

Голові разової  
спеціалізованої вченої ради  
Харківського національного  
університету імені В.Н. Каразіна  
професору Ігорю ГРЦЦ  
майдан Свободи 4, м. Харків,  
61022

### Відгук

офіційного опонента, завідувача кафедри квантової теорії поля та космофізики Київського національного університету імені Тараса Шевченка, доктора фізико-математичних наук, професора Вільчинського Станіслава Йосиповича на дисертаційну роботу

**Булахова Микити Сергійовича**

*«Роль нелокальної взаємодії в ультрахолодних бозе-газах з урахуванням спінових ступенів свободи»*,

подану на здобуття ступеня доктора філософії з галузі знань 10 – Природничі науки за спеціальністю 105 – Прикладна фізика та наноматеріали.

#### **1. Обґрунтування вибору теми дослідження**

Дисертація зосереджена на дослідженні термодинамічних властивостей бозе-газу за нульової температури, коли він є виродженим і ми можемо спостерігати явище бозе-ейнштейнівської конденсації (БЕК), та за температури вище критичної, коли відбувається фазовий перехід у стан із БЕК. Історія дослідження цього явища є досить давньою й починається ще від його передбачення в ідеальному газі А. Ейнштейном та Ш. Бозе майже 100 років тому. Для опису взаємодіючих систем широковідомим є підхід М.М. Боголюбова, який, власне, й використовує здобувач, і підхід Гроса-Пітаєвського. Перший підхід дуже добре описує однорідних систем і дозволяє

досліджувати основний стан газу, а другий підхід має більш широке застосування, оскільки дозволяє адекватно описувати ще й неоднорідні системи. Однак загальним для опису ультрахолодних газів також є так зване наближення s-розсіювання, в рамках якого взаємодію між частинками можна замінити ефективним дельтоподібним потенціалом з відповідним сталим фур'є-образом. Саме такий вид потенціалу і називають контактним або локальним.

В той же час сучасні експериментальне устаткування і методики дозволяють не тільки спостерігати явище БЕК, охолоджуючи газ до температур до 1 мікрокельвіна і нижче, але й керувати багатьма параметрами міжчастинкової взаємодії та спіном частинки. Тож, питання, наскільки наближення розсіювання є точним за значень параметрів, близьких до експериментальних, і як впливає нелокальність на термодинамічні характеристики бозе-газу, є актуальними і, виходячи з результатів дисертації, має нетривіальну відповідь.

## **2. Оцінка змісту дисертації, її завершеності в цілому і оформлення**

Дисертаційна робота складається зі вступу, 4 розділів, загальних висновків, списку використаних джерел та 1 додатку. Обсяг загального тексту дисертації складає 141 (141 д.а.), з них основного тексту 111 (111 д.а.). Робота ілюстрована 6 таблицями та 14 рисунками. Список використаних джерел містить 96 найменувань.

У вступі обґрунтовано вибір теми дослідження, визначено мету і основні задачі, об'єкт і предмет дисертаційного дослідження, визначено наукову новизну роботи і практичне значення отриманих результатів, описано математичні моделі та методи, які були використані у дослідженнях і особистий внесок здобувача.

У першому розділі детально описано використані в дослідженні методи: термодинамічна теорія збурень, теорія Боголюбова слабковзаємодійного бозе-газу й узагальнення канонічних перетворень Боголюбова.

У другому розділі увага приділена слабковзаємодійному бозе-газу вище температури переходу в стан із БЕК, термодинамічні характеристики якого

отримуються за допомогою термодинамічної теорії збурень і теоремі Віка-Блоха-Домінісіса. Аналіз отриманих за взаємодією поправок для локального й нелокального модельного потенціалу відбувається за допомогою чисельних методів.

У **третьому розділі** досліджується слабковзаємодійний бозе-газ атомів із повним нульовим спіном за нульової температури. За таких умов у газі спостерігається БЕК. Для здобуття основних термодинамічних характеристик такої системи (густина частинок конденсату, хімічний потенціал тощо), спектру квазічастинок автор послуговується згаданою вище теорією Боголюбова. Зокрема, він враховує внесок від квадратичних за операторами народження й знищення поправками. Аналіз проводиться за допомогою як аналітичних, так і чисельних методів для низки модельних нелокальних потенціалів взаємодії.

У **четвертому розділі** досліджується слабковзаємодіючий бозе-газ атомів із повним одиничним спіном за нульової температури. У ньому так само спостерігається явище БЕК, але завдяки наявності зовнішнього магнітного поля відбувається зняття виродження за спіном. Таким чином, автор вже має справу з спінорним конденсатом. Враховуючи внесок від спіну й квадрупольного моменту в гамільтоніан системи, здобувач буде термодинаміку чотирьох можливих магнітних станів (феромагнітного, квадрупольного, парамагнітного й стану з порушеною осью симетрії) і буде відповідну діаграму.

**Висновки** за результатами виконання дисертаційної роботи зрозуміло та коректно підкреслюють наукову новизну та практичну цінність проведених досліджень.

**Список використаних джерел** свідчить про те, що під час роботи було добре враховано результати сучасних наукових досліджень. Дисертація є завершеною науковою роботою, а її оформлення відповідає вимогам МОН.

### **3. Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами, грантами**

Дисертаційну роботу виконано в Навчально-науковому інституті «Фізико-технічний факультет» Харківського національного університету імені

В.Н. Каразіна відповідно до тематичних планів фундаментальних науководослідних робіт за двома держбюджетними темами.

Дослідження виконувались в рамках відомчого замовлення Національної академії наук України на проведення наукових досліджень з атомної науки і техніки Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут» за двома темами.

Дослідження також проводились в рамках науково-дослідного проєкту, що фінансувався за рахунок грантової підтримки Національного фонду досліджень України.

#### **4. Ступінь обґрунтованості наукових положень, висновків і рекомендацій, сформульованих у дисертації**

Обґрунтованість та достовірність наукових результатів, одержаних Булаховим М.С. під час проведення досліджень за темою дисертаційної роботи, забезпечується використанням фундаментальних і загальновідомих підходів та методів обчислювальної й математичної фізики. Основні результати дисертації опубліковані в 3 статтях в індексованих наукових журналах та доповідалися на 7 міжнародних і вітчизняних наукових конференціях. Висновки дисертаційної роботи є обґрунтованими.

#### **5. Основні наукові результати, одержані автором, та їх новизна**

У роботі отримано низку нових теоретичних результатів, серед яких, на мою думку, варто відзначити такі:

- показано, що внесок квадратичних доданків, згаданих вище, може бути такий самий за порядком величини, як і тих доданків, які походять з с-числової частини гамільтоніану;
- продемонстровано, що внесок квадратичних членів у хімічний потенціал призводить, загалом, до енергетичної щілини в одночастинковому енергетичному спектрі збуджень;
- знайдено й досліджено новий режим стану з порушеною осьовою симетрією слабковзаємодійного бозе-газу атомів із повним одиничним спіном;

- побудовано для згаданого режиму діаграму магнітних станів, яка заснована на їхній намагніченості.

## **6. Практичне значення одержаних результатів**

Результати отримані в роботі стануть у нагоді як для проведення майбутніх експериментальних досліджень, так і для теоретичних досліджень ультрахолодних квантових бозе-газів.

7.

## **8. Дотримання академічної доброчесності**

Під час аналізу дисертаційної роботи, наукових праць здобувача та Протоколу контролю оригінальності встановлено, що дисертаційна робота виконана самостійно, текст дисертації не містить плагіату, а дисертація відповідає вимогам академічної доброчесності.

## **9. Дискусійні положення та зауваження до змісту дисертації**

- На с. 54 здобувач згадує «типові для експериментів температури», але не наводить числові значення й посилання на відповідні експерименти.
- Аналогічно на с. 59 здобувач згадує вже «типові для експериментів ефективні радіуси взаємодії», але не наводить числові значення й посилання на відповідні експерименти.
- Автор у розділі 4 використовує класичний підхід Боголюбова для вивчення основного стану слабковзаємодіючого бозе-газу атомів з одиничним спіном. Однак, крім цього підходу, добре відомим є підхід Гроса-Пітаєвського, який, можливо, навіть більш простіший для опису взаємодійних газів із БЕК. Було б непогано, на мою думку, прокоментувати можливість отримання подібного або такого самого результату за використання підходу Гроса-Пітаєвського.
- Текст дисертації містить незначну кількість граматичних і стилістичних помилок.

## **9. Загальні висновки щодо дисертаційної роботи**

Вважаю, що дисертаційна робота Булахова М.С. «Роль нелокальної взаємодії в ультрахолодних бозе-газах з урахуванням спінових ступенів свободи» є актуальною, містить нові достовірні результати, має важливе прикладне й теоретичне значення та є завершеною науковою працею, яка відповідає всім вимогам наказу МОН України № 40 від 12.01.2017 р. «Про затвердження Вимог до оформлення дисертацій» (з наступними змінами) та «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої Ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого постановою Кабінету міністрів України № 44 від 12 січня 2022 р., а її автор, Булахов Микита Сергійович, заслуговує на присудження ступеня доктора філософії за спеціальністю 105 – Прикладна фізика та наноматеріали.

Доктор фізико-математичних наук  
професор, завідувач кафедри  
квантової теорії поля та  
космомікрофізики  
Київського національного  
університету імені Тараса Шевченка

Станіслав ВІЛЬЧИНСЬКИЙ

Онлайн сервіс створення та перевірки кваліфікованого та удосконаленого електронного підпису

ПРОТОКОЛ

створення та перевірки кваліфікованого та удосконаленого електронного підпису

Дата та час: 08:06:24 01.12.2023

Назва файлу з підписом: Відгук\_Вільчинський.PDF.p7s

Розмір файлу з підписом: 170.0 КБ

Перевірені файли:

Назва файлу без підпису: Відгук\_Вільчинський.PDF

Розмір файлу без підпису: 151.9 КБ

Результат перевірки підпису: Підпис створено та перевірено успішно. Цілісність даних підтверджено

Підписувач: ВІЛЬЧИНСЬКИЙ СТАНІСЛАВ ЙОСИПОВИЧ

П.І.Б.: ВІЛЬЧИНСЬКИЙ СТАНІСЛАВ ЙОСИПОВИЧ

Країна: Україна

РНОКПП: 2346206237

Організація (установа): ФІЗИЧНА ОСОБА

Час підпису (підтверджено кваліфікованою позначкою часу для підпису від Надавача): 08:07:52  
02.12.2023

Сертифікат виданий: АЦСК АТ КБ «ПРИВАТБАНК»

Серійний номер: 248197DDFAB977E504000000247FD100FDD05D04

Алгоритм підпису: ДСТУ-4145

Тип підпису: Удосконалений

Тип контейнера: Підпис та дані в CMS-файлі (CAAdES)

Формат підпису: З повними даними ЦСК для перевірки (CAAdES-X Long)

Сертифікат: Кваліфікований

Голові разової  
спеціалізованої вченої ради  
Харківського національного  
університету імені В.Н. Каразіна  
професору Ігорю ГРЦІ  
майдан Свободи 4, м. Харків,  
61022

### **Рецензія**

офіційного рецензента, завідувача кафедри теоретичної фізики імені академіка І.М. Ліфшиця Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, кандидата фізико-математичних наук, доцента Рашби Георгія Ілліча на дисертаційну роботу Булахова Микити Сергійовича «Роль нелокальної взаємодії в ультрахолодних бозе-газах з урахуванням спінових ступенів свободи», подану на здобуття ступеня доктора філософії з галузі знань 10 – Природничі науки за спеціальністю 105 – Прикладна фізика та наноматеріали.

### **Обґрунтування вибору теми дослідження**

Головною метою дисертаційної роботи Булахова М.С. є теоретичний опис впливу нелокальності взаємодії на термодинамічні характеристики слабковзаємодіючого бозе-газу як у верхньому околі температури переходу (вище, але близько до неї) до стану з БЕК, так і в стані з БЕК за нульової температури. Крім того, було поставлене завдання дослідити вплив нелокальності взаємодії на ефекти, пов'язані зі спіном, а також на структуру спектру одночастинкових збуджень слабковзаємодіючого бозе-газу атомів з повним нульовим або одиничним спіном в стані з БЕК при нульовій температурі. Ці бозе-системи вже майже три десятиріччя привертають увагу дослідників, бо вони є перспективними у зв'язку з експериментальною реалізацією конденсації Бозе-Ейнштейна (БЕК) у розріджених атомних газах лужних металів. Дослідження умов стабільності знайдених магнітних станів і значень параметрів зовнішнього магнітного поля є важливою задачею з огляду на питання стосовно можливостей переходу з одного магнітного стану в інший.



Ультрахолодні атомні гази, які розглядаються в дисертації, є об'єктом сучасних досліджень в галузі квантових багаточастинкових систем. Пошук нових підходів до експериментальної реалізації конденсації Бозе-Ейнштейна стимулює також інтерес до вивчення й моделювання різних ефектів і явищ у квантових багаточастинкових системах. Зокрема, ультрахолодні високоспінові гази з БЕК дозволяють проводити дослідження різних магнітних станів і відповідних фазових переходів. Унікальність таких систем полягає в тому, що вони можуть одночасно демонструвати надплинні та магнітні властивості. Добре відомо, що перші теоретичні дослідження спінових конденсатів стимулювалися оптичним захопленням атомів натрію, за якого атоми захоплюються незалежно від орієнтації їх спіну.

Таким чином, тема дисертаційної роботи Булахова М.С. є, безумовно, **актуальною.**

### **Оцінка змісту дисертації, її завершеності в цілому і оформлення**

Дисертаційна робота складається зі вступу, 4 розділів, загальних висновків, списку використаних джерел та 1 додатку. Обсяг загального тексту дисертації складає 141 сторінку, з них основного тексту 111 сторінок. Робота ілюстрована 6 таблицями та 14 рисунками. Список використаних джерел містить 96 найменувань.

У **вступі** обґрунтовано вибір теми дослідження, визначено мету і основні задачі, об'єкт і предмет дисертаційного дослідження, визначено наукову новизну роботи і практичне значення отриманих результатів, описано методи, які були використані у дослідженнях і особистий внесок здобувача.

У **першому розділі** викладається засади власного дослідження: термодинамічну теорію збурень і теорію Боголюбова слабковзаємодіючого бозе-газу.

У **другому розділі** побудована термодинаміка бозе-газу поблизу верхнього околу температури переходу до стану з БЕК із урахуванням поправок першого і другого порядку за взаємодією до основних термодинамічних величин.

У **третьому розділі** аналізується система рівнянь, яка дає змогу визначити хімічний потенціал і густину частинок конденсату слабковзаємодіючого бозе-газу в стані з БЕК. При цьому враховується внесок квадратичних за операторами народження і знищення доданків. Аналіз результатів проведено з використанням чисельних методів для низки модельних потенціалів нелокальної взаємодії.

У **четвертому розділі** досліджуються всі можливі магнітні стани БЕК у бозе-газі частинок зі спіном  $S = 1$  за наявності зовнішнього магнітного поля. На відміну від попередніх досліджень спірних конденсатів міжатомна взаємодія вважається нелокальною, що приводить до врахування не тільки спінової, а й квадрупольної обмінних взаємодій.

В цілому дисертаційна робота Булахова М.С. виконана на високому науковому рівні. Вона є завершеним теоретичним дослідженням, в якому отримані нові результати, що мають важливе наукове і практичне значення.

**Висновки** за результатами виконання дисертаційної роботи зрозуміло та коректно підкреслюють наукову новизну та практичну цінність проведених досліджень.

**Список використаних джерел** свідчить про те, що під час роботи було добре враховано результати сучасних наукових досліджень. Дисертація є завершеною науковою роботою,

Оформлення відповідає вимогам «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії» (постанова Кабінету Міністрів України від 12.01.2022 р. № 44), та наказу Міністерства освіти і науки України від 12.01.2017 р. № 40 «Про затвердження Вимог до оформлення дисертації».

#### **Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами, грантами**

Наукові дослідження у дисертаційній роботі Булахова М.С. є органічною складовою частиною науково-дослідної роботи з таких держбюджетних тем, які виконувались у ННІ «Фізико-технічний факультет» ХНУ імені В.Н. Каразіна:

- «Вплив внутрішніх ступенів вільності частинок на фізичні характеристики квантових систем поблизу фазових переходів», № ДР 0120U102252 (2020–2022 рр.);
- «Магнітні властивості мезоскопічних систем із внутрішніми ступенями вільності», № ДР 0122U001575 (2022–2024 рр.).

Крім того, варто зазначити, що дослідження, що ввійшли до дисертаційної роботи, виконувались в рамках відомчого замовлення Національної академії наук України на проведення наукових досліджень з атомної науки і техніки Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут» за темами:

- «Дослідження класичних і квантових симетрій у теоретико-польових та струнних моделях та проблем статистичної механіки конденсованих середовищ» (№ ДР 0116U007065, 2016–2020 рр.);
- «Розвиток методів статистичної фізики та квантової теорії поля для дослідження проблем фізики квантових систем багатьох частинок та індукованої гравітації й калібрувальних полів у теорії (супер)струн і бран» (№ ДР 0121U108722, 2021–2025 рр.).

Дослідження також проводились в рамках науково-дослідного проєкту, що фінансувався за рахунок грантової підтримки Національного фонду досліджень України, за темою «Просторові кореляції та впорядковані фази, обумовлені ефектами взаємодії в ультрахолодних квантових газах» (№ ДР 0120U104963, 2020–2023 рр.).

### **Ступінь обґрунтованості наукових положень, висновків і рекомендацій, сформульованих у дисертації**

Обґрунтованість та достовірність наукових результатів, одержаних Булаховим М.С. під час проведення досліджень за темою дисертаційної роботи, забезпечується використанням фундаментальних і загальновідомих підходів та методів обчислювальної й математичної фізики, а саме: метода вторинного квантування, термодинамічної теорії збурень, теорії Боголюбова слабо взаємодіючого Бозе-газу, низки алгебраїчних та чисельних методів. Основні результати дисертації опубліковані в 3 статтях в індексованих наукових

журналах та доповідалися на 7 міжнародних і вітчизняних наукових конференціях. Висновки дисертаційної роботи є обґрунтованими.

### **Основні наукові результати, одержані автором, та їх новизна**

Серед отриманих у роботі результатів, на мою думку, варто відзначити наступні:

1. Уперше застосовано термодинамічну теорію збурень для обчислення поправок першого й другого порядку за взаємодією до термодинамічних величин: тиску, хімічного потенціалу, ентропії й теплоємності за сталого об'єму, котрі характеризують слабковзаємодійний бозе-газ атомів із повним нульовим спіном у верхньому околі температури переходу в стан з БЕК;
2. Уперше вдосконалено алгоритм обчислення середніх за теоремою Віка-Блоха-Домінісіса за допомогою введення понять матриці й визначника Віка;
3. Уперше показано, що вплив нелокальності взаємодії на характеристики слабковзаємодійного бозе-газу атомів із повним нульовим спіном у верхньому околі температури переходу в стан з БЕК незначний, а, отже, припущення контактності взаємодії під час опису зазначеної системи є достатнім.

### **Практичне значення одержаних результатів**

Отримані в дисертації результати, дійсно, допомагають сформувати розуміння того, наскільки значною є роль нелокальної взаємодії з точки зору впливу на фізичні властивості ультрахолодного бозе-газу. Тому однозначно можу стверджувати, що результати мають значення для подальших теоретичних і експериментальних досліджень.

### **Дотримання академічної доброчесності**

Під час аналізу дисертаційної роботи, наукових праць здобувача та Протоколу контролю оригінальності (перевірку наявності текстових запозичень виконано в антиплагіатній інтернет-системі [Strikeplagiarism.com](http://Strikeplagiarism.com)) встановлено, що дисертаційна робота виконана самостійно, текст дисертації не містить плагіату, а дисертація відповідає вимогам академічної доброчесності.

## **Дискусійні положення та зауваження до змісту дисертації**

1. В першому підрозділі третього розділу нелокальна взаємодія характеризується розподілом Гаусса (див. формулу (3.14)). На мою думку, було б цікаво також використати гауссівський сепарабельний потенціал. Потенціали такого типу часто використовуються в ядерної фізиці та у фізиці твердого тіла та дають можливість отримати точне розв'язання задачі розсіювання. Це зауваження скоріше має характер побажання на майбутнє і не впливає на загальну безсумнівно позитивну оцінку дисертації.
2. В тексті дисертації міститься певна кількість граматичних помилок, що не впливають на сприйняття змісту роботи.

## **Загальні висновки щодо дисертаційної роботи**

Вважаю, що дисертаційна робота Булахова М.С. «Роль нелокальної взаємодії в ультрахолодних бозе-газах з урахуванням спінових ступенів свободи» є актуальною, містить нові достовірні результати, має важливе прикладне й теоретичне значення та є завершеною науковою працею, яка відповідає всім вимогам наказу МОН України № 40 від 12.01.2017 р. «Про затвердження Вимог до оформлення дисертацій» (з наступними змінами) та «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої Ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого постановою Кабінету міністрів України № 44 від 12 січня 2022 р., а її автор, Булахов Микита Сергійович, заслуговує на присудження ступеня доктора філософії за спеціальністю 105 – Прикладна фізика та наноматеріали.

Кандидат фізико-математичних наук,  
доцент, завідувач кафедри теоретичної  
фізики імені академіка І.М. Ліфшиця  
Харківського національного  
університету імені В. Н. Каразіна

Георгій РАШБА

Онлайн сервіс створення та перевірки кваліфікованого та удосконаленого електронного підпису

ПРОТОКОЛ

створення та перевірки кваліфікованого та удосконаленого електронного підпису

Дата та час: 15:59:42 30.11.2023

Назва файлу з підписом: рецензія\_Рашба\_2.pdf.asice

Розмір файлу з підписом: 181.2 КБ

Перевірені файли:

Назва файлу без підпису: рецензія\_Рашба\_2.pdf

Розмір файлу без підпису: 183.3 КБ

Результат перевірки підпису: Підпис створено та перевірено успішно. Цілісність даних підтверджено

Підписувач: РАШБА ГЕОРГІЙ ІЛЛІЧ

П.І.Б.: РАШБА ГЕОРГІЙ ІЛЛІЧ

Країна: Україна

РНОКПП: 2592413194

Організація (установа): ФІЗИЧНА ОСОБА

Час підпису (підтверджено кваліфікованою позначкою часу для підпису від Надавача): 15:59:42 30.11.2023

Сертифікат виданий: КНЕДП АЦСК АТ КБ "ПРИВАТБАНК"

Серійний номер: 5E984D526F82F38F04000000851F250112107804

Алгоритм підпису: ДСТУ-4145

Тип підпису: Удосконалений

Тип контейнера: Підпис та дані в архіві (розширений) (ASiC-E)

Формат підпису: З повними даними для перевірки (XAdES-B-LT)

Сертифікат: Кваліфікований

Голові разової  
спеціалізованої вченої ради  
Харківського національного  
університету імені В.Н. Каразіна  
професору Ігорю ГРЦІ  
майдан Свободи 4, м. Харків,  
61022

### **Рецензія**

офіційного рецензента, доцента кафедри теоретичної фізики імені академіка І.М. Ліфшиця Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, кандидата фізико-математичних наук, доцента Єзерської Олени Володимирівни на дисертаційну роботу Булахова Микити Сергійовича «Роль нелокальної взаємодії в ультрахолодних бозе-газах з урахуванням спінових ступенів свободи», подану на здобуття ступеня доктора філософії з галузі знань 10 – Природничі науки за спеціальністю 105 – Прикладна фізика та наноматеріали.

#### **1. Обґрунтування вибору теми дослідження**

Область ультрахолодних атомарних квантових газів є нині однією з найцікавіших областей сучасної фізики. Така увага викликана можливістю експериментального створення квантових систем із дуже різноманітними фізичними властивостями, що дозволяє по-новому поглянути на фундаментальні теоретичні питання. Високий ступінь експериментального контролю – майже до поведінки окремого атома – дає змогу змінювати основні параметри системи, такі як: геометрія пастки, інтенсивність взаємодії та навіть форма потенціалу взаємодії між частинками. Така гнучкість робить коло застосувань ультрахолодних атомарних квантових газів дуже й дуже широким – від квантової метрології до квантової інженерії.

В якості теми дослідження Булахов М.С. обрав питання впливу нелокальності взаємодії на термодинамічні характеристики ультрахолодного бозе-газу. Треба зазначити, що зазвичай взаємодію між атомами вважають локальною або, як ще її називають, контактною, тобто атоми можна вважати

матеріальними точками. Таким чином, потенціал взаємодії стає дельтоподібним в координатному просторі, а в імпульсному просторі має сталий Фур'є-образ. Таке наближення є добре виправданим з точки зору теоретичної та експериментальної фізики, але, як зазначено вище, сучасні експериментальні можливості є набагато ширшими й дають змогу моделювати майже будь-який потенціали взаємодії – навіть ті, що виходять за рамки наближення локальності.

## **2. Оцінка змісту дисертації, її завершеності в цілому і оформлення**

Дисертаційна робота складається зі вступу, 4 розділів, загальних висновків, списку використаних джерел та 1 додатку. Обсяг загального тексту дисертації складає 141 (141 д.а.), з них основного тексту 111 (111 д.а.). Робота ілюстрована 6 таблицями та 14 рисунками. Список використаних джерел містить 96 найменувань.

У **вступі** обґрунтовано вибір теми дослідження, визначено мету і основні задачі, об'єкт і предмет дисертаційного дослідження, визначено наукову новизну роботи і практичне значення отриманих результатів, описано математичні моделі та методи, які були використані у дослідженнях і особистий внесок здобувача.

**Перший розділ** присвячено опису використаних в дослідженні відомих методів і теорій, таких як: термодинамічна теорія збурень, теорія Боголюбова слабковзаємодійного бозе-газу й узагальнення  $u-v$  перетворень Боголюбова на випадок наявності у бозонів додаткових ступенів свободи.

У **другому розділі** здобувач за допомогою термодинамічної теорії збурень отримує й чисельно аналізує перші та другі поправки за взаємодією до основних термодинамічних величин, що характеризують ультрахолодний бозе-газ вище температури переходу в стан із бозе-ейнштейнівською конденсацією. Під час теоретичних розрахунків поправок за взаємодією Булахов М.С. обчислює середні за статистичним оператором ідеального газу, з використанням теореми Віка–Блоха–Домінісіса. Для роботи з цією теоремою існує певний алгоритм, що називають правилами Віка. Автор не просто звертає увагу на пов'язані з великою кількістю операторів недоліки цих правил, а й пропонує розв'язок через введення визначника Віка замість процедури розстановки зв'язків.



У **третьому розділі** здобувач досліджує слабковзаємодійний бозе-газ атомів із повним нульовим спіном за нульової температури в стані з бозе-ейнштейнівською конденсацією. Саме така система була досліджена в оригінальній роботі Боголюбова, однак здобувач у своїй роботі врахував доданки, що походять з квадратичних за операторами народження й знищення операторами. Таке наближення приводить до системи інтегральних рівнянь, які дозволяють знайти густину конденсованих атомів і хімічний потенціал. Булахов М.С., використовуючи чисельні методи, розв'язує згадану систему й аналізує отримані результати для низки модельних нелокальних потенціалів.

У **четвертому розділі** автор досліджує слабковзаємодійний бозе-газ атомів із повним одиничним спіном за нульової температури в стані з бозе-ейнштейнівською конденсацією та в зовнішньому магнітному полі. Відмінність від попереднього розділу полягає у наявності в частинок такого внутрішнього ступеня свободи як спін. Автором використаний оригінальний підхід Боголюбова, тобто розрахунки без урахування внеску квадратичних за операторами народження й знищення доданками. Цікавим в дослідженні є те, що здобувач, виходячи з припущення нелокальності взаємодії, вказує на необхідність урахування в гамільтоніані системи обмінної квадрупольної взаємодії на рівних зі спіною, а також переформулює доданок, пов'язаний із квадратичним ефектом Зеемана, як спряження квадрупольного моменту атома з параметром магнітного поля. Автор показує, що в такій системі може спостерігатися чотири магнітні стани, будує термодинаміку кожного стану й діаграму магнітних станів в залежності від параметрів зовнішнього поля.

**Висновки** за результатами виконання дисертаційної роботи зрозуміло та коректно підкреслюють наукову новизну та практичну цінність проведених досліджень.

**Список використаних джерел** свідчить про те, що під час роботи було добре враховано результати сучасних наукових досліджень. Дисертація є завершеною науковою роботою, а її оформлення відповідає вимогам МОН.

### **3. Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами, грантами**

Дисертаційну роботу виконано в Навчально-науковому інституті «Фізико-технічний факультет» Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна відповідно до тематичних планів фундаментальних науководослідних робіт за двома держбюджетними темами.

Дослідження виконувались в рамках відомчого замовлення Національної академії наук України на проведення наукових досліджень з атомної науки і техніки Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут» за двома темами.

Дослідження також проводились в рамках науково-дослідного проєкту, що фінансувався за рахунок грантової підтримки Національного фонду досліджень України.

### **4. Ступінь обґрунтованості наукових положень, висновків і рекомендацій, сформульованих у дисертації**

Обґрунтованість та достовірність наукових результатів, одержаних Булаховим М.С. під час проведення досліджень за темою дисертаційної роботи, забезпечується використанням фундаментальних і загальновідомих підходів та методів обчислювальної й математичної фізики. Основні результати дисертації опубліковані в 3 статтях в індексованих наукових журналах та доповідалися на 7 міжнародних і вітчизняних наукових конференціях. Висновки дисертаційної роботи є обґрунтованими.

### **5. Основні наукові результати, одержані автором, та їх новизна**

У роботі отримано низку нових теоретичних результатів, серед яких, на мою думку, варто відзначити такі:

1. застосовано термодинамічну теорію збурень для обчислення поправок першого й другого порядку за взаємодією до термодинамічних величин: тиску, хімічного потенціалу, ентропії й теплоємності за сталого об'єму — котрі характеризують слабковзаємодійний бозе-газ атомів із повним нульовим спіном у верхньому околі температури переходу в стан з БЕК;

2. вдосконалено алгоритм обчислення середніх за теоремою Віка–Блоха–Домінісіса за допомогою введення понять матриці й визначника Віка;
3. показано, що вплив нелокальності взаємодії на характеристики слабковзаємодійного бозе-газу атомів із повним нульовим спіном у верхньому околі температури переходу в стан із БЕК незначний, а, отже, припущення контактності взаємодії під час опису зазначеної системи є достатнім;
4. для слабковзаємодійного бозе-газу атомів із повним нульовим спіном у стані з БЕК розв’язана система рівнянь, що визначає хімічний потенціал і густину частинок конденсату за нульової температури, з урахуванням внеску квадратичних за операторами народження і знищення доданків та використанням низки модельних потенціалів нелокальної взаємодії;
5. показано, що внесок квадратичних доданків, згаданих вище, може бути такий самий за порядком величини, як і тих доданків, які походять з  $s$ -числової частини гамільтоніану;
6. продемонстровано, що внесок квадратичних членів у хімічний потенціал призводить, загалом, до енергетичної щілини в одночастинковому енергетичному спектрі збуджень;
7. знайдено й досліджено новий режим стану з порушеною осьовою симетрією слабковзаємодійного бозе-газу атомів із повним одиничним спіном;
8. побудовано для згаданого режиму діаграму магнітних станів, яка заснована на їхній намагніченості;
9. в рамках теорії збурень для магнітного стану БЕК із порушеною осьовою симетрією в слабковзаємодійному бозе-газі атомів із повним одиничним спіном отримано енергетичний спектр одночастинкових збуджень за нульової температури й з урахуванням поправок, що спричинені нелокальністю взаємодії.

## **6. Практичне значення одержаних результатів**

Одержані результати мають значний теоретичний й експериментальний потенціал, оскільки одна частина з них може стати основою для подальших теоретичних досліджень, а інша потребує експериментального підтвердження

(наявність щілини в спектрі квазічастинок, відкритий режим стану з порушеною осьовою симетрією тощо).

Удосконалення алгоритму обчислення середніх за теоремою Віка–Блоха–Домінісіса може стати доповненням відповідних навчальних курсів на Фізичному факультеті або в Навчально-науковому інституті «Фізико-технічний факультет» Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна.

## **7. Дотримання академічної доброчесності**

Під час аналізу дисертаційної роботи, наукових праць здобувача та Протоколу контролю оригінальності (перевірку наявності текстових запозичень виконано в антиплагіатній інтернет-системі [Strikeplagiarism.com](http://Strikeplagiarism.com)) встановлено, що дисертаційна робота виконана самостійно, текст дисертації не містить плагіату, а дисертація відповідає вимогам академічної доброчесності.

## **8. Дискусійні положення та зауваження до змісту дисертації**

- У розділах 1 і 2 здобувач не вказує, що покладає сталу Больцмана рівною одиниці.
- До правої панелі на Рис. 2.2-2.4 непогано було б також додати легенду.
- У розділі 4 на противагу розділу 3 здобувач використовує оригінальну теорію слабковзаємодійного газу Боголюбова без урахування внеску від квадратичних за операторами народження й знищення доданками. З огляду на висновки розділу 3, де підкреслюється важливість урахування згаданого внеску для подібної системи, не було б зайвим прокоментувати обґрунтованість обраного наближення.
- Текст дисертації містить певну кількість граматичних та стилістичних помилок, які, втім, не мають суттєвого впливу на сприйняття змісту роботи.

## **9. Загальні висновки щодо дисертаційної роботи**

Вважаю, що дисертаційна робота Булахова М.С. «Роль нелокальної взаємодії в ультрахолодних бозе-газах з урахуванням спінових ступенів свободи» є актуальною, містить нові достовірні результати, має важливе прикладне й теоретичне значення та є завершеною науковою працею, яка відповідає всім вимогам наказу МОН України № 40 від 12.01.2017 р. «Про

затвердження Вимог до оформлення дисертацій» (з наступними змінами) та «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої Ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого постановою Кабінету міністрів України № 44 від 12 січня 2022 р., а її автор, Булахов Микита Сергійович, заслуговує на присудження ступеня доктора філософії за спеціальністю 105 – Прикладна фізика та наноматеріали.

Кандидат фізико-математичних наук,  
доцент, доцент кафедри теоретичної  
фізики імені академіка І.М. Ліфшиця  
Харківського національного  
університету імені В. Н. Каразіна

Олена ЄЗЕРСЬКА

Онлайн сервіс створення та перевірки кваліфікованого та удосконаленого електронного підпису

ПРОТОКОЛ

створення та перевірки кваліфікованого та удосконаленого електронного підпису

Дата та час: 23:08:43 26.11.2023

Назва файлу з підписом: рецензія\_Єзерська\_з\_КЕП.pdf.asice

Розмір файлу з підписом: 258.1 КБ

Перевірені файли:

Назва файлу без підпису: рецензія\_Єзерська\_з\_КЕП.pdf

Розмір файлу без підпису: 262.8 КБ

Результат перевірки підпису: Підпис створено та перевірено успішно. Цілісність даних підтверджено

Підписувач: ЄЗЕРСЬКА ОЛЕНА ВОЛОДИМИРІВНА

П.І.Б.: ЄЗЕРСЬКА ОЛЕНА ВОЛОДИМИРІВНА

Країна: Україна

РНОКПП: 2094401446

Організація (установа): ФІЗИЧНА ОСОБА

Час підпису (підтверджено кваліфікованою позначкою часу для підпису від Надавача): 23:08:42 26.11.2023

Сертифікат виданий: КНЕДП АЦСК АТ КБ "ПРИВАТБАНК"

Серійний номер: 5E984D526F82F38F04000000FACF2201629C9904

Алгоритм підпису: ДСТУ-4145

Тип підпису: Удосконалений

Тип контейнера: Підпис та дані в архіві (розширений) (ASiC-E)

Формат підпису: З повними даними для перевірки (XAdES-B-LT)

Сертифікат: Кваліфікований

Голові разової  
спеціалізованої вченої ради  
Харківського національного  
університету імені В.Н. Каразіна  
професору Ігорю ГІРЦІ  
майдан Свободи 4, м. Харків,  
61022

### **Відгук**

офіційного опонента, завідувача відділу квантової статистики Інституту фізики конденсованих систем НАН України, доктора фізико-математичних наук, професора Олега Володимировича Держка на дисертаційну роботу Микити Сергійовича Булахова «Роль нелокальної взаємодії в ультрахолодних бозе-газах з урахуванням спінових ступенів свободи», подану на здобуття ступеня доктора філософії з галузі знань 10 – Природничі науки за спеціальністю 105 – Прикладна фізика та наноматеріали.

### **Обґрунтування вибору теми дослідження**

У квантовій теорії, нерозрізненість тотожних точкових частинок у тривимірному просторі приводить до існування лише або бозонів, або ферміонів, а термодинамічно великі сукупності бозонів чи ферміонів мають кардинально відмінні властивості. Бозони, що не взаємодіють між собою, при нульовій температурі утворюють бозе-конденсат, який зникає при певній скінченій температурі. Якщо припустити слабку взаємодію між бозонами, то елементарні збудження над основним станом задовольняють умові надплинності Ландау. Цей результат Миколи Боголюбова відкрив цілу область квантової статистики, інтерес до якої не зникає вже понад сімдесят років. Інтерес навіть значно зріс кілька десятків років тому з появою надхолодних атомів і спостереженням конденсації Бозе у таких системах. На відміну від рідкого гелію-4 надхолодні гази бозе-атомів дають багатшу картину, яка потребує нових теоретичних розрахунків. Розвиток теорії взаємодіючих бозонів є своєчасним і становить інтерес не тільки у контексті фізики квантових рідин,

але й надхолодних атомів. Окремі елементи такої теорії (вияснення проявів нелокальності міжбозонної взаємодії, магнетизм бозонів зі спіном  $S=1$ , пропонуваній алгоритм обчислення середніх за теоремою Віка тощо) можна знайти у дисертації М.С. Булахова.

### **Оцінка змісту дисертації, її завершеності в цілому і оформлення**

Дисертаційна робота складається зі вступу, 4 розділів, загальних висновків, списку використаних джерел та 1 додатка. Обсяг загального тексту дисертації складає 141 сторінку, з них основного тексту 111 сторінок. Робота ілюстрована 6 таблицями та 14 рисунками. Список використаних джерел містить 96 найменувань.

У **вступі** обґрунтовано вибір теми дослідження, визначено мету і основні задачі, об'єкт і предмет дисертаційної розвідки, визначено наукову новизну роботи і практичне значення отриманих результатів, описано методи, які були використані у дисертаційних студіях, і особистий внесок здобувача.

**Перший розділ** — оглядовий. Тут викладено термодинамічну теорію збурень для квантових систем тождних частинок, теорію Боголюбова для системи атомів Бозе із слабкою взаємодією (метод наближеного вторинного квантування і канонічного перетворення), а також узагальнення теорії Боголюбова, коли бозони мають ще внутрішні ступені вільності (наприклад, ненульовий спін).

У **другому розділі** побудовано термодинамічну теорію збурень до другого порядку за взаємодією для низки термодинамічних характеристик (тиск, теплоємність тощо) при температурах дещо вищих за температуру фазового переходу до стану з конденсатом. З технічної точки зору, автор вдосконалив алгоритм обчислення середніх за теоремою Віка. Нові висновки стосуються порівняння результатів з локальною взаємодією, коли фур'є-образ потенціала взаємодії не залежить від імпульсу, та з нелокальною взаємодією, коли така залежність є (див. формулу (2.29)). З'ясовано умови, коли ефекти нелокальності стають помітними у термодинаміці.



У **третьому розділі** проаналізовано роль нелокальності взаємодії у системі бозонів із слабкою взаємодією в основному стані. Для цього розглянуто великий термодинамічний потенціал, хімічний потенціал і густину бозонів у конденсаті. З переходом від модельних локальних потенціалів до реалістичніших нелокальних потенціалів взаємодії бозонів зникають певні технічні труднощі — розбіжності деяких інтегралів у рівняннях для хімічного потенціалу і густини бозонів у конденсаті.

І другий, і третій розділи дисертації стосуються безспінових бозонів (бозонів з нульовим спіном  $S=0$ ). У **четвертому розділі** розглядається система бозонів із спіном  $S=1$ , які вже “відчувають” зовнішнє магнітне поле. Знову ж таки слабка взаємодія бозонів вважається нелокальною. Автор аналізує властивості в основному стані, коли є трикомпонентний конденсат. Така задача важлива передусім у контексті надхолодних атомів. Автор збудував вихідний гамільтоніан, скориставшись симетрійними аргументами, виділив конденсат і отримав квадратичний гамільтоніан у дусі Боголюбова, а далі дослідив розв'язки для трикомпонентного параметра порядку. Це дозволило проаналізувати можливі магнітні стани конденсату, перевірити їхню стійкість, побудувати діаграми магнітних станів конденсату. При цьому виявлено стан з порушеною осьовою симетрією, який має низку цікавих властивостей, що потребуватимуть подальшого теоретичного аналізу, а також аналізу умов, за яких такий стан міг би спостерігатися в експериментах з надхолодними атомами.

**Висновки** за результатами виконання дисертаційної роботи зрозуміло та конкретно підкреслюють наукову новизну та практичну цінність проведених досліджень. Тут також окреслено, як можна розвивати далі основні здобутки дисертації.

**Список використаних джерел** свідчить про те, що під час роботи було добре враховано результати сучасних наукових досліджень. Він буде корисний тим, хто захоче познайомитися із станом досліджень у теорії бозонів із взаємодією та її застосуванням для пояснення поведінки надхолодних атомів.

Дисертація М.С. Булахова є завершеною науковою роботою. Її оформлення відповідає вимогам «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії» (постанова Кабінету Міністрів України від 12.01.2022 р. № 44) та наказу Міністерства освіти і науки України від 12.01.2017 р. № 40 «Про затвердження Вимог до оформлення дисертації».

### **Ступінь обґрунтованості наукових положень, висновків і рекомендацій, сформульованих у дисертації**

Обґрунтованість та достовірність наукових результатів, одержаних М.С. Булаховим під час проведення досліджень за темою дисертаційної роботи, забезпечується використанням фундаментальних і загальновідомих підходів та методів теоретичної, математичної й обчислювальної фізики.

Результати, які представлені у дисертації, опубліковано у 3 статтях (Journal of Physics B, Physica Scripta, Journal of Physics A). Ці результати представлялися на таких наукових конференціях як 8th International Conference «Physics of Liquid Matter: Modern Problems» (May 18 – 22, Kyiv, Ukraine, 2018), IX International Conference for Professionals and Young Scientists «Low Temperature Physics» (June 4 – 8, Kharkiv, Ukraine, 2018), 5th Conference «Statistical Physics: Modern Trends and Applications» (July 3-6, Lviv, Ukraine, 2019), International Advanced Study Conference «Condensed Matter and Low Temperature Physics 2020» (June 8 – 14, Kharkiv, Ukraine, 2020), 735. WE-Heraeus-Seminar «Exploring Quantum Many-Body Physics with Ultracold Atoms and Molecules» (December 14 – 18, Bad Honnef, Germany, 2020), Всеукраїнська конференція наукових дослідників (19 – 25 вересня, Львів, Україна, 2021), III International Advanced Study «Conference Condensed Matter and Low Temperature Physics» (June 5 – 11, Kharkiv, Ukraine, 2023).

Висновки дисертації є обґрунтованими і не викликають жодних сумнівів.

### **Основні наукові результати, одержані автором, та їх новизна**

Дослідження, підсумовані у дисертації, ґрунтуються на наукових традиціях Харківської школи з теорії конденсованих систем. Водночас робота розвиває їх далі — у дисертації отримано низку нових теоретичних результатів, серед яких, на мою думку, варто відзначити: аналіз магнітних властивостей слабо взаємодійних бозонів із спіном  $S=1$  з систематичним використанням симетрійних аргументів (розділ 4). Інший важливий здобуток — вдосконалення алгоритму обчислення середніх за теоремою Віка (розділ 2).

### **Практичне значення одержаних результатів**

Представлені в дисертації М.С. Булахова результати збагачують теорію взаємодіючих бозонів і становлять інтерес як для теоретиків, так і для експериментаторів.

### **Дотримання академічної доброчесності**

Під час аналізу дисертаційної роботи та наукових праць здобувача встановлено, що дисертаційна робота виконана самостійно, текст дисертації не містить плагіату, а дисертація відповідає вимогам академічної доброчесності.

### **Дискусійні положення та зауваження до змісту дисертації**

Про критичні зауваження: я не маю серйозних зауважень до дисертаційної роботи. Я помітив вади стилю, наприклад:

- треба Гібса, а не Гіббза (с.27),
- величини дефолтно (???) є ... (с.43),
- треба «потенціал притягання», а не «тяжіння» (с.74),
- треба «З побіжного аналізу...», а не «поверхневого» (с.83)

тощо. Втім, це не заважає зрозуміти дисертацію.

### **Загальні висновки щодо дисертаційної роботи**

Вважаю, що дисертаційна робота М.С. Булахова «Роль нелокальної взаємодії в ультрахолодних бозе-газах з урахуванням спінових ступенів свободи» є актуальною, містить нові достовірні результати, має важливе прикладне й теоретичне значення та є завершеною науковою працею, яка

відповідає всім вимогам наказу МОН України № 40 від 12.01.2017 р. «Про затвердження Вимог до оформлення дисертацій» (з наступними змінами) та «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої Ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого постановою Кабінету міністрів України № 44 від 12 січня 2022 р., а її автор, Микита Сергійович Булахов, заслуговує на присудження ступеня доктора філософії за спеціальністю 105 – Прикладна фізика та наноматеріали.

З авідувач відділу квантової статистики  
Інституту фізики конденсованих систем  
НАН України,  
доктор фізико-математичних наук,  
професор

Олег ДЕРЖКО

Онлайн сервіс створення та перевірки кваліфікованого та удосконаленого електронного підпису

ПРОТОКОЛ

створення та перевірки кваліфікованого та удосконаленого електронного підпису

Дата та час: 14:51:37 26.11.2023

Назва файлу з підписом: vidhuk\_ODerzhko.pdf.p7s

Розмір файлу з підписом: 75.8 КБ

Перевірені файли:

Назва файлу без підпису: vidhuk\_ODerzhko.pdf

Розмір файлу без підпису: 57.7 КБ

Результат перевірки підпису: Підпис створено та перевірено успішно. Цілісність даних підтверджено

Підписувач: ДЕРЖКО ОЛЕГ ВОЛОДИМИРОВИЧ

П.І.Б.: ДЕРЖКО ОЛЕГ ВОЛОДИМИРОВИЧ

Країна: Україна

РНОКПП: 2214612557

Організація (установа): ФІЗИЧНА ОСОБА

Час підпису (підтверджено кваліфікованою позначкою часу для підпису від Надавача): 14:51:36 26.11.2023

Сертифікат виданий: АЦСК АТ КБ «ПРИВАТБАНК»

Серійний номер: 248197DDFAB977E50400000013BFE8000EB1D603

Алгоритм підпису: ДСТУ-4145

Тип підпису: Удосконалений

Тип контейнера: Підпис та дані в CMS-файлі (CAAdES)

Формат підпису: З повними даними ЦСК для перевірки (CAAdES-X Long)

Сертифікат: Кваліфікований