [et al.] Scan Blindness Phenomenon in Conformal Finite Phased Arrays of Printed Dipoles. *IEEE Trans. Antennas*

- and Propagat.* 2006. Vol. 54, No. 6. P. 1699–1708. <https://doi.org/10.1109/TAP.2006.875482>
72. Shapira J., Felsen L. B., Hessel A. Ray Analysis of Conformal Antenna Arrays. *IEEE Trans. Antennas. Propagat.* 1974. Vol. 22, No. 1. P. 49–63. <https://doi.org/10.1109/TAP.1974.1140710>
73. Macon C. A., Trott K. D., Kempel L. C. A Practical Approach to Modeling Doubly Curved Conformal Microstrip Antennas. *Progress in Electromagnetics Research (PIER)*. 2003. Vol. 40. P. 295–314. <http://dx.doi.org/10.2528/PIER02122903>
74. Balanis C. A. *Antenna theory: analysis and design*. 3rd ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2016. 1072 p.
75. Jakes W.C. *Microwave mobile communications*. 1st ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 1974. 645 p.
76. Panduro M. A., Covarrubias D. H., Brizuela C. A. [et al.] A multi-objective approach in the linear antenna array design. *AEU-Int J Electron Commun.* 2005. Vol. 59. No. 4. P. 205–212 <https://doi.org/10.1016/j.aeue.2004.11.017>
77. Haykin S., Reilly J. P., Kezys V. Some aspects of array signal processing. *IEE Proceedings F - Radar and Signal Processing*. 1992. Vol. 139, No. 1. P. 1–26. <https://doi.org/10.1049/ip-f-2.1992.0001>
78. Munk B. A. *Finite Antenna Arrays and FSS*. NJ, USA: IEEE-Wiley Press, 2003. 357 p. <https://doi.org/10.1002/0471457531>
79. Bhattacharya A. K. *Phased Array Antennas: Floquet Analysis, Synthesis, BFNs and Active Array Synthesis*. NY, USA: Wiley-Interscience, 2006. 528 p.

80. Lo Y. T., Lee S. W. *Antenna Handbook: Theory, Applications and Design*. NY, USA: Van Nostrand Reinhold Co., 1998. 1131 p. <https://doi.org/10.1007/978-1-4615-6459-1>
81. Ertürk V. B., Rojas R. G. Efficient Analysis of Input Impedance and Mutual Coupling of Microstrip Antennas on Large Cylinders. *IEEE Trans. Antennas and Propagat.* 2003. Vol. 51. No. 4. P. 739–749. <https://doi.org/10.1109/TAP.2003.811060>
82. Chapman S. J., Lawry J. M. H., Ockendon J. R. [et al.] On The Theory of Complex Rays. *SIAM Review.* 1999. Vol. 41. No. 3. P. 417–509. <https://doi.org/10.1137/S0036144599352058>
83. Almagboul M. A., Shu F., Qian Y. [et al.] Atom search optimization algorithm based hybrid antenna array receive beamforming to control sidelobe level and steering the null. *AEU-Int J Electron Commun.* 2019. Vol. 111. Article ID 152854. 15 p. <https://doi.org/10.1016/j.aeue.2019.152854>
84. Zhang J., Mao X., Zhang M. [et al.] Synthesis of thinned planar arrays based on precoded subarray structures. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters.* 2023. Vol. 22. No. 1. P. 44–8. <https://doi.org/10.1109/LAWP.2022.3201382>
85. Kibaroglu K., Sayginer M., Rebeiz G. M. A scalable 64-element 28 ghz phased-array transceiver with 50 dbm eirp and 8-12 gbps 5g link at 300 meters without any calibration. *2018 IEEE/MTT-S International Microwave Symposium - IMS (IMS-2018): Conf. Proc. (Philadelphia, PA, USA, 10–15 June 2018)*. Philadelphia, 2018. P. 496–8. <https://doi.org/10.1109/MWSYM.2018.8439404>

86. Maher T., Cheng D. Random removal of radiators from large linear arrays. *IEEE Trans Antennas and Propagation*. 1963. Vol. 11. No. 2. P. 106–112. <https://doi.org/10.1109/TAP.1963.1138000>
87. Lo Y. A mathematical theory of antenna arrays with randomly spaced elements. *IEEE Trans Antennas and Propagation*. 1964. Vol. 12, No. 3. P. 257–268. <https://doi.org/10.1109/TAP.1964.1138220>
88. Urvinder S., Munish R. Design of thinned concentric circular antenna arrays using firefly algorithm. *IET Microw. Antennas. Propag.* 2014. Vol. 8. No. 12. P. 894–900. <https://doi.org/10.1049/iet-map.2013.0695>
89. Aksoy E., Afacan E. Planar antenna pattern nulling using differential evolution algorithm. *AEU-Int J Electron. Commun.* 2009. Vol. 63. No. 2. P. 116–122. <https://doi.org/10.1016/j.aeue.2007.11.006>
90. Ghosh P., Das S. Synthesis of thinned planar concentric circular antenna arrays—A differential evolutionary approach. *Prog. Electromagn. Res. B*. 2011 Vol. 29. P. 63–82. <http://dx.doi.org/10.2528/PIERB11020204>
91. Vankayalapati S., Pappula L., Ghosh D. Element thinning using discrete cat swarm optimization for 5G/6G applications. *Prog. Electromagn. Res. B*. 2023. Vol. 101. P. 119–135. <https://doi.org/10.2528/PIERB23051702>
92. Pradhan P. M., Panda G. Connectivity constrained wireless sensor deployment using multiobjective evolutionary algorithms and fuzzy decision making. *Ad. Hoc. Networks*. 2012. Vol. 10. No. 6. P. 1134–1145. <https://doi.org/10.1016/j.adhoc.2012.03.001>
93. Zhang J., Mao X., Zhang M. [et al.] Synthesis of thinned planar arrays based on precoded subarray structures. *IEEE Antennas Wirel. Propag. Lett.* 2023. Vol. 22. No. 1. P. 44–48. <https://doi.org/10.1109/LAWP.2022.3201382>

94. Durmus A. The optimal synthesis of thinned concentric circular antenna arrays using slime mold algorithm. *Electromagnetics*. 2020. Vol. 40. No. 8. P. 541-553. <https://doi.org/10.1080/02726343.2020.1838044>
95. Monzingo R.A., Haupt R., Miller T. Introduction to Adaptive Arrays. 2nd ed. Raleigh: SciTechPublishing, Inc., 2011. 559 p. <https://doi.org/10.1049/SBEW046E>
96. Trees H.L.V. Optimum Array Processing: Part IV of Detection, Estimation, and Modulation Theory. Virginia: John Wiley & Sons, 2004. 1471 p.
97. Naidu P.S. Sensor Array Signal Processing. 2nd ed. London: CRC Press, 2009. 558 p.
98. Massa A., Rocca P., Oliveri G. Compressive Sensing in Electromagnetics - A Review. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*. 2015. Vol. 57. No. 1. P. 224–38. <https://doi.org/10.1109/MAP.2015.2397092>
99. Berry M. V. Uniform Asymptotic Smoothing of Stokes' Discontinuities. *Proc. R. Soc. Lond. A*. 1989. Vol. 422. P. 7–21. <https://doi.org/10.1098/rspa.1989.0018>
100. Thors B., Rojas R. G. Uniform Asymptotic Solution for the Radiation from a Magnetic Current Source on a Large Dielectric Coated Circular Cylinder: Non-Paraxial Region. *Radio Science*. 2003. Vol. 38. No. 5. 12 p. <https://doi.org/10.1029/2002RS002782>
101. Togköz C., Pathak P. H., Marhefka R. J. An Asymptotic Solution for the Surface Magnetic Field Within the Paraxial Region of a Circular Cylinder with a Impedance Boundary Condition. *IEEE Trans. Antennas Propagat.* 2005. Vol. 53. No. 4. P. 1435-1443. <https://doi.org/10.1109/TAP.2005.844461>

102. Togköz C., Marhefka R. J. A UTD Based Asymptotic Solution for the Surface Magnetic Field on a Source Excited Circular Cylinder with an Impedance Boundary Condition. *IEEE Trans. Antennas Propagat.* 2006. Vol. 54. No. 6. P. 1750–1757. <https://doi.org/10.1109/TAP.2006.875490>
103. Elliot R. S. *Antenna Theory and Design*. rev. ed. NY, USA: IEEE-Wiley Press (Classic Reissue), 2003. 625 p.
104. Ridwan M., Abdo M., Jorswieck E. Design of non-uniform antenna arrays using genetic algorithm. *13th International Conference on Advanced Communication Technology (ICACT2011): Conf. Proc.* (Gangwon, South Korea, 13-16 February 2011). Gangwon, 2011 P. 422–427. <https://ieeexplore.ieee.org/xpl/conhome/5740523/proceeding>
105. Simon R. S., Aragon-Zavala A. *Antennas and Propagation for Wireless Communication Systems*. 2nd ed. London: John Wiley & Sons., 2007. 546 p.
106. Marr J. M., Snell R. L., Kurtz S. E. *Fundamentals of radio astronomy: Observational methods*. Boca Raton: CRC Press Publ., 2016. 350 p.
107. Condon J. J. and Ransom S. M. *Essential Radio Astronomy*. Princeton: Princeton University Press Publ., 2016. 376 p.
108. Mogyla A. A., Mytsenko I. M., Voytovich O. A. [et al.] Building a passive-active radio-meteorological measuring system based on dual-frequency radar. *Telecommunications and Radio Engineering*. 2019. Vol. 78. No. 15. P. 1355-1367. <https://doi.org/10.1615/TelecomRadEng.v78.i15.50>
109. Coleman C. J., Watson R. A., Yardley H. A practical bistatic passive radar system for use with DAB and DRM illuminators. *2008 IEEE Radar*

- Conference: Conf. Proc. (Rome, Italy, 26-30 May 2008). Rome, 2008 P. 1–6.*
110. Brzozowski M., Pakowski M., Jakielaszek Z. [et al.] Challenges of preparation and realization of combined field tests of passive and active radar sensors on an example APART-GAS 2019 trials. *2021 IEEE 8th International Workshop on Metrology for AeroSpace (MetroAeroSpace): Conf. Proc. (Naples, Italy, 23-25 June 2021). Naples, 2021. P. 188–192. <https://doi.org/10.1109/MetroAeroSpace51421.2021.9511746>*
 111. Fränken D., Liegl A. Integration of Multi-Band Passive and Multi-Functional Active Radar Data. *IEEE Radar Conference. (RadarConf22): Conf. Proc. (New York City, NY, USA, 21-25 March 2022). NY, 2022. P. 1–6. <https://doi.org/10.1109/RadarConf2248738.2022.9764215>*
 112. Pavlikov V., Volosyuk V., Zhyla S. [et al.] Active-Passive Radar for Radar Imaging from Aerospace Carriers. *IEEE 19th International Conference on Smart Technologies (EUROCON): Conf. Proc. (Lviv, Ukraine, 06–08 July 2021). Lviv, 2021. P. 18–24. <https://doi.org/10.1109/EUROCON52738.2021.9535619>*
 113. Andriychuk M. Asymptotic regularisation of the solution to the problem of electromagnetic field scattering from a set of small impedance particles. *IET Microw. Antennas Propag.* 2021. Vol. 15. No. 10. P. 1330–1346. <https://doi.org/10.1049/mia2.12171>
 114. Bird T. S. Accurate Asymptotic Solution for the Surface Field Due to Apertures in a Conducting Cylinder. *IEEE Trans. Antennas and Propagat.* 1985. Vol. 33. P. 1108–1117. <https://doi.org/10.1109/TAP.1985.1143497>
 115. Bahrami H., Porter E., Santorelli A. [et al.] Flexible sixteen antenna array for microwave breast cancer detection. *IEEE Transactions on Biomedical*

- Engineering*. 2015. Vol. 62. No. 10. P. 2516–2525. <https://doi.org/10.1109/TBME.2015.2434956>
116. Volosyuk V., Zhyla S., Pavlikov V. [et al.] Mathematical description of imaging processes in ultra-wideband active aperture synthesis systems using stochastic sounding signals. *Radioelectronic and Computer Systems*. 2021. No. 4. P. 166-182. <https://doi.org/10.32620/reks.2021.4.14>
117. Patwari A., Gudheti R. R. Novel MRA-Based Sparse MIMO and SIMO Antenna Arrays for Automotive Radar Applications. *Progress In Electromagnetics Research B*. 2020. Vol. 86. P. 103–119. <https://doi.org/10.2528/PIERB19121602>
118. Schooneveld V. C. Image Formation from Coherence Functions in Astronomy. Berlin: Springer Publ., 1987. 340 p. <https://doi.org/10.1007/978-94-009-9449-2>
119. Carozzi T. D., Woan G. A generalized measurement equation and van Cittert-Zernike theorem for wide-field radio astronomical interferometry. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 2021. Vol. 395. No. 3. P. 1558-1568. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2009.14642.x>
120. Cappellen W. A., Ardenne A. Development of mid-frequency aperture arrays for radio astronomy. *IEEE Radio and Antenna Days of the Indian Ocean (RADIO-2017): Conf. Proc.* (Cape Town, South Africa, 25-28 September 2017). Cape Town, 2017 P. 1–2. <https://doi.org/10.23919/RADIO.2017.8242214>
121. Hall P. J., Benthem P., Sutinjo A. T. Aperture array verification system 1: Overview of a square kilometre array prototype. *International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA-2016): Conf. Proc.*

- (Cairns, QLD, Australia, 19-23 September 2016). Cairns, 2016. P. 345–348.
<https://doi.org/10.1109/ICEAA.2016.7731394>
122. Exposure to high frequency electromagnetic fields, biological effects and health consequences (100kHz-300GHz). International Commission on Non-Ionizing Radiation Protection (ICNIRP). Germany, 2009. 358 p.
http://www.emf.ethz.ch/archive/var/ICNIRP_effekte_RFReview.pdf
123. Stutzman W.L., Thiele G.A. Antenna theory and design. 3rd ed. New York: Wiley, 2012. 848 p.
124. Lutsenko I.V., Popov I.V., Lutsenko I.V. Bistatic Radars with Illumination by Ionospheric Signals of High-Frequency Communication Stations. *Telecommunications and Radio Engineering*. 2008. Vol. 67. No. 4. P. 285-292. <https://doi.org/10.1615/TelecomRadEng.v67.i4.10>
125. Lutsenko V. I., Lutsenko I. V., Popov I. V. Illumination of air environment using radiation of SW broadcasting stations. *The 5th European Radar Conference: Conf. Proc.* (Amsterdam, Netherlands, 30–31 October 2008). Amsterdam, 2008. P. 396-399. <https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=4760885>
126. Lutsenko V. I., Lutsenko I. V., Popov I. V. Illumination of the Air Environment Using Radiation of HF Broadcast Stations. *Radiophysics and Quantum Electronics*. 2015. Vol. 58. No. 1. P. 9–18. <https://doi.org/10.1007/s11141-015-9576-3>
127. Anderson T. S., McCarthy M. P., Holzworth R. H. Detection of VLF attenuation in the Earth- ionosphere waveguide caused by X- class solar flares using a global lightning location network. *Space Weather*. 2020 Vol.

18. Article ID e2019SW002408. 9 p.
<https://doi.org/10.1029/2019SW002408>
128. Georges T. M. Evidence for the influence of atmospheric waves on ionospheric motions. *Journal of Geophysical Research*. 1967. Vol. 72. No. 1. P. 422–425. <https://doi.org/10.1029/JZ072i001p00422>
129. Hussar P. E., Smith-Rowland E. M. An Asymptotic Solution for Boundary Layer Fields Near a Convex Impedance Surface. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*. 2002. Vol. 16. No. 2. P. 185-208.
130. FCC. Title47: Telecommunication, Electronic Code of Federal Regulations. Federal Communications Commission (FCC). 2016. <https://www.ecfr.gov/current/title-47>
131. Chatterjee D. Paraxial and Source Region Behavior of a Class of Asymptotic and Rigorous (MoM) Solutions in the High-Frequency Planar Limit. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*. 2005. Vol. 4. P.71–74. <https://doi.org/10.1109/LAWP.2005.844140>
132. Chatterjee D. Paraxial Region Comparison of Creeping Wave Formulations for Axial and Circumferential Magnetic Current Elements on a PEC Circular Cylinder. *IEEE Antennas and Propagation Symposium Digest: Conf. Proc.* (Washington, DC, 3–8 July 2005). Washington, 2005. Vol. 3B. P. 147-150. <https://doi.org/10.1109/APS.2005.1552456>
133. American National Standard Dictionary of Electromagnetic Compatibility (EMC) including Electromagnetic Environmental Effects (E3). ANSI C63.14-2014 (Revision of ANSI C63.14-2009). 2014. P. 1-76, <https://doi.org/10.1109/IEEESTD.2014.6974973>

134. Volosyuk, V. & Zhyla, S. Statistical Theory of Optimal Stochastic Signals Processing in Multichannel Aerospace Imaging Radar Systems. *Computation*. 2022. Vol 10. Special Issue. Article ID 224. 16 p. <https://doi.org/10.3390/computation10120224>
135. Feasibility of Frequency Sharing between Radio Astronomy and other Services (Report 696-2). CCIR: Doc. of the *XVIIth Plenary Assembly*. Düsseldorf, 1990. Annex to Vol. II. P. 568-584.
136. Documents of the XIth Plenary Assembly (Report 224-1). CCIR: ITU, Geneva, 1966. Vol. IV. P. 537-548.
137. Barnbaum C. A., Bradley R. F. new approach to interference excision in Radio Astronomy: real-time adaptive cancellation. *Astron. J.* 1998. Vol. 116. P. 2598-2614. <https://doi.org/10.1086/300604>
138. Ellingson S. W., Cazemier W. Efficient multibeam synthesis with interference nulling for large arrays. *IEEE Trans. Ant. Prop.* 2003. Vol. 51. No. 3. P. 503–511. <https://doi.org/10.1109/TAP.2003.809840>
139. Fomalont E. B., Windhorst R., Kristian J. A. [et al.] The micro-jansky radio source population at 5 GHz. *Astron. J.* 1991. Vol. 102. P. 1258–1277. <https://doi.org/10.1086/115952>
140. Kraus J. D. Radio Astronomy. 2nd ed. New York: Cygnus-Quasar Books, 1986. 719 p.
141. Greenhill L. J., Kondratko P. T., Lovell J. E. J. [et al.] The Discovery of H₂O Maser Emission in Seven Active Galactic Nuclei and at High Velocities in the Circinus Galaxy. *Astrophys. J. (Letters)*. 2003. Vol. 582. No. 1. P. 11-14. <https://doi.org/10.1086/367602>

142. Thompson A. R. The response of a radio-astronomy synthesis array to interfering signals. *IEEE Trans. Ant. Prop.* 1982. Vol. 30, No 3. P. 450-456. <https://doi.org/10.1109/TAP.1982.1142799>
143. Wootten A., Thompson A. R. The Atacama Large Millimeter/Submillimeter Array. *Proceedings of the IEEE*. 2009. Vol. 97. No. 8. P. 1463–1471. <https://doi.org/10.1109/JPROC.2009.2020572>
144. Walter F., Decarli R., Carilli C. [et al.] The intense starburst HDF 850.1 in a galaxy overdensity at $z \approx 5.2$ in the Hubble Deep Field. *Nature*. 2012. Vol. 486. P. 233–238. <https://doi.org/10.1038/nature11073>
145. Kallunki J., Bezrukovs V., Madkour W. [et al.] Importance of Spectrum Management in Radio Astronomy. *Latvian Journal Of Physics and Technical Sciences*. 2022. Vol. 59. No. S3. P. 30–38. <https://doi.org/10.2478/lpts-2022-0022>
146. Burke B. F., Graham-Smith F. An introduction to radio astronomy. 4th ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2019. 516 p. <https://doi.org/10.1017/9781316987506>
147. Ewen H. I., Purcell E. M. Observations of a line in the galactic radio spectrum. *Nature*. 1951. Vol. 168. P. 356. <https://doi.org/10.1038/168356a0>
148. Wei L., Wijnholds S. J., Hurley P. Robust recovery for aperture synthesis imaging. *IEEE International Conference on Image Processing (ICIP-2017): Conf. Proc.* (Beijing, China, 17–20 September 2017). Beijing, 2017. P. 3570-3574. <https://doi.org/10.1109/ICIP.2017.8296947>
149. Fu P., Hu F., Hu H. [et al.] A Wavenumber Domain Imaging Algorithm for Synthetic Aperture Interferometric Radiometry in Near-Field. *IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. (IGARSS-2020):*

- Conf. Proc. (September 26–October 2 2020, Virtual Symposium). 2020. P. 6511–6514. <https://doi.org/10.1109/IGARSS39084.2020.9323395>
150. Philippe B., Reynaert P. A Quadrature Phase Detector in 28nm CMOS for Differential mm-Wave Sensing Applications Using Dielectric Waveguides. *IEEE 44th European Solid State Circuits Conference (ESSCIRC 2018)*: Conf. Proc. (Dresden, Germany, 03–06 September 2018). Dresden, 2020. P. 114–117. <https://doi.org/10.1109/ESSCIRC.2018.8494306>
151. Robinson J., Rahmat-Samii Y. Particle Swarm Optimization in Electromagnetics. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 2004. Vol. 52. No.2. P. 397-407. <https://doi.org/10.1109/TAP.2004.823969>
152. Liu Y., Nie Z., Liu Q.-H. Reducing the number of elements in a linear antenna array by the matrix pencil method. *IEEE Trans. Antennas Propag.* 2008. Vol. 56. No. 9. P. 2955–2962. <https://doi.org/10.1109/TAP.2008.928801>
153. Bucci O., Perna S., Pinchera D. Advances in the deterministic synthesis of uniform amplitude pencil beam concentric ring arrays. *IEEE Trans. Antennas Propag.* 2012. Vol. 60. No. 7. P. 3504–3509. <https://doi.org/10.1109/TAP.2012.2196945>
154. Kay S., Saha S. Design of sparse linear arrays by Monte Carlo importance sampling. *IEEE J. Ocean. Eng.* 2002. Vol. 27. No. 4. P. 790–799. <https://doi.org/10.1109/JOE.2002.804325>
155. Cui J., Legenkiy M., Khrychov V. Diffraction properties of azimuthally symmetric gratings in a hollow circular dielectric waveguide. *Results in Physics*. 2020. Vol. 18. P. 103204–103204. <https://doi.org/10.1016/j.rinp.2020.103204>

156. Легенький М., Хричов В. Імпульсна антена на основі неоднорідної кінчної лінії. *Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Радіофізика та електроніка»*. 2019. Вип. 31. С. 59–65. <https://doi.org/10.26565/2311-0872-2019-31-06>
157. Legenkiy M., Khrychov V. Numerical modeling of electromagnetic scattering from complex shape object with coating. *Frequenz*. 2021. Vol. 76. No. 1–2. P. 75–82. <https://doi.org/10.1515/freq-2021-0062>
158. Akhmedov R., Dumin O., Katrich V. Impulse radiation of antenna with circular aperture. *Telecommunications and Radio Engineering*. 2018. Vol. 77. Iss. 20. P. 1767–1784. <https://doi.org/10.1615/TelecomRadEng.v77.i20.10>
159. Думін О. М., Ахмедов Р. Д., Черкасов Д. В. Імпульсне випромінювання антени з круговою апертурою в ближній зоні. *Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Радіофізика та електроніка»*. 2018. Вип. 28. С. 30-33. <https://periodicals.karazin.ua/radiophysics/article/view/12591>
160. Berdnik S.L., Katrich V.A., Nesterenko M.V. [et al.] Yagi-Uda Combined Radiating Structures of Centimeter and Millimeter Wave Band. *Progress In Electromagnetics Research M*. 2020. Vol. 93. P. 89–97. <http://dx.doi.org/10.2528/PIERM20041506>
161. Pogarsky S. A., Mayboroda D. V. A broadband patch antenna based on a planar unclosed annular radiator. *Radio Physics and Radio Astronomy*. 2023. Vol. 28. No. 2. P. 158–165. <https://doi.org/10.15407/rpra28.02.158>
162. Kaliberda M. E., Pogarsky S. A., Sierhieieva A. A. Integral equations in the H-polarized wave scattering from metasurface formed by finite multilayer graphene strip grating inside grounded dielectric slab. *Opt. Quant. Electron.*

2023. Vol 55. Article ID 1050. 18 p. <https://doi.org/10.1007/s11082-023-05288-5>
163. Mayboroda D., Pogarsky S. Microstrip monopole antenna with complicated topology. *Lecture Notes in Networks and Systems*. 2021. Vol. 152. P. 394–403. https://doi.org/10.1007/978-3-030-58359-0_22
164. Qi L., Kaliuzhnyi M., Shen Z. [et al.] Chirp Rates Estimation for Multiple LFM Signals by DPT-SVD. *Circuits, Systems and Signal Processing*. 2023. Vol. 42. No. 5. P. 2804-2827. <https://doi.org/10.1007/s00034-022-02225-x>
165. Guo Q., Kaliuzhnyi M., Liu J. YOLOX-SAR: High-precision Object Detection System Based on Visible and Infrared Sensors for SAR Remote Sensing. *IEEE Sensors Journal*. 2022. Vol 22. No. 17. P. 17243–17253. <https://doi.org/10.1109/JSEN.2022.3186889>.
166. Kaliuzhnyi M. Generalizing the sampling theorem for a frequency-time domain to sample signals under the conditions of a priori uncertainty. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2021. Vol. 3. No. 9 (111). P. 6–15. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.235844>
167. Volosyuk V., Zhyla S. Statistical Theory of Optimal Functionally Deterministic Signals Processing in Multichannel Aerospace Imaging Radar Systems. *Computation*. 2022. Vol. 10. Special Issue. Article ID 213. 20 p. <https://doi.org/10.3390/computation10120213>
168. Volosyuk V., Zhyla S., Pavlikov V. Optimal Radar Cross Section Estimation in Synthetic Aperture Radar With Planar Antenna Array. *Radioelectronic and Computer Systems*. 2021. Vol. 1. P. 50–59. <https://doi.org/10.32620/REKS.2021.1.04>

ДОДАТОК А

Список публікацій здобувача

Наукові праці в наукових фахових виданнях України:

1. Q. Guo, **Y. Luo**, V. Lutsenko, Y. Zheng, "Nonequidistant two-dimensional antenna arrays synthesized using latin squares and cyclic difference sets," *Radio Physics and Electronics*, Volume 24, Issue 1, 2019, pp. 12-23.
(Особистий внесок здобувача: ідея та методика перетворення значень латинських квадратів в координати антенної решітки, створення комп'ютерної програми для моделювання, проведення розрахунків, обговорення та аналіз результатів, підготовка матеріалів та ілюстрацій, оформлення статті)
2. V. Kravchenko, V. Lutsenko, I. Lutsenko, I. Popov, **Y. Luo**, A. Mazurenko, "Nonequidistant Two-Dimensional Antenna Arrays Based on Magic Squares", *Journal of Measurement Science & Instrumentation*, Volume 8, Issue 3, Mar 2017, pp. 244-253.
(Особистий внесок здобувача: методика перетворення значень магичних квадратів в координати антенної решітки, створення комп'ютерної програми для моделювання, проведення розрахунків, обговорення та аналіз результатів, підготовка матеріалів та ілюстрацій, оформлення статті)
3. V. Kravchenko, V. Lutsenko, I. Popov, **Y. Luo**, "Nonequidistant two-dimensional antenna arrays based on Latin squares", *Journal of Measurement Science & Instrumentation*, Volume 10, Issue 1, Mar 2019, pp. 38-48.
(Особистий внесок здобувача: методика перетворення значень латинських квадратів в координати антенної решітки, створення комп'ютерної програми для моделювання, проведення розрахунків, обговорення та аналіз результатів, підготовка матеріалів та ілюстрацій, оформлення статті)

Наукові праці в наукових виданнях, які індексуються в наукометричних базах WoS/SCOPUS

4. **Y. Luo**, V. Lutsenko, S. Shulga, "New method for designing non-equidistant plane antenna arrays with full coverage of spatial frequencies based on latin

squares and their triangular matrix”, *Telecommunications and Radio Engineering*, Volume 80, Issue 6, 2021, pp. 15-28.

(Особистий внесок здобувача: методика конструювання та оптимізації нееквідистантних антенних решіток з використанням латинських квадратів та трикутних матриць, створення комп’ютерної програми для моделювання, проведення розрахунків, обговорення та аналіз результатів, підготовка матеріалів та ілюстрацій, оформлення статті)

5. V. Lutsenko, I. Lutsenko, A. Soboliak, I. Popov, An. Nguyen & **Y. Luo**, “Interference to active-passive radar systems created by emissions from HF and VHF broadcasting stations,” *Telecommunications and Radio Engineering*, Volume 79, Issue 10, 2020, pp. 829-845.

(Особистий внесок здобувача: створення комп’ютерної програми для обробки результатів експериментальних досліджень, моделювання, проведення розрахунків, обговорення та аналіз результатів, підготовка матеріалів та ілюстрацій, оформлення статті)

Список публікацій, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації

6. **Y. Luo**, Q. Guo, V. Lutsenko and Y. Zheng, "Nonequidistant Two-Dimensional Antenna Arrays Based on the Structure of Latin Squares Taking Cyclic Difference Sets as Elements," *2019 European Microwave Conference in Central Europe (EuMCE)*, 2019, pp. 427-430. (EI)

(Особистий внесок здобувача: ідея побудови нееквідистантних антенних решіток на основі латинських, методика перетворення їх значень в координати решітки, створення комп’ютерної програми для моделювання, проведення розрахунків, обговорення та аналіз результатів, підготовка матеріалів та ілюстрацій, оформлення тез)

7. V. Lutsenko, I. Lutsenko, A. Soboliak, I. Popov, An. Nguyen and **Y. Luo**, "Characteristics of Interference to Active-Passive Radar Systems from Emissions of HF and VHF Broadcast Stations," *2020 IEEE Ukrainian Microwave Week (UkrMW)*, 2020, pp. 259-262. (EI)

(Особистий внесок здобувача: Ідея використання методу кепстра та вейвлет-перетворення для аналізу високочастотних радіосигналів, створення комп’ютерної програми для моделювання, проведення розрахунків, підготовка матеріалів та ілюстрацій, оформлення тез)

8. **Y. Luo**, V. Lutsenko and S. Shulga, "Design and Optimization of Sparse Planar Antenna Arrays Based on Special Matrices," 2020 IEEE Ukrainian Microwave Week (UkrMW), 2020, pp. 1-6. (EI)
(Особистий внесок здобувача: ідея побудови АР на основі спеціальних матриць, методика перетворення їх значень в координати АР, створення комп'ютерної програми для моделювання, проведення розрахунків, підготовка матеріалів та ілюстрацій, оформлення тез)
9. V. Lutsenko, I. Lutsenko, I. Popov, **Y. Luo**, An. Nguyen, Q. Guo, Y. Zheng, (2020). "GNSS Signal Use for Sea Waves Monitoring," 2020 IEEE Ukrainian Microwave Week (UkrMW), 2020, pp. 768-771.
(Особистий внесок здобувача: створення комп'ютерної програми для моделювання, проведення розрахунків, обговорення та аналіз результатів, підготовка матеріалів та ілюстрацій, оформлення тез)
10. **Y. Luo**, V. Lutsenko, S. Shulga, I. Lutsenko and X. -A. Nguyen, (2022) "Observation Theory and Result Analysis of Sea Surface Wind Speed by Pulse Radar," 2022 IEEE 2nd Ukrainian Microwave Week (UkrMW), Ukraine, 2022, pp. 634-637. (EI)
(Особистий внесок здобувача: ідея обчислити швидкість вітру за допомогою різницевої матриці, створення комп'ютерної програми для моделювання, проведення розрахунків, підготовка матеріалів та ілюстрацій, оформлення тез)

ДОДАТОК Б

Відомості про апробацію результатів дисертації

– 2019 European Microwave Conference in Central Europe (EuMCE 2019) (Prague, Czech Republic, 13–15 May 2019).

– 2020 IEEE Ukrainian Microwave Week (UkrMW-2020): 2020 IEEE 6th International Symposium on Microwaves, Radar and Remote Sensing (MRRS-2020) (Kharkiv, Ukraine, 22–27 June 2020).

–2022 IEEE 2nd Ukrainian Microwave Week (UkrMW-2022): 2022 IEEE 6th International Symposium on Microwaves, Radar and Remote Sensing (MRRS-2022) (Kharkiv, Ukraine, 22–27 June 2020).

Онлайн сервіс створення та перевірки кваліфікованого та удосконаленого електронного підпису

ПРОТОКОЛ
створення та перевірки кваліфікованого та удосконаленого електронного підпису

Дата та час: 17:32:49 08.12.2023

Назва файлу з підписом: _3_ Ло_Дисертація PhD_23_ДСТУ_8302_2015_compressed.pdf.asice
Розмір файлу з підписом: 18.7 МБ

Перевірені файли:

Назва файлу без підпису: _3_ Ло_Дисертація PhD_23_ДСТУ_8302_2015_compressed.pdf
Розмір файлу без підпису: 22.5 МБ

Результат перевірки підпису: Підпис створено та перевірено успішно. Цілісність даних підтверджено

Підписувач: ЛО ІЯН

П.І.Б.: ЛО ІЯН

Країна: Україна

РНОКПП: 3486014259

Організація (установа): ФІЗИЧНА ОСОБА

Час підпису (підтверджено кваліфікованою позначкою часу для підпису від Надавача): 17:32:25
08.12.2023

Сертифікат виданий: КНЕДП АЦСК АТ КБ "ПРИВАТБАНК"

Серійний номер: 5E984D526F82F38F04000000B3383601CEC5A104

Алгоритм підпису: ДСТУ-4145

Тип підпису: Удосконалений

Тип контейнера: Підпис та дані в архіві (розширений) (ASiC-E)

Формат підпису: З повними даними для перевірки (XAdES-B-LT)

Сертифікат: Кваліфікований