

## ВИСНОВОК

наукового керівника щодо виконання  
індивідуального плану освітньо-наукової програми  
підготовки доктора філософії та роботи над дисертацією

**Гончарук Анни Борисівни**

**“Алгебраїчні конструкції в лінійних диференціальних рівняннях та в  
теорії неявних лінійних різницевих рівнянь”**,  
яка подається на здобуття ступеня доктора філософії  
з галузі знань 11 — Математика та статистика  
за спеціальністю 111 — Математика

Гончарук Анна Борисівна в 2019 році закінчила факультет математики та інформатики Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна та поступила до аспірантури кафедри фундаментальної математики факультету математики і інформатики. Навчальна складова індивідуального плану освітньо-наукової програми підготовки доктора філософії Гончарук А. Б. виконана вчасно та у повному обсязі.

Перші задачі, пов'язані з темою дисертації, були поставлені перед Гончарук А. Б. ще під час її навчання у бакалавраті. Тоді були отримані деякі результати, що стосуються диференціальних рівнянь першого та другого порядку над кільцями рядів Лорана та формальних степеневих рядів з цілими коефіцієнтами. Зокрема, були знайдені достатні умови єдиності і існування розв'язку таких рівнянь, а також описаний загальний вигляд таких розв'язків. При дослідженнях використовувались методи р-адичного аналізу,

На початку навчання в аспірантурі перед Гончарук А. Б. були поставлені задачі дослідити диференціальні рівняння вищих степенів над більш загальними класами кілець, а також дослідити неявні різницеві рівняння над модулем послідовностей елементів з деякого кільця. На меті стояло узагальнити наявні результати щодо диференціальних рівнянь та побудувати аналогічну теорію, що стосувалася б різницевих рівнянь, що зумовлено тим, що теорія різницевих рівнянь над кільцями не є побудованою в достатній мірі. Також на подальших етапах роботи було заплановано побудувати для розглянутих диференціальних рівнянь над



кільцями деякі аналоги конструкцій, що притаманні звичайній теорії диференціальних рівнянь, тобто аналог простору узагальнених функцій, поняття згортки та фундаментального розв'язку оператора, пов'язаного з диференціальним рівнянням. Ще один напрямок дослідження мав бути присвячений вивченню описаних різницевих і диференційних рівнянь як нескінченних систем лінійних рівнянь з застосуванням методів розв'язку таких систем, зокрема, методу Крамера.

На першому етапі роботи були розглянуті різницеві рівняння першого та другого порядку над кільцем цілих чисел та кільцем поліномів, і для них були отримані достатні умови єдиності і існування розв'язку і описаний загальний вигляд таких розв'язків. На наступному етапі всі отримані результати були узагальнені для рівнянь вищого порядку. Для цього узагальнення довелось побудувати суто алгебраїчну конструкцію формальних розв'язків. Для рівнянь першого порядку над кільцем поліномів аспірантка запропонувала декілька методів для знаходження розв'язків в явному вигляді для конкретних рівнянь, зокрема дослідження степенів розв'язку. Також деякі результати, отримані аспіранткою, зосереджені на дослідженні різницевих рівнянь з неоднорідностями, що мають спеціальний вигляд, наприклад, є поліномами чи квазіполіномами. Потім загальні результати і для різницевих, і для диференціальних рівнянь були сформульовані і доведені для кілець нормування деякого поля, що узагальнює обидва випадки: рівняння для кільця цілих чисел та для кільця поліномів. Пізніше були розглянуті ще ширші класи кілець, в яких може бути введене неархімедове квазінормування, і для них також були отримані аналогічні результати.

Також був побудований аналог теорії узагальнених функцій для описаних диференціальних рівнянь над кільцями, що дозволив побудувати фундаментальний розв'язок оператора, який відповідає даному рівнянню. Наостанок, диференціальні і різницеві рівняння були розглянуті як нескінченні лінійні системи рівнянь, у матричному вигляді, і для них були



побудовані розв'язки за допомогою методів, які використовуються для розв'язку таких систем, що є важливим для загального розуміння поведінки розв'язків розглянутих рівнянь.

Загалом слід відмітити, що в дисертаційній роботі крім загальних теоретичних результатів, які описують властивості розглянутих різницевих та диференціальних рівнянь вищого порядку і їх розв'язків над широким класом кілець, була отримана ще низка результатів та описані деякі методи, що дозволяють знайти розв'язок у явному вигляді для деяких конкретних різницевих та диференціальних рівнянь в кожному частковому випадку.

Окремо зазначу, що проблеми, розглянуті в дисертаційній роботі, знаходяться на перетині декількох математичних областей. З огляду на це, для дослідницької роботи в цій галузі аспірантці знадобилися знання з теорії комутативних кілець, зокрема теорії алгебраїчних кілець та теорії поліномів, також теорії диференціальних рівнянь, теорії різницевих рівнянь та теорії операторів. Крім того, проведені дослідження вимагали широкого застосування методів неархімедового аналізу, зокрема р-адичного аналізу.

Крім того, під час навчання в аспірантурі Гончарук А. Б. в 2022 році взяла участь у програмі академічної мобільності Erasmus+ в університеті Мурсії, Іспанія. Протягом 2021 року брала участь у виконанні проєкту Національного фонду досліджень України "Оператори в нескінченновимірних просторах: взаємозв'язок геометрії, алгебри і топології". У березні 2023 року отримала грант фонду Н. І. Ахіїзера.

Працюючи над дисертацією, Гончарук А. Б. проявила себе вдумливою та ініціативною дослідницею, здатною до самостійного проведення наукових досліджень. Показала спроможність презентувати та обговорювати свої результати на наукових конференціях і семінарах. Також вона опанувала навички, необхідні для підготовки результатів до публікації у наукових журналах.



Під час навчання в аспірантурі, роботі над дисертацією та науковими працями Гончарук А. Б. продемонструвана належний рівень теоретичної підготовки, здатність висувати нові ідеї та використовувати різноманітні методи для реалізації цих ідей.

Дисертаційна робота Гончарук А. Б. є самостійною завершеною науковою працею, в якій отримані нові науково обґрунтовані результати, що у сукупності є важливим внеском у дослідження різницевих і диференціальних рівнянь над кільцями. Висновки, сформульовані аспіранткою, є науково обґрунтованими, достовірними, мають теоретичне значення та опубліковані у чотирьох фахових виданнях, одне з яких індексується наукометричною базою SCOPUS.

Вважаю, що наукова складова індивідуального плану роботи Гончарук Анни Борисівни виконана повністю та на високому рівні.

Науковий керівник:  
кандидат фіз.-мат. наук, доцент кафедри  
фундаментальної математики  
Харківського національного університету  
імені В. Н. Каразіна

Сергій ГЕФТЕР

Підпис Сергія Гефтера засвідчую  
Начальник відділу кадрів  
Харківського національного університету  
імені В. Н. Каразіна



Олена ГРОМИКО